3. VYBRANÉ ZÁKONY ROZDĚLENÍ POUŽÍVANÉ VE SPOLEHLIVOSTI

Po úspěšném a aktivním absolvování této KAPITOLY

Budete umět:

- rozpoznat průběh a vlastnosti, uvést základní vztahy charakteristik rozdělení spojité náhodné veličiny, používaných ve spolehlivosti (exponenciální, Weibullovo, normální rozdělení),
- popsat a znázornit průběh některých typů rozdělení diskrétní náhodné veličiny, používaných ve spolehlivosti (binomické, Poissonovo rozdělení), uvést vztahy pro určení jejich charakteristik,
- odhadnout parametry vybraných rozdělení náhodné veličiny ze známých empirických dat, získaných z provozu vozidel,
- určit vztahy a průběh bezporuchovosti pro soustavy složené z více prvků v uspořádání sériovém, paralelním a smíšeném.

Budete umět

Údaje získané ze spolehlivostních zkoušek se porovnávají s některým ze zákonů rozdělení náhodné veličiny. Volbou vhodného zákona rozdělení získáme racionální popis spolehlivostních vlastností zkoušeného výrobku. Zákon rozdělení se volí v souladu s průběhem získaných dat, např. podle tvaru histogramu četností a podle požadavků na shodu s touto charakteristikou. Zákon rozdělení s udanými parametry zcela popisuje charakteristiky spolehlivosti, a je tak možné výpočtem stanovit všechny další veličiny.

Průvodce studiem

V minulé kapitole jsme poznali charakteristiky používané pro popis náhodné veličiny. V praxi má každé vozidlo i prvky, ze kterých je složeno, odlišný průběh rozdělení náhodné veličiny. V této kapitole se tedy seznámíme s konkrétními rozděleními náhodné veličiny, abychom mohli spolehlivost analyzovat, modelovat a předpovídat. Za tímto účelem se také naučíme provádět odhad parametrů vybraných rozdělení, čímž budeme moci popsat průběh rozdělení náhodné veličiny pro libovolné vozidlo nebo jeho části, pro které máme k dispozici empirická data, zjištěná z jejich skutečného provozu.

3.1 Zákony rozdělení pravděpodobnosti spojité náhodné veličiny

Čas ke studiu: 4 hodiny

Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět:

- znázornit průběh exponenciálního rozdělení náhodné veličiny, použít vztahy pro určení jednotlivých charakteristik rozdělení, odhadnout parametr rozdělení,
- definovat pojem kvantil a vypočítat jeho konkrétní hodnoty pro exponenciální rozdělení,
- popsat Weibullovo a normální rozdělení a jejich parametry, určit vztahy a průběh jejich charakteristik.

Výklad

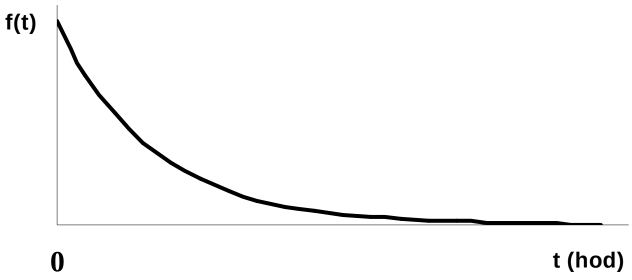
Spolehlivost neopravovaných výrobků a soustav se měří pravděpodobností bezporuchového provozu a odvozenými veličinami, jako je hustota poruch, intenzita poruch a střední doba bezporuchového provozu. Chování výrobku se zpravidla sleduje v čase, někdy je možné poruchy sledovat v závislosti na jiné veličině, obecně výkonovém parametru. Například spolehlivost hnacího vozidla se zpravidla sleduje v závislosti na počtu ujetých kilometrů, stáří vozidla je méně podstatné. U většiny výrobků může porucha nastat při libovolné hodnotě nezávisle proměnné, například v libovolném čase. Nezávisle proměnná je spojitá. U výrobků s nespojitou činností, například u relé, může porucha nastat pouze v určitých okamžicích, kdy je relé v činnosti. Nezávisle proměnná je potom nespojitá.

- **Exponenciální rozdělení**

Jak bylo ukázáno v 1. kapitole, je období „normálního“ života výrobku charakteristické ustálením intenzity poruch na přibližně konstantní hodnotě. Průběh intenzity poruch u exponenciální rozdělení je konstantní, a proto se velmi často používá k vyjádření právě této etapy života. Označuje se $\boldsymbol{Ex(\lambda)}$ a je určeno jedním parametrem $\boldsymbol{\lambda}$.

Hustota pravděpodobnosti je dána vztahem:

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t) \qquad \lambda > 0,\ t \ge 0 \qquad (3.1)$$



Parametr rozdělení:

λ - intenzita poruch, má rozměr např. 1/hod, 1/10^3 km, 1/10^6 cyklů

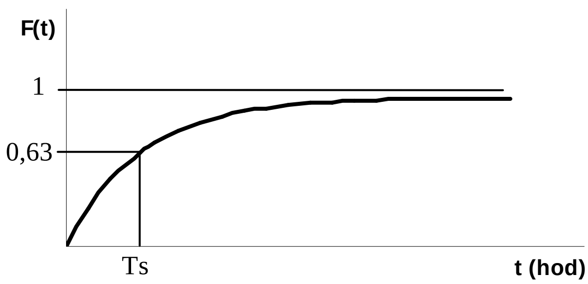
Obr. č. 3.1: Exponenciální rozdělení – f(t)

Odvození vztahu (3.1) přesahuje rámec těchto skript a je uveden v literatuře [Daněk,1998].

Distribuční funkce je dána vztahem:

$$F(t) = \int_0^t f(t)\,dt = \int_0^t \lambda \exp(-\lambda t)\,dt = 1 - \exp(-\lambda t) \qquad \lambda > 0,\ t \ge 0 \qquad (3.2)$$

Průběh distribuční funkce je na obrázku 3.2.



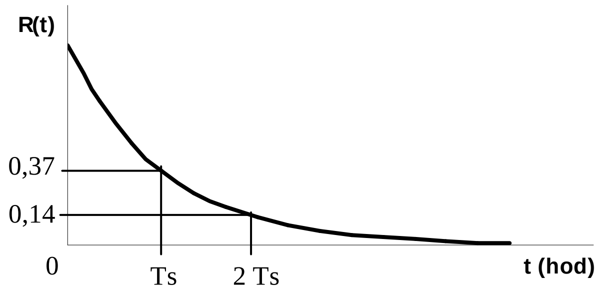
Ts **– střední hodnota rozdělení**, používá se i označení střední doba do poruchy, má rozměr např. hod, 10^3 km, 10^6 cyklů.

Obr. č. 3.2: Exponenciální rozdělení – F(t)

Pravděpodobnost bezporuchového provozu je dána vztahem:

$$R(t) = 1 - F(t) = \exp(-\lambda t) \qquad \lambda > 0,\ t \ge 0 \qquad (3.3)$$

Pravděpodobnost bezporuchového provozu ***R(t)*** je v literatuře nazývána i jako funkce spolehlivosti. Má tvar klesající exponenciály a je charakteristické, že u ***Ex(λ)*** rozdělení rychle klesá, jak naznačuje obrázek 3.3.



Střední hodnota ***Ts*** je dána vztahem:

$$T_s = \frac{1}{\lambda} \tag{3.4}$$

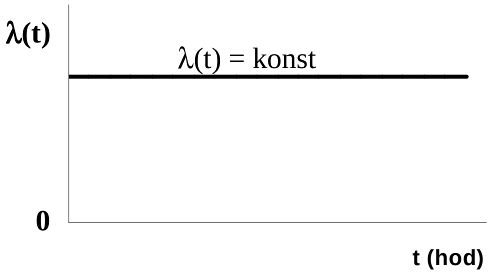
Obr. č. 3.3: Exponenciální rozdělení – R(t)

Střední doba do poruchy u exponenciálního rozdělení je rovna převrácené hodnotě parametru ***λ,*** a proto je rozdělení zcela popsáno také střední dobou.

Intenzita poruch je dána vztahem:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda \exp(-\lambda t)}{\exp(-\lambda t)} = \lambda = konst. \qquad \lambda > 0,\ t \ge 0 \tag{3.5}$$

Průběh intenzity poruch je znázorněn na obrázku 3.4.



