2. ZÁKLADY TEORIE SPOLEHLIVOSTI

Po úspěšném a aktivním absolvování této KAPITOLY

Budete umět:

- orientovat se v základním matematickém aparátu pro teorii spolehlivosti, tj. v počtu pravděpodobnosti a matematické statistice,
- popsat a určit základní vlastnosti náhodné veličiny, jako rozptyl náhodné veličiny, střední hodnota náhodné veličiny, sestavit histogram četností náhodné veličiny,
- definovat základní charakteristiky náhodné veličiny, mezi něž patří pravděpodobnost, hustota pravděpodobnosti, distribuční funkce, intenzita náhodné veličiny nebo charakteristiky polohy náhodné veličiny,
- využít matematické vztahy pro výpočet hodnot charakteristik náhodné veličiny, orientovat se v jejich vzájemných souvislostech.

Budete umět

Požadavky na vozidla a jejich systémy jsou obecně vyjádřeny jako jakostní parametry. Kromě požadavků na funkční vlastnosti musí mít vozidla a jejich systémy schopnost vykonávat své funkce za daných provozních podmínek po stanovenou dobu. Vzniká tak požadavek na jejich spolehlivost.

Matematickým základem teorie spolehlivosti je počet pravděpodobnosti a matematická statistika. Tyto nástroje jsou potřebné k popisu a analýze náhodných jevů a procesů odpovídajících procesu poruch a obnov. Inherentní spolehlivost výrobku nebo systému je zásadně ovlivněna volbou koncepce, funkčních principů a prostředků pro realizaci, tedy rozhodnutími provedenými v prvních fázích života výrobku. V dalších etapách bývá zlepšení spolehlivosti obtížné a nákladné, proto je nutné seznámit se alespoň se základy teorie spolehlivosti a vlastnostmi náhodných veličin.

Průvodce studiem

Jak jsme se seznámili v předchozí kapitole, spolehlivost nelze měřit žádným měřicím přístrojem. Pro popis spolehlivosti proto musíme využít kvantitativních charakteristik, vycházejících z teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky. Není ovšem nutné se obávat studia následujících kapitol. S touto problematikou se seznámíme pouze v míře nezbytně nutné, přehlednou formou, doplněnou mnoha příklady, na kterých uvidíme praktickou aplikaci na první pohled složitých matematických vztahů.

2.1 Vlastnosti náhodné veličiny

Čas ke studiu: 3 hodiny

Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět:

- definovat náhodný jev a pravděpodobnost jeho nastoupení v kontextu dalších možných druhů jevů,
- popsat a znázornit stochastický charakter náhodné veličiny s využitím jejího rozptylu,
- určit a vypočítat střední hodnotu náhodné veličiny,
- interpretovat, popsat postup a pravidla a sestavit histogram četnosti náhodné veličiny.

Výklad

Experimentální stanovení životnosti a spolehlivosti se provádí zkouškami spolehlivosti. Při první z nich se zjišťuje délka technického života, tedy pouze jediný údaj, při druhé i další ukazatele spolehlivosti. Praktické provádění těchto zkoušek je u vozidel spojeno se značnými obtížemi. Doba zkoušení může být velmi dlouhá, a tím i nákladná. Vzhledem k ceně vozidel (zejména železničních) je zkouška končící znehodnocením vozidla nemyslitelná.

Stanovení spolehlivosti z údajů o provozu vozidel je často používaná metoda. Komplexní vedení záznamů o všech poruchách, jejich příčinách, o době provozu a údržby, jsou předpokladem pro získávání použitelných údajů. Je proto nutné budovat v provozu informační systémy zaměřené na získávání údajů, které je možné využít pro další práci v oblasti spolehlivosti.

❑ Náhodný jev

Zákonitost každého fyzikálního procesu je funkcí komplexu podmínek, při kterých pokus probíhá [Holub, 1992]. Ve spolehlivosti budeme pod tímto pojmem rozumět provedení technického experimentu, jehož výsledek označíme jako jev (vznik poruchy, ukončení opravy, apod.).

V podstatě existují čtyři druhy jevů:

- **Jisté** – při dodržení stejného komplexu podmínek i při opakované realizaci nastane jev vždy.
- **Nemožné** – při dodržení stejného komplexu podmínek i při opakované realizaci jev nenastane nikdy.
- **Náhodné** – v závislosti na náhodě, při dodržení stejného komplexu podmínek i při opakované realizaci jev může, ale i nemusí nastat. Jev tedy nastává s pravděpodobností, a to konstantní nebo proměnnou.
- **Chaotické** – nepatří mezi žádnou z výše uvedených kategorií, těmito jevy se dále nezabýváme. V případě výskytu tohoto velmi složitého jevu se používají jiné přístupy, např. expertní metody.