Obr. č. 3.4: Průběh intenzity poruch exponenciálního rozdělení

Příklad 3.1.

Sledujeme dobu do poruchy žárovek do světlometů u parku vozidel. Za sledované období se vyskytlo 80 poruch, akumulovaný pracovní čas žárovek činil $\boldsymbol{T_{ak}}$ *= 22500 hod. Údaje jsou zpracovány v tabulce stejně jako v příkladu 2.3. Požaduje se stanovit střední doba do poruchy a dále 10% kvantil doby do poruchy.*

Otázka: *Co to znamená stanovit 10% kvantil doby do poruchy?*

Stanovit obecně **p% kvantil** doby do poruchy znamená určit takovou dobu provozu, kdy pravděpodobnost poruchy dosáhne právě p% hodnoty. V tomto příkladě se požaduje určit čas, kdy je pst poruchy $\boldsymbol{F(t) = 0,1}$.

Postup řešení:

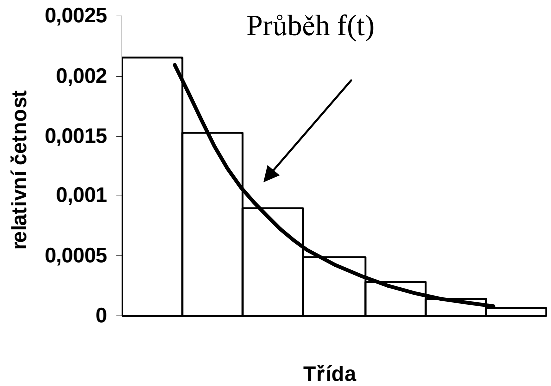
V prvním kroku sestavíme histogram četností a z jeho průběhu odhadneme vhodný zákon rozdělení. Postup je uveden v příkladu 2.3 se závěrem, že exponenciální rozdělení může být vhodný teoretický model pro rozdělení dob do poruchy žárovek. Ve druhém kroku provedeme odhad intenzity poruch λ - parametru exponenciálního rozdělení. Odhad stanovíme s využitím vztahu (3.4). Nakonec vypočteme dobu $t_{0,1}$ odpovídající požadovanému kvantilu.

Tab. 3.1: Doby do poruchy žárovek

Třída	Doba do poruchy (hod)	Absolutní četnost	Akumulovaný pracovní čas T_{ak}
1	150	31	22500 (hod)
2	300	22	
3	450	13	
4	600	7	
5	750	4	
6	900	2	
7	1050	1	
		Σ 80 poruch	

Odhad střední doby do poruchy žárovek:

$$T_s = \frac{T_{ak}}{n} = \frac{22500}{80} = 281\,(hod)$$



Obr. č. 3.5: Porovnání empirických dat s teoretickým modelem

Parametr λ – intenzita poruch, je dle vztahu (3.4) roven:

$$\lambda = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{281} = 3{,}56 \cdot 10^{-3} \ (1/hod)$$

Pravděpodobnost poruchy popisuje distribuční funkce (3.2), úpravami získáme vztah pro výpočet kvantilu $t_{0,1}$.

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$$

Vztah (3.2) upravíme tak, aby na levé straně rovnice zůstala proměnná ***t***.

$$F(t) - 1 = -\exp(-\lambda t)$$

$$1 - F(t) = \exp(-\lambda t)$$

$$\ln(1 - F(t)) = -\lambda t$$

$$t = \frac{-\ln(1 - F(t))}{\lambda} \tag{3.6}$$

Dosazením hodnoty ***F(t) = 0,1*** do vztahu (3.6) získáme hledaný kvantil:

$$t_{0,1} = \frac{-\ln(1 - F(t))}{\lambda} = \frac{-\ln(1 - 0{,}1)}{3{,}56 \cdot 10^{-3}} = 29{,}6 \cong 30 \ (hod)$$

Závěr:

Posouzením průběhu histogramu četností jsme jako vhodný model doby do poruchy žárovek zvolili exponenciální rozdělení (Obr. č. 3.5). Odhad střední doby do poruchy ***Ts*** = 281 hodin. Pravděpodobnost poruchy žárovky do světlometu ***P*** = 0,1 bude dosažena po 30 hodinách provozu, tj. kvantil $t_{0,1}$ je roven 30 hod.

Poznámka:

Soulad mezi empirickými daty (zjištěné měřením) a teoretickým modelem - rozdělením ***Ex(λ)*** můžeme ověřit porovnáním průběhu histogramu relativních četností a hustoty pravděpodobnosti ***f(t).*** Toto posouzení je však pouze přibližné (Obr.3.5), ve vědeckých a odborných pracích je požadováno objektivní posouzení. Používá se proto např. test dobré shody s využitím statistiky χ^2.

♦

Weibullovo rozdělení

Ve spolehlivosti velmi často používá k modelování průběhu náhodné veličiny Weibullovo rozdělení. Je velmi variabilní a této vlastnosti se s výhodou využívá při posuzování bezporuchovosti technických objektů. Změnou parametru tvaru „nahrazuje“ jiné zákony rozdělení, např. exponenciální, aproximuje normální rozdělení. Pracujeme tak pouze s jedním tvarem rovnic, nemusíme používat rovnice pro další typy rozdělení, a to je velmi výhodné při numerických výpočtech v prostředí tabulkového procesoru.

Původně bylo odvozeno prof. Weibullem jako tříparametrické, ale pro běžné výpočty se vztahy výrazně zjednodušují převedením na dvouparametrické. Označuje se ***W3p*** resp. ***W2p***. Položením parametru polohy c = 0 vzniká W2p rozdělení.

Hustota pravděpodobnosti u tohoto zákona rozdělení je dána vztahem (34):

$$f(t) = \frac{m}{t_0} \cdot \left(\frac{t}{t_0}\right)^{m-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{t}{t_0}\right)^{m}\right] \qquad t \geq 0 \qquad (3.7)$$

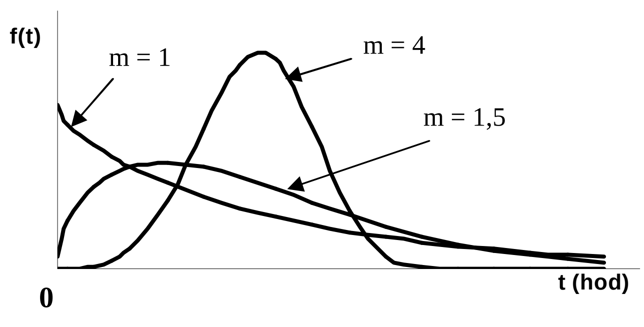
W3p je určeno parametry:

t_0 - parametr měřítka, $t_0 > 0$ (někdy označen β)

c - parametr polohy, $c \geq 0$

m - parametr tvaru, m > 0 (někdy označen α)

čas: $t \geq 0$



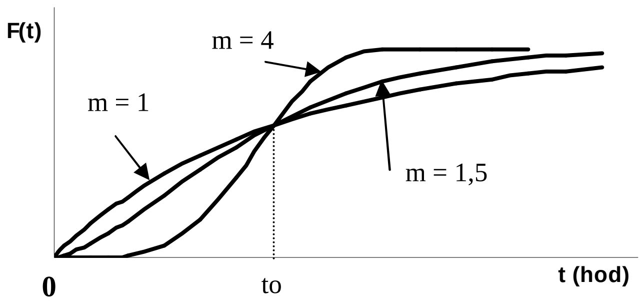
Všechny tři průběhy ***f(t)*** mají parametr ***t_0*** shodný. Liší se pouze parametrem tvaru ***m***.

Obr. č. 3.6: Weibullovo rozdělení – f(t)

Distribuční funkce *F(t)* je dána vztahem:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{t_0}\right)^m\right] \qquad t \geq 0 \qquad (3.8)$$

Průběh distribuční funkce ***F(t)*** s třemi různými parametry tvaru ***m*** jsou na obr. 3.7.



Průsečík průběhu křivek se nazývá „charakteristický život“, pro který platí $t = t_o$. Potom:

F(t) = 1- exp(-1) = 0,632

Obr. č. 3.7: Weibullovo rozdělení – F(t)

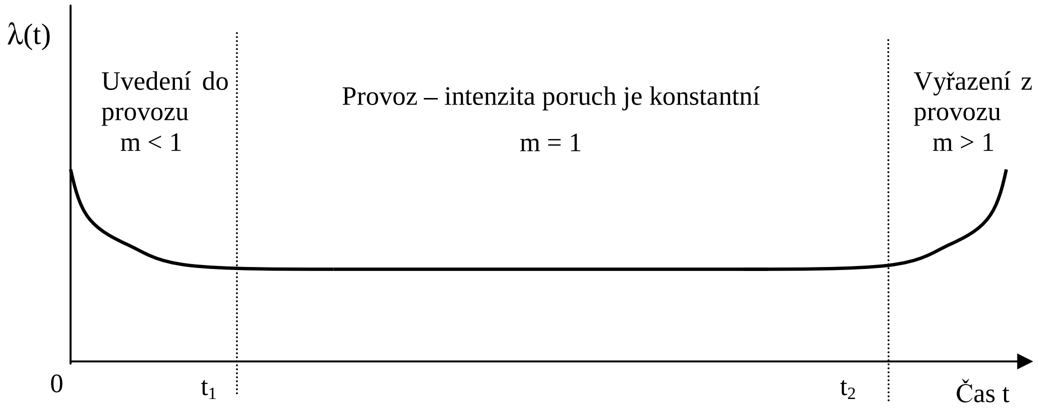
Pravděpodobnost bezporuchového provozu je dána vztahem:

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{t_0}\right)^m\right] \qquad t \geq 0 \qquad (3.9)$$

Intenzita poruch je dána vztahem:

$$\lambda(t) = \frac{m}{t_0} \cdot \left(\frac{t}{t_0}\right)^{m-1} \qquad t \geq 0 \qquad (3.10)$$

Průběh celé vanové křivky lze popsat ***W2p*** rozdělením, kde každé fázi života výrobku odpovídají jiné parametry rozdělení, jak naznačuje obr. 3.8.



Obr. č. 3.8: Weibullovo rozdělení – λ(t)

Střední hodnota se vypočte ze vztahu:

$$T_s = t_0 \cdot \Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right)$$ Kde: Γ je gama funkce (tabelovaná) (3.11)

Weibullovo rozdělení zahrnuje exponenciální rozdělení (m = 1), Rayleighovo rozdělení (m = 2) a aproximuje normální rozdělení (m = 3,5). Této vlastnosti se s výhodou využívá při posuzování bezporuchovosti technických objektů, protože výpočty vyžadující tři různá rozdělení jsou nahrazeny jedním vztahem.

Poznámka: Animace grafů charakteristik Weibullova rozdělení jsou v souborech uložených v příloze.

Normální rozdělení

V praxi se často setkáváme s normálním rozdělením u řady veličin, např. velikosti chyby měření, rozdělení skutečného rozměru součásti uvnitř tolerančního pole při obrábění. Normální rozdělení je také známo jako Gaussovo rozdělení podle svého objevitele Gausse, označuje se ***N(μ,σ)*** a je učeno dvěma parametry, střední hodnotou a směrodatnou odchylkou. Stěžejní význam má normální rozdělení v teorii pravděpodobnosti– druhá limitní věta.

Ve spolehlivosti se využívá pro intervalový odhad, tj. ke stanovení intervalu, ve kterém s vysokou, předem stanovenou pravděpodobností leží odhadovaný parametr. Typickým příkladem je odhad dolní a horní hranice, mezi kterými leží střední doba do poruchy. Původně bodovým odhadem střední doby změnou na intervalový výrazně zvýšíme pravděpodobnost, že náš odhad je správný. Stanovení intervalu se provádí s využitím ***„pravidla σ.“***

Hustota pravděpodobnosti normálního rozdělení je dána vztahem:

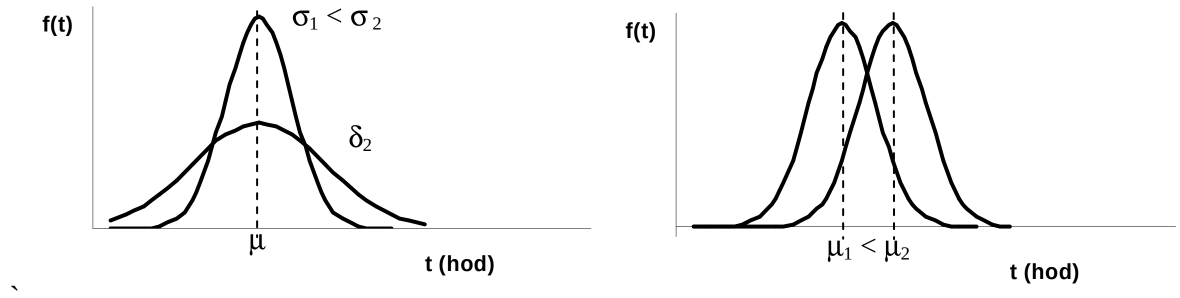
$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad \begin{array}{l} -\infty < t < \infty \\ \sigma > 0 \end{array} \qquad (3.12)$$

Parametry rozdělení:

μ je střední hodnota

σ - směrodatná odchylka náhodné veličiny

Průběh hustoty pravděpodobnosti a vliv parametrů na průběh funkce je naznačen na obr 3.9.



Obr. č. 3.9: Normální rozdělení – f(t)

Ve spolehlivosti má často náhodná proměnná rozměr čas nebo kilometrický proběh, může proto nabývat pouze kladných hodnot (nezáporné číslo) a rozdělení je zleva useknuto.

Pokud je $\boldsymbol{\mu = 0}$ a směrodatná odchylka $\boldsymbol{\sigma = 1}$, říkáme, že rozdělení je normované. Distribuční funkce $\boldsymbol{\Phi(t)}$ a hustota pravděpodobnosti $\boldsymbol{\varphi(t)}$ normovaného rozdělení jsou tabelované, použitím těchto funkcí dostáváme charakteristiky bezporuchovosti určené normálním rozdělením.

Parametry rozdělení: $t_0 > 0$, $\sigma > 0$

Čas: $t \geq 0$

$$f(t) = \frac{\varphi\left(\frac{t_0 - t}{\delta}\right)}{\sigma \cdot \Phi\left(\frac{t_0}{\sigma}\right)} \tag{3.13}$$

$$F(t) = 1 - \frac{\Phi\left(\frac{t_0 - t}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{t_0}{\sigma}\right)} \tag{3.14}$$

$$R(t) = \frac{\Phi\left(\frac{t_0 - t}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{t_0}{\sigma}\right)} \tag{3.15}$$

$$\lambda(t) = \frac{\varphi\left(\frac{t_0 - t}{\sigma}\right)}{\sigma \cdot \Phi\left(\frac{t_0 - t}{\sigma}\right)} \tag{3.16}$$

$$T_s = t_0 + \sigma \frac{\varphi\left(\frac{t_0 - t}{\sigma}\right)}{2 \cdot \Phi\left(\frac{t_0}{\sigma} - 1\right)} \tag{3.17}$$

Pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude hodnot z určitého intervalu, je rovna ploše pod hustotou pravděpodobnosti nad tímto intervalem. Například pro interval s hranicemi μ - 0,96σ) a μ + (1,96σ) má tato plocha velikost 0,95. Náhodná veličina potom nabývá hodnot z tohoto intervalu s 95% pravděpodobností, a pouze s 5% pravděpodobností leží její hodnoty mimo uvedený interval, podrobněji (pravidlo σ):

téměř 70 % hodnot leží ve vzdálenosti menší než 1 směrodatná odchylka od průměru, přesněji

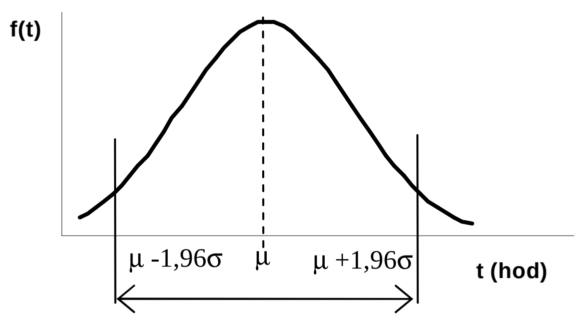
68,27 % leží mezi $\boldsymbol{\mu \pm 1\ \sigma}$

95 % hodnot leží ve vzdálenosti menší než 2 směrodatné odchylky od průměru, přesněji

95 % leží mezi $\boldsymbol{\mu \pm ,96\ \sigma}$

99 % hodnot leží ve vzdálenosti menší než 3 směrodatné odchylky od průměru, přesněji

99 % leží mezi $\boldsymbol{\mu \pm 2{,}576\ \sigma}$



Obr. č. 3.10: Normální rozdělení - pravidlo σ

3.2 Zákony rozdělení pravděpodobnosti diskrétní náhodné veličiny

Čas ke studiu: 2 hodiny

Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět:

- využít vztahy pro výpočet charakteristik binomického rozdělení diskrétní náhodné veličiny,
- popsat vlastnosti Poissonova rozdělení diskrétní náhodné veličiny, prakticky určit její ukazatele.

Výklad

Pro diskrétní náhodnou proměnnou se ve spolehlivosti používá binomické rozdělení a Poissonovo rozdělení. Binomické rozdělení se používá k popisu úloh typu „k/n“, tedy počtu výskytu nejvýše ***k*** pozorovaných jevů z ***n*** možných.

❑ Binomické rozdělení

Uvažujeme ***n*** statisticky nezávislých pokusů. V každém pokusu může sledovaný jev buď nastat ("úspěch") nebo nenastat ("neúspěch"). Odpovídající pravděpodobnosti označíme ***p*** a ***(1-p)***, tyto jsou v každém pokusu stejné. Celkový počet úspěšných ***k*** pokusů v ***n*** nezávislých pokusech má binomické rozdělení. Tato náhodná veličina může nabývat pouze celočíselných hodnot od 0 do n.

Hustota pravděpodobnosti nastoupení jevu:

$$p(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k} \qquad k = 0, 1, 2, ..n \qquad 0 < p < 1 \tag{3.18}$$

Střední hodnota *E(X)* binomického rozdělení:

$$E(X) = n \cdot p \tag{3.19}$$

Rozptyl binomického rozdělení:

$$D(X) = n \cdot p(1 - p) \tag{3.20}$$

Poissonovo rozdělení

Poissonovo rozdělení můžeme získat dosazením za $n \to \infty$ do binomického rozdělení a vyřešením limity. Získaný vztah popisuje pravděpodobnost výskytu izolovaných dějů v čase, prostoru, množství a označuje se ***Po(λ).*** Poissonovo rozdělení je charakterizováno následujícími vlastnostmi:

Pravděpodobnost výskytu jedné události v daném intervalu (času, prostoru) je úměrná délce tohoto intervalu.

Události se vyskytují nezávisle jak ve stejném intervalu, tak mezi po sobě jdoucími intervaly.

Pravděpodobnost současného vzniku dvou událostí v jednom intervalu je nulová.

Sledujeme počet výskytu jevů na jednotku míry, například počet poruch na jednotku času nebo počet poruch na jednotku kilometrického proběhu vozidla. Rozdělení je určeno vztahy:

Hustota pravděpodobnosti nastoupení jevu:

$$f(k) = \frac{(\lambda \cdot t)^k}{k!} \exp(-\lambda \cdot t) \qquad k = 0, 1, 2, .. n \tag{3.21}$$

Kde:

k je počet sledovaných jevů (poruch),

λ - střední intenzita poruch (1/čas),

t - čas, tj. délka intervalu, ve kterém zjišťujeme pravděpodobnost výskytu jevu.

Střední hodnota *E(X)* Poissonova rozdělení:

$$E(x) = \lambda \cdot t \tag{3.22}$$

Rozptyl Poissonova rozdělení:

$$D(x) = \lambda \cdot t \tag{3.23}$$

Příklad 3.2.

Provozujeme flotilu 20 vozidel, každé je osazeno dvěma žárovkami do světlometů. V letním období jsou světlomety zapnuty průměrně 4 hodiny denně, v zimním 10 hodin denně, vozidla jsou v provozu 5 dní v týdnu. Máme určit týdenní spotřebu žárovek v letním
*a zimním období, je-li střední intenzita poruch žárovek λ = 3,56*10^{-3} (1/hod) – údaj vypočten v příkladu 3.1.*

Otázka: *Jaká je pravděpodobnost nulového počtu poruch žárovky za týden?*

Výpočtem pravděpodobnosti pro k = 0 (nulový počet poruch) stanovíme bezporuchovost žárovek P(X=k). Protože platí, že součet dvou disjunktních jevů je roven jedné, dopočtem do jedničky stanovíme pravděpodobnost vzniku poruch k = 1, 2, .. n.

Bezporuchovost vypočteme dosazením do vztahu (3.21) pro k = 0.

$$p(k=0)_{leto} = \frac{(\lambda \cdot t)^k}{k!}\exp(-\lambda \cdot t) = \exp(-\lambda \cdot t) = \exp(-3{,}56 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 4) = 0{,}93$$

$$p(k=0)_{zima} = \exp(-3{,}56 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10) = 0{,}84$$

$$F(x)_{leto} = 1 - p(k)_{leto} = 1 - 0{,}93 = 0{,}07$$

$$F(x)_{zima} = 1 - 0{,}84 = 0{,}16$$

V provozu je 20 vozidel, tj. celkem N = 40 ks žárovek. Týdenní spotřebu vypočteme:

$$n_{leto} = F(x)_{leto} \cdot N = 0{,}07 \cdot 40 = 2{,}8 \cong 3\ ks$$

$$n_{zima} = F(x)_{zima} \cdot N = 0{,}16 \cdot 40 = 6{,}4 \cong 6\ ks$$

V letním období lze očekávat poruchu 3 ks žárovek, v zimním 6 ks žárovek za týden.

♦

3.3 Odhad parametrů zákona rozdělení pravděpodobnosti

Čas ke studiu: 2,5 hodiny

Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět:

- provést odhad parametrů dvouparametrického Weibullova rozdělení spojité náhodné veličiny metodou lineární regrese,
- popsat postup odhadu parametrů normálního rozdělení spojité náhodné veličiny, konkrétně určit tyto parametry.

Výklad

Informace o spolehlivostních charakteristikách výrobků a systémů získáváme v praxi z konečného počtu pozorovaných jevů náhodné proměnné $\boldsymbol{T}$. Pozorované jevy tvoří náhodný výběr, který má empirickou charakteristiku. Z empirické charakteristiky tvoříme odhad teoretické charakteristiky, tedy modelu, který dobře reprezentuje empiricky zjištěná data. V zásadě se používají dvě metody:

Parametrická metoda předpokládá znalost zákona rozdělení distribuční funkce $\boldsymbol{F(t)}$ náhodné veličiny $\boldsymbol{t}$. Distribuční funkce je určena hodnotou jednoho nebo více parametrů podle typu rozdělení, parametry se vypočítají z pozorování $\boldsymbol{n}$ jevů. Výpočtem určíme bodový odhad parametrů rozdělení, odhad se použije pro dosazení do vztahů určujících ukazatele spolehlivosti. Bodový odhad, označovaný ***BOP***, je zatížen chybou, velikost této chyby se zmenšuje s rostoucím počtem $\boldsymbol{n}$ pozorovaných jevů. Při malém počtu pozorovaných jevů je nutné bodový odhad rozšířit na intervalový odhad, ve kterém odhadovaný parametr leží.

Neparametrická metoda vychází z předpokladu, že není znám konkrétní typ rozdělení distribuční funkce $\boldsymbol{F(t)}$ náhodné proměnné $\boldsymbol{T}$. Odhad ukazatelů spolehlivosti vychází ze zkušebního plánu zkoušky spolehlivosti.

Odhad parametru exponenciálního rozdělení $\boldsymbol{Ex(\lambda)}$ byl ukázán v příkladu 3.1, a proto se jím dále nebudeme zabývat. U dalších rozdělení, ve kterých vystupují dva parametry, je nutné použít jiné postupy. Tyto budou ukázány na příkladu Weibullova rozdělení, kde k odhadu parametrů využijeme lineární regrese, u normálního rozdělení použijeme metodu maximální věrohodnosti.

Odhad parametrů Weibullova rozdělení

Odhad lze provést dvěma metodami:

- **Grafickou metodou.**
- **Analytickou metodou.**

Grafická metoda umožňuje stanovit odhad parametrů zákona rozdělení při současném testování, zda je tento zákon rozdělení vhodný jako aproximace experimentálně získaných údajů. Logaritmováním rovnice (3.10) získáme vztah:

$$\log \lambda(t) = (m-1) \cdot \log t + \log(\frac{m}{t_0}) \tag{3.24}$$

Na logaritmický papír (log – log) se vynesou vypočítané hodnoty $\boldsymbol{\lambda_i(t)}$**,** body se proloží přímka. Směrnice přímky určuje odhad ***(m-1),*** úsek na ose pořadnic odhad poměru m/t_0. Pokud budou v grafu odchylky jednotlivých bodů $\boldsymbol{\lambda_i(t)}$ od přímky dosti malé, můžeme považovat Weibullovo dvouparametrické rozdělení za vyhovující aproximaci. Vhodnost modelu je nutné ověřit testem dobré shody. Podrobný postup lze nalézt v [Stuchlý, 1993].

Analytická metoda:

Využívá techniky proložení empirických dat přímkou metodou nejmenších čtverců, a je dobře realizovatelná s použitím tabulkového procesoru. Výklad metody bude proveden ve třech krocích:

1. úprava distribuční funkce ***F(t)*** a následná substituce rovnicí přímky,
2. stanovení parametrů rovnice přímky proložením empirických dat metodou nejmenších čtverců,
3. odhad parametrů ***W2p*** modelu zpětnou transformací.

1. krok:

Distribuční funkce ***W2p*** rozdělení je dána (3.8), cílem naznačených úprav je získat tvar vhodný k zavedení substituce rovnicí přímky:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{t_0}\right)^m\right]$$

$$1 - F(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{t_0}\right)^m\right]$$

$$\ln(1 - F(t)) = -\left(\frac{t}{t_0}\right)^m$$

Srovnej s rovnicí přímky

$$\ln(-\ln(1 - F(t))) = m \cdot \ln t - m \cdot \ln t_0 \qquad y = k \cdot x + q$$

Zavedeme substituce:

$$y = \ln(-\ln(1 - F(t))) \tag{3.25}$$

$$k \cdot x = m \cdot \ln t \tag{3.26}$$

$$q = -m \cdot \ln t_0 \tag{3.27}$$

2. krok:

Uspořádáme empirická data do vzestupné řady, kde nejmenší hodnota (nejkratší doba do poruchy) obdrží pořadové číslo 1, druhá hodnota obdrží pořadové číslo 2, až poslední obdrží pořadové číslo ***n***. Pořadové číslo poruchy n_i využijeme k odhadu **mediánového pořadí** $F_i(m)$ dle vztahu:

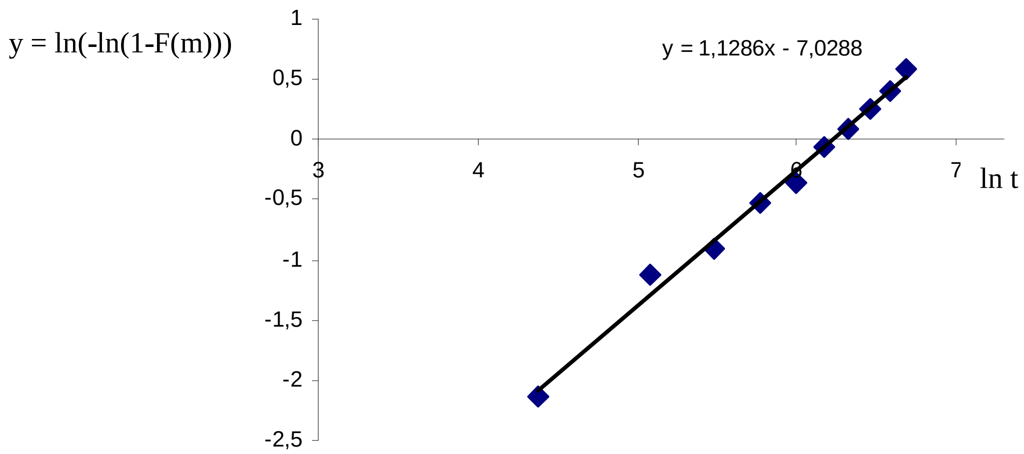
$$F_i(m) = \frac{n_i - 0{,}3}{n + 0{,}4} \qquad \text{i = 1, 2, … n} \tag{3.28}$$

Kde:

$\mathbf{n_i}$ je pořadové číslo poruchy

n – celkový počet poruch

Mediánové pořadí je **nejlepší odhad hodnoty *F(t),*** která vystupuje na pravé straně vztahu (3.25). Nyní vyneseme do grafu dvojice hodnot $\ln t_i$ a y_i , hodnota y_i se vypočítá ze vztahu (3.25). Vzniklými body v grafu proložíme přímku metodou nejmenších čtverců, s výhodou lze pro tuto operaci použít vestavěné funkce tabulkového procesoru (obr. 3.11). Získanou rovnici přímky použijeme k odhadu ***W2p*** rozdělení.



Obr. č. 3.11: Stanovení parametrů rovnice přímky

3. krok:

Rovnici přímky porovnáme se vztahy (3.26 a 3.27). **Směrnice přímky *k*** odpovídá hodnotě **parametru tvaru *m***, parametr měřítka t_0 vypočítáme úpravou vztahu (3.27):

$$q = -m \cdot \ln t_0$$

$$\ln t_0 = -\frac{q}{m}$$

$$t_0 = \exp(-\frac{q}{m}) \qquad (3.29)$$

Příklad 3.3.

Určete analytickou metodou parametry ***W2p*** *rozdělení dvou provedení převodovek. Údaje o poruchách převodovek jsou převzaty z příkladu 2.2.*

Otázka: *Jak uspořádat tabulku hodnot pro sestavení grafu na obr. 3.8?*

Tabulka musí obsahovat hodnoty potřebné k sestavení grafu na obrázku č. 3.11, tedy dvojici hodnot Y_i a $\ln(t_i)$.

Vzorový výpočet 1. řádek, převodovka A, doba do poruchy t_1=125 (hod):

$$F_1(m) = \frac{n_i - 0{,}3}{n + 0{,}4} = \frac{1 - 0{,}3}{10 + 0{,}4} = 0{,}067$$

$$y_1 = \ln(-\ln(1 - F_1(m)))$$
$$y_1 = \ln(-\ln(1 - 0{,}067)) = -2{,}664$$
$$\ln t_1 = \ln(125) = 4{,}828$$

Tab. 3.2: Hodnoty pro sestavení grafu – lineární regrese

Převodovka provedení A					Převodovka provedení B				
P.č.	Doba do poruchy ti (hod)	Odhad F(m)	yi	ln ti	P.č.	Doba do poruchy ti (hod)	Odhad F(m)	yi	ln ti
1	125	0,067	-2,664	4,828	1	120	0,067	-2,664	4,787
2	140	0,163	-1,723	4,942	2	155	0,163	-1,723	5,043
3	215	0,260	-1,202	5,371	3	324	0,260	-1,202	5,781
4	250	0,356	-0,822	5,521	4	391	0,356	-0,822	5,969
5	260	0,452	-0,509	5,561	5	415	0,452	-0,509	6,028
6	316	0,548	-0,230	5,756	6	425	0,548	-0,230	6,052
7	520	0,644	0,033	6,254	7	500	0,644	0,033	6,215
8	865	0,740	0,299	6,763	8	520	0,740	0,299	6,254
9	990	0,837	0,594	6,898	9	530	0,837	0,594	6,273
10	1150	0,933	0,993	7,048	10	585	0,933	0,993	6,372

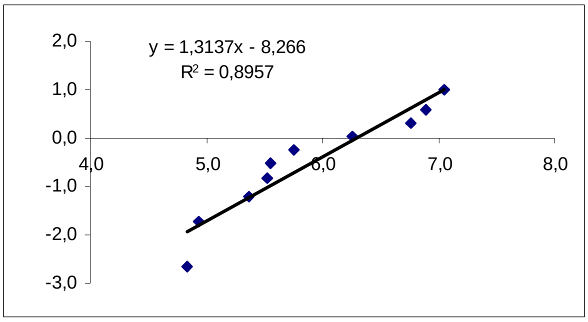
Sestavíme **bodový graf X - Y**:

osa X: - vyneseny hodnoty ln t_i z tabulky

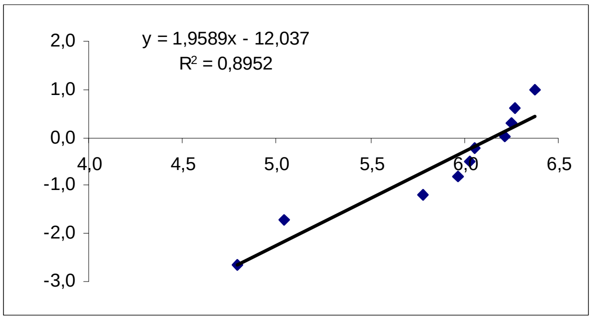
osa Y: - vyneseme hodnoty y_i z tabulky

V grafu označíme datovou řadu (prostředí Excel), zvolíme „přidat spojnici trendu“, typ lineární regrese. V záložce „možnosti“ zvolíme „zobrazit rovnici regrese“ a „zobrazit hodnotu spolehlivosti ***R***“. Získáme hledanou rovnici přímky, kterou porovnáme ze vztahy (3.26 a 3.27). Situace je na obrázku 3.12.

Převodovka A



Převodovka B



Obr. č. 3.12: Parametry rovnice přímky

Převodovka A

Parametr tvaru m:

y = 1,313x $\rightarrow$ $m = 1{,}31$

Parametr měřítka to:

$$t_0 = \exp(-\frac{q}{m}) = \exp(\frac{8{,}266}{1{,}31}) = 580\,(hod)$$

Převodovka B

Parametr tvaru m:

y = 1,958x $\rightarrow$ $m = 1{,}96$

Parametr měřítka to:

$$t_0 = \exp(-\frac{q}{m}) = \exp(\frac{12{,}037}{1{,}96}) = 512\,(hod)$$

Poznámka:

Hodnota $\boldsymbol{R^2}$ - koeficient determinace, porovnává skutečné hodnoty ***y*** a jejich odhady. Nabývá hodnot od 0 do 1, pokud je roven 1, existuje v tomto vzorku dokonalá korelace, tj. mezi odhadem a skutečnými hodnotami ***y*** není žádný rozdíl. Pokud je koeficient determinace roven nule, znamená to, že regresní rovnice nedokáže předpovídat hodnoty ***y***. V uvedeném příkladu je zřejmé, že kvalita proložení empirických dat teoretickým modelem je na dobré úrovni.

Závěr:

Metodou lineární regrese jsme stanovili parametry W2p rozdělení.

Převodovka provedení A má odhad parametrů W2p rozdělení: m = 1,31 a t_0 = 580 (hod).

Převodovka provedení B má odhad parametrů W2p rozdělení: m = 1,96 a t_0 = 512 (hod).

♦

Odhad parametrů normálního rozdělení

Odhad parametrů normálního rozdělení je proveden metodou **maximální věrohodnosti**. Uvažujme, že data $\boldsymbol{x_i}$, kde i = 1, 2, .. n jsou získána ze zkoušek spolehlivosti a jsou výsledkem opakovaných, nezávislých experimentů. Lze tvrdit, že ze všech možných realizací náhodné veličiny (realizace – výsledek zkoušky) obdržíme hodnoty nejpravděpodobnější, a na tomto tvrzení je založena metoda odhadu parametrů s maximální věrohodností. Naznačme postup řešení.

Hustota pravděpodobnosti n-tice realizací $\boldsymbol{x_i}$ je dána průnikem pravděpodobností nastoupení jevu. Tomu odpovídá s uvážením vztahu (3.12):

$$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\right)^n e^{-\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{3.30}$$

$$\ln f(x_1, x_2, \ldots x_n) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi\sigma^2) - \sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2} \tag{3.31}$$

Parametry rozdělení μ a σ^2 chápeme jako proměnnou a hledáme maximum pravděpodobnosti vztahu (3.31) jako lokální extrém. Protože ve vztahu vystupují dva parametry, provedeme parciální derivaci podle μ a σ^2 a získáme tak dvě rovnice:

$$\frac{\partial}{\partial\mu}\ln f(x_1, x_2, \ldots x_n) = \sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2} = 0 \qquad i = 1,2 .. n \tag{3.32}$$

$$\frac{\partial}{\partial\sigma^2}\ln f(x_1, x_2, \ldots x_n) = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 = 0 \tag{3.33}$$

Řešením rovnic obdržíme:

$$\overline{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{3.34}$$

$$\overline{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{\mu})^2 \tag{3.35}$$

Je zřejmé, že aritmetický průměr (3.34) je nejlepší **odhad střední hodnoty** normálního rozdělení určený podle principu maximální věrohodnosti, podobně vztah (3.35) je nejlepší **odhad rozptylu**.

Konkrétní řešení realizujeme ve dvou krocích. Nejprve odhadneme střední hodnotu rozdělení, v druhém kroku provedeme odhad rozptylu.

3.4 Spolehlivost neobnovovaných soustav

Čas ke studiu: 2 hodiny

Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět:

- popsat vliv sériového řazení prvků na bezporuchovost soustavy, určit vztah pro bezporuchovost soustavy,
- popsat vliv paralelního řazení prvků na bezporuchovost soustavy, určit vztah pro bezporuchovost soustavy,
- použít postup pro výpočet soustav s kombinovaným uspořádáním prvků, určit bezporuchovost různě uspořádaných soustav.

Výklad

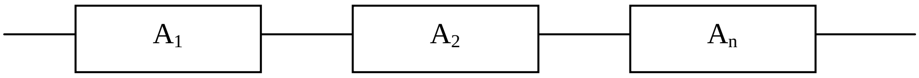
Spolehlivost soustavy je obecně závislá na spolehlivosti prvků soustavy a způsobu jejich zapojení. Předpokládá se, že každý prvek i celá soustava se mohou nacházet vždy v jednom ze dvou stavů: v bezporuchovém stavu nebo ve stavu poruchy. Rozklad soustavy na prvky vede k popisu činnosti vyjádřené blokovým schématem, které odpovídá logické struktuře soustavy. Většina strojírenských výrobků má obvykle prvky řazené v sérii i paralelně – jde tedy z hlediska spolehlivosti o smíšené zapojení.

Zjišťovat a hodnotit bezporuchovost soustav lze v zásadě dvěma základními metodami, rozdíl spočívá ve způsobu získávání vstupních údajů. Při prvním způsobu musí být k dispozici spolehlivostní údaje prvků, z nichž lze vypočítat spolehlivostní charakteristiky celé soustavy. Při druhém způsobu se hodnotí při zkouškách soustava jako celek a ze získaných podkladů lze při úpravě metodiky získat údaje o jednotlivých prvcích.

Jsou-li známy spolehlivostní charakteristiky tvořících prvků, jsou rozdíly ve způsobu stanovení charakteristik bezporuchovosti soustavy určeny tím, zda jde o sériovou, paralelní nebo smíšenou soustavu. Základní číselnou charakteristikou je pravděpodobnost bezporuchového provozu soustavy a pravděpodobnost poruchy, popř. charakteristiky odvozené.

Sériová soustava

Bezporuchový stav soustavy s prvky spojenými v sérii nastane pouze při bezporuchovém stavu všech prvků. Sériovým spojením se rozumí logické funkční uspořádání prvků, skutečné uspořádání prvků může být libovolné. Blokové schéma soustavy se sériovým spojením je na obr. č. 3.13. Bloky odpovídají prvkům, mezi vstupem a výstupem existuje pouze jedno spojení procházející všemi bloky.



Obr. č. 3.13: Řazení prvků sériové soustavy

Porucha sériové soustavy nastane, je – li v poruše některý z jejích prvků, bezporuchový stav sériové soustavy nastane pouze tehdy, budou-li v bezporuchovém stavu všechny prvky. Této podmínce odpovídá průnik jevů bezporuchovosti *n* prvků soustavy:

$$R(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \dots R_n(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) \qquad \text{i = 1, 2, 3 .., n} \qquad (3.36)$$

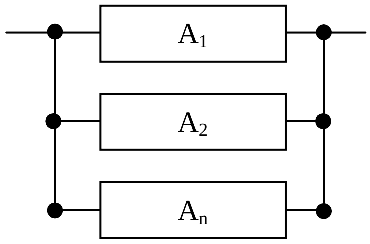
Pravděpodobnost bezporuchového provozu sériové soustavy ***R(t)*** je dána součinem hodnot ***$R_i(t)$*** všech ***n*** prvků soustavy**.** Protože jde o součin čísel menších než jedna, platí, že výsledná pravděpodobnost bezporuchového provozu soustavy je vždy horší než bezporuchovost nejméně spolehlivého prvku. Pravděpodobnost bezporuchového provozu sériové soustavy ***R(t)*** se **snižuje s rostoucím počtem prvků** a zvyšuje se s růstem spolehlivosti prvků.

Paralelní soustava

U paralelní soustavy jsou prvky spojeny paralelně a každým z nich prochází jedno spojení mezi vstupem a výstupem obr.č. 3.14. Porucha celé paralelní soustavy nastane v případě, že se poškodí všechny tvořící prvky. Všechny prvky jsou z hlediska vzniku **poruch navzájem nezávislé**. Pravděpodobnost poruchy paralelní soustavy ***R(t)*** v době provozu ***t*** se rovná součinu pravděpodobnosti poruchy ***$F_i(t)$*** všech ***n*** tvořících prvků:

$$F(t) = F_1(t) \cdot F_2(t) \dots F_n(t) = \prod_{i=1}^{n} F_{(i)}(t) \qquad \text{i = 1, 2, 3 .., n} \qquad (3.37)$$

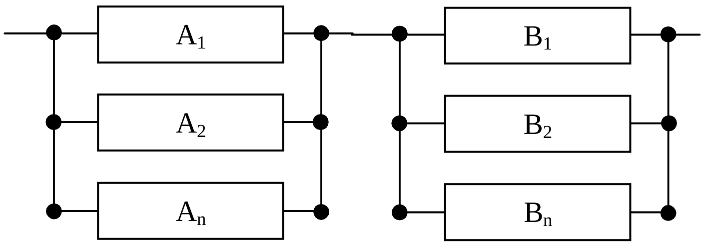
U paralelní soustavy platí, že pravděpodobnost jejího bezporuchového provozu ***R(t)*** je vyšší než obdobná hodnota ***Ri(t)*** nejspolehlivějšího prvku, s **růstem počtu** paralelních prvků se bezporuchovost ***R(t)*** soustavy stále zvyšuje.



Obr. č. 3.14: Řazení prvků paralelní soustavy

❑ Kombinované soustavy

V kombinované soustavě jsou prvky řazené sériově i paralelně. Při výpočtu pravděpodobnosti bezporuchového provozu kombinované soustavy se používá postup vycházející z řešení obou základních soustav – sériové i paralelní.



Obr. č. 3.15: Příklad řazení prvků smíšené soustavy

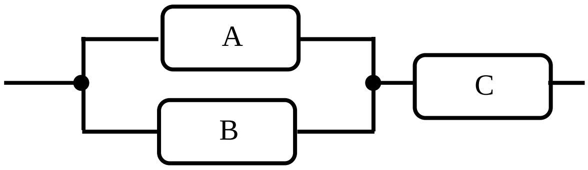
Obecný postup řešení:

- stanoví se charakteristiky zálohovaných prvků ***R(t)*** a ***F(t)*** z charakteristik jejich tvořících prvků postupem obvyklým pro **paralelní soustavy**,
- řešení celé kombinované soustavy se provede pomocí charakteristik nezálohovaných prvků ***R(t)*** postupem obvyklým pro **sériové soustavy**.

Zvláštní skupinu tvoří soustavy, u kterých je pro bezporuchový stav soustavy nutný bezporuchový stav určitého počtu prvků a nezáleží na tom, které to jsou. Takovou soustavu představuje například ocelové lano, ve kterém musí zůstat neporušen určitý počet drátů, aby lano bylo schopno přenést určitou sílu bez přetržení.

Příklad 3.4.

Prvky soustavy mají exponenciální rozdělení doby do poruchy, popsané distribuční funkcí dle vztahu (3.2). Uspořádání soustavy je na obr. č. 3.16. Určete průběh bezporuchovosti soustavy, sestavte graf průběhu bezporuchovosti celé soustavy ***R(t)*** *a objektů v závislosti na čase.*



Obr. č. 3.16: Uspořádání soustavy

Vstupní parametry bezporuchovosti prvků soustavy:

$$\lambda_A = 0{,}04\,(1/hod)$$
$$\lambda_B = 0{,}04\,(1/hod)$$
$$\lambda_C = 0{,}005\,(1/hod)$$

Otázka: *Jak provést redukci soustavy z kombinovaného na sériové uspořádání?*

Řešení soustavy se provede nahrazením objektů ***A*** a ***B*** s paralelním uspořádáním jedním objektem ***(AB)***, a dále výpočtem sériové soustavy složené z objektů ***(AB)*** a ***C***. Průběh pravděpodobnosti poruchy ***F(t)*** objektu ***(AB)*** se stanoví s využitím vztahu (3.37), soustavy složené z objektů ***(AB)*** a ***C*** s využitím (3.36).

Výpočet paralelně uspořádaných objektů A a B (3.37):

$$F_{ab}(t) = F_a(t) \cdot F_b(t)$$
$$R_{ab}(t) = 1 - (F_a(t) \cdot F_b(t))$$

Výpočet sériové soustavy složené z objektů (AB) a C provedeme dle (3.36):

$$R_{abc}(t) = R_{ab}(t) \cdot R_c(t)$$
$$R_{abc}(t) = (1 - (F_a(t) \cdot F_b(t))) \cdot R_c(t)$$

Dosazením vztahu (3.2) popisující exponenciální rozdělení doby do poruchy objektů A,B,C obdržíme:

$$R_{ab}(t) = 1 - ((1 - \exp(-\lambda_a \cdot t)) \cdot (1 - \exp(-\lambda_b \cdot t)))$$

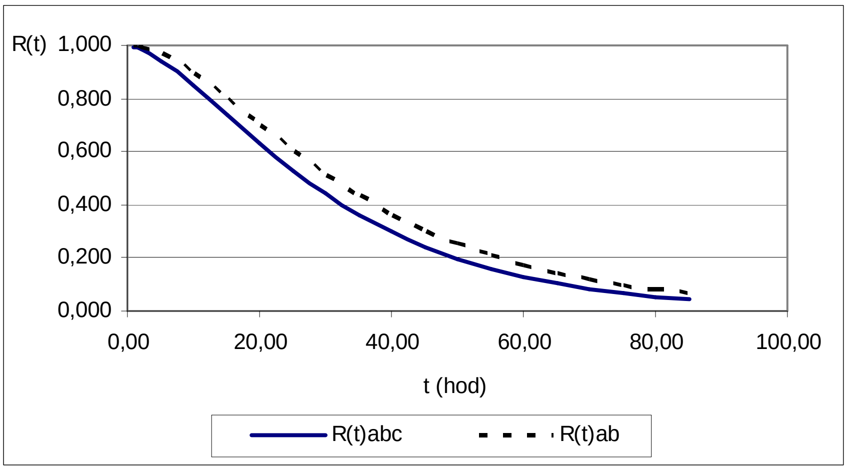
$$R_{abc}(t) = 1 - (1 - ((1 - \exp(-\lambda_a \cdot t)) \cdot (1 - \exp(-\lambda_b \cdot t))) \cdot \exp(-\lambda_c \cdot t)$$

Dosazením konkrétních hodnot intenzity poruch objektů A,B,C: sestavíme tabulku hodnot pro sestavení grafu:

Tab. 3.3: Hodnoty pro sestavení grafu – bezporuchovost soustavy

t (hod)	F(t)a	F(t)ab	R(t)ab	R(t)c	R(t)abc
1,00	0,039	0,002	0,998	0,995	0,993
2,00	0,077	0,006	0,994	0,990	0,984
5,00	0,181	0,033	0,967	0,975	0,943
10,00	0,330	0,109	0,891	0,951	0,848
15,00	0,451	0,204	0,796	0,928	0,739
20,00	0,551	0,303	0,697	0,905	0,630
25,00	0,632	0,400	0,600	0,882	0,530
30,00	0,699	0,488	0,512	0,861	0,440
35,00	0,753	0,568	0,432	0,839	0,363
40,00	0,798	0,637	0,363	0,819	0,297
45,00	0,835	0,697	0,303	0,799	0,242
50,00	0,865	0,748	0,252	0,779	0,197
55,00	0,889	0,791	0,209	0,760	0,159
60,00	0,909	0,827	0,173	0,741	0,128
65,00	0,926	0,857	0,143	0,723	0,103
70,00	0,939	0,882	0,118	0,705	0,083
75,00	0,950	0,903	0,097	0,687	0,067
80,00	0,959	0,920	0,080	0,670	0,054
85,00	0,967	0,934	0,066	0,654	0,043

Průběh bezporuchovosti ***R(t)*** zobrazíme v závislosti na době provozu soustavy (obr. č. 3.17).



Obr. č. 3.17: Průběh bezporuchovosti R(t) soustavy

Závěr:

Z průběhu bezporuchovosti ***R(t)*** je patrný vliv sériově řazeného objektu ***C***. Objekt ***C*** má o řád nižší intenzitu poruch než objekty ***A*** a ***B***, přesto jako sériově řazený objekt značně snižuje bezporuchovost celé soustavy.

♦

Σ Shrnutí kapitoly

Exponenciální rozdělení spojité náhodné veličiny má konstantní průběh intenzity poruch, a proto se využívá pro popis bezporuchovosti v období normálního provozu vozidla.

Weibullovo rozdělení spojité náhodné veličiny je vhodné pro popis bezporuchovosti strojních soustav pro svoji variabilitu. Změnou parametru tvaru lze tímto rozdělením nahradit některá další rozdělení. Odhad parametrů tohoto rozdělení je možné provést metodou **lineární regrese**.

Pro diskrétní náhodnou veličinu se v oblasti spolehlivosti využívá **binomické rozdělení** a **Poissonovo rozdělení**. Používají se k popisu počtu výskytů náhodných jevů (např. poruch).

Bezporuchovost **sériové soustavy** je vždy horší než bezporuchovost nejméně spolehlivého prvku. Bezporuchovost **paralelní soustavy** je vždy lepší než bezporuchovost nejspolehlivějšího prvku.

Kontrolní otázky

3.1. Jak jsou popsány a jaký mají průběh spojitá a diskrétní rozdělení pravděpodobnosti?

- exponenciální rozdělení
- Weibullovo rozdělení
- normální rozdělení
- binomické rozdělení
- Poissonovo rozdělení

3.2. Jak lze provést odhad parametrů Weibullova rozdělení metodou lineární regrese?

3.3. Jaký je princip odhadu parametrů normálního rozdělení metodou maximální věrohodnosti?

3.4. Jak vypočítat bezporuchovost sériové soustavy?

3.5. Jak vypočítat bezporuchovost paralelní soustavy?

3.6. Jak vypočítat bezporuchovost kombinované soustavy?

Úkoly k řešení

3.7. Bylo zkoušeno 15 výrobků, dokud se všechny neporouchaly. Doby do poruchy *(h)* mají exponenciální rozdělení. Metodou lineární regrese byla zjištěna rovnice přímky

$y = 0{,}000562.x$

Určete parametr rozdělení λ (h^{-1}) a střední dobu do poruchy T_S (h). Určete, kolik výrobků bylo porouchaných po době 900 h.

3.8. Bylo zkoušeno 120 výrobků, dokud se všechny neporouchaly. Doby do poruchy (h) mají exponenciální rozdělení. Akumulovaná pracovní doba činila 61 000 h.

Určete parametr rozdělení λ *(h^{-1})* a medián. Vypočtěte, kolik výrobků bude porouchaných po uplynutí střední doby do poruchy T_S *(h)*.

3.9. Určete kilometrický proběh vozidel mezi údržbou, je-li požadována minimální bezporuchovost vozidel $R(l) = 0{,}9$.

Kilometrické proběhy mezi poruchami vozidel mají Weibullovo rozdělení (W2p) s parametry: $m = 1{,}6;\ l_0 = 3\ 727\ km$.

3.10. U vozidel byla experimentem zjištěna z kilometrických proběhů mezi poruchami s Weibullovým rozdělením (W2p) přímka lineární regrese ve tvaru:

$y = 2{,}182.x - 25{,}756$

Určete parametry rozdělení m, l_0 *(km)*. Budou vozidla vyhovovat požadavku minimální bezporuchovosti $R(l) = 0{,}95$, je-li prováděna údržba po proběhu 30 000 km?

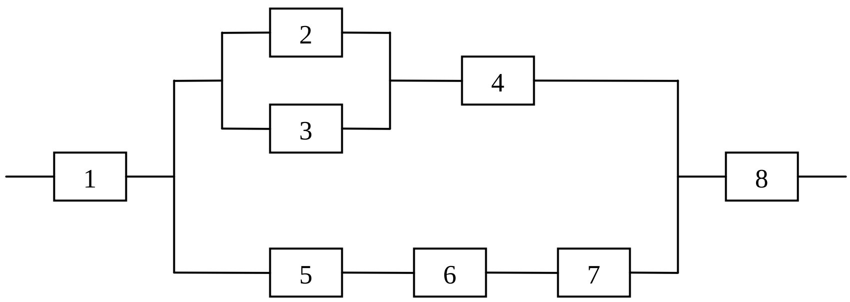
3.11. U skupiny 60 vozidel dochází k poruše klínového řemenu s intenzitou $1/9000\ km^{-1}$. Vozidla jsou v provozu každý den, průměrný denní běh vozidla je 100 km.

Určete počet náhradních klínových řemenů, které musí mít provozovatel vozidel ve skladu během 1 týdne (7 dní).

3.12. Ve flotile 85 autobusů dochází během čtyř týdnů k 16 poruchám termostatu. Autobusy jsou v provozu každý den, průměrně 16 hodin denně.

Určete, jak by se musela změnit střední doba do poruchy termostatu, je-li požadavek, aby počet poruch za období 4 týdnů klesl na polovinu.

3.13. Určete vztah pro výpočet bezporuchovosti soustavy, uvedené na obrázku.

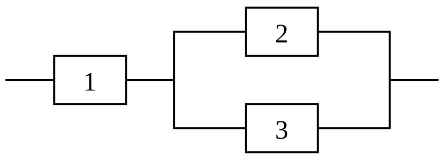


3.14. Zkouškami spolehlivosti byly zjištěny parametry bezporuchovosti dvou prvků s exponenciálním rozdělením dob do poruchy: $\lambda_1 = 0{,}0005\ h^{-1}$; $\lambda_2 = 0{,}001\ h^{-1}$. Prvky jsou v soustavě řazeny sériově.

Určete dobu provozu mezi údržbami, aby bezporuchovost systému neklesla pod $R(t) = 0{,}9$, je-li údržba prvků prováděna společně.

3.15. Ve smíšené soustavě (viz obrázek) jsou 3 prvky, které mají exponenciální rozdělení dob do poruchy. Prvek č. 1 má parametr $\lambda_1 = 0{,}00015\ h^{-1}$, prvky č. 2 a 3 mají shodný parametr $\lambda_2 = \lambda_3 = 0{,}00075\ h^{-1}$. U prvku č. 1 je předepsána obnova po době 200 h.

Navrhněte dobu mezi obnovami prvků č. 2 a 3 tak, aby byla dodržena požadovaná minimální bezporuchovost soustavy $R(t) = 0{,}9$.



Další zdroje

[Barlow, 1996] Barlow, R.E., Proschan, F.: Mathematical Theory of Reliability. Golub, G.H.,Stanfort University. United States of Amerika 1996. ISBN 0-89871-369-2.

[Daněk,1999] Daněk, A. - Široký,J. - Famfulík,J.: Matematické metody obnovy dopravních prostředků, Repronis Ostrava 1999, ISBN 80-86122-41-7.

[Holub, 1992] Holub, R.: Základy spolehlivosti technických systémů, Brno, Vojenská akademie, 1992.

[Novotný, 2002] Novotný R.: Weibullovo rozdělení při analýzách bezporuchovosti. Elektrorevue 2002/17. www.elektrorevue.cz/clanky/02017/

[Stuchlý, 1993] Stuchlý, V.: Teória údržby, VŠDS Žilina, Žilina 1993, ISBN 80-7100-056-6