Kvantitativní mírou možnosti výskytu jevu je pravděpodobnost jeho nastoupení při opakovaných realizacích (pokusech, experimentech). Je zřejmé, že pravděpodobnost nastoupení jevu:

- Jistého je rovna jedné: $\mathbf{P(A) = 1}$
- Nemožného je rovna nule: $\mathbf{P(A) = 0}$
- Náhodného je v intervalu: $\mathbf{0 \leq P(A) \leq 1}$
- Chaotického nelze dopředu stanovit.

Předmětem zkoumání spolehlivosti jsou náhodné jevy, které jsou výsledkem opakovaných realizací a vznikají s určitou, odhadnutelnou pravděpodobností. Podmínky realizace experimentu musí být stálé, definované, protože jejich změna v průběhu experimentu (rozšíření, zúžení) se projeví:

- Změnou pravděpodobnosti nastoupení jevu.
- Změnou posuzování zkoumaného jevu.

Tím se může náhodný jev stát jevem jistým nebo nemožným a naopak. Zákonitosti, kterých výsledkem je náhodný jev, jsou zákonitosti stochastické.

K číselnému vyjádření ukazatelů spolehlivosti výrobků (vozidel), musíme mít informace o vhodně volených a měřitelných veličinách, např. kilometrický proběh vozidla při vzniku poruchy, počet cyklů do vzniku lomu součásti, doba trvání opravy apod. V závislosti na těchto veličinách – výkonovém parametru, vyjadřujeme počet výskytu jevů a vzhledem k náhodné povaze jevů používáme nástroje a pojmy známé z teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky. K popisu můžeme použít:

P(A) – pravděpodobnost nastoupení jevu ***A***,

F(t) – distribuční funkce pravděpodobnosti náhodné veličiny ***t***,

f(t) – hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny ***t***,

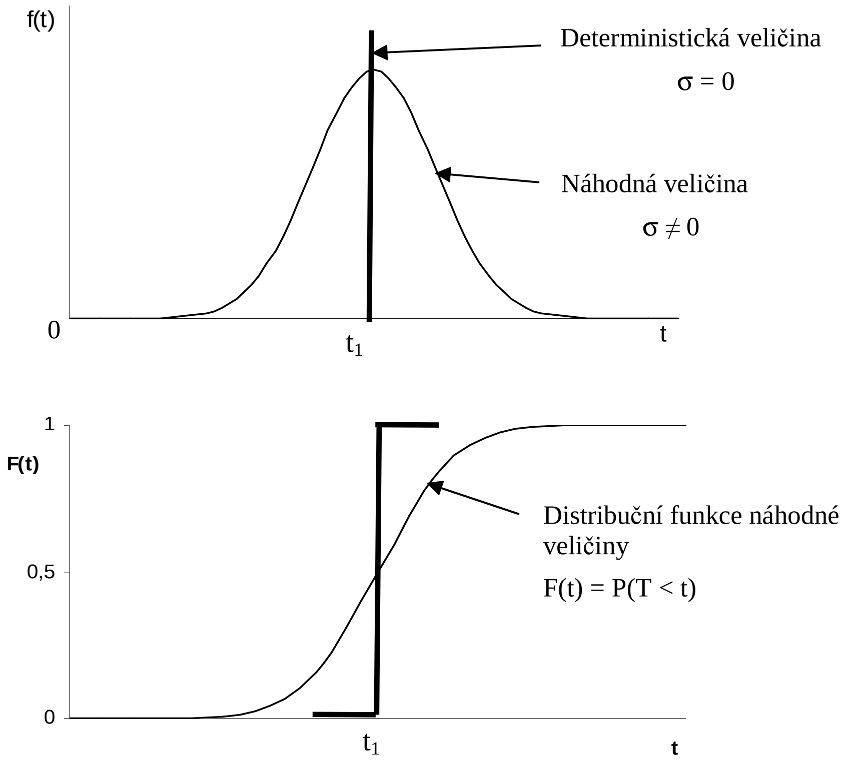
E(t) – střední (očekávaná) hodnota náhodné veličiny ***t***.

Je nutné si uvědomit, že každý, kdo pracuje s těmito veličinami, se neobejde bez hlubšího poznání stochastických zákonitostí, které se k jejich popisu používají.

Rozptyl náhodné veličiny

Při zkouškách spolehlivosti sledujeme četnost nastoupení jevů v závislosti na měřitelných jednotkách (čas, km proběh, počet cyklů). Tyto znaky charakterizují zkoušenou vlastnost a při nezměněných podmínkách zkoušení se při opakování experimentu (zkoušky) náhodně mění ve značně širokém rozmezí. Proměnlivost je ovlivněna mnoha činiteli (mnohdy nepoznatelnými), a z toho vyplývá nemožnost deterministického určení okamžiku nástupu jevu. Nemůžeme například tvrdit, že k poruše žárovky dojde vždy přesně po 100 hodinách svícení, podvozek vozidla se porouchá přesně po ujetí 1000 km. Deterministické veličiny, např. bod varu vody, nemají prakticky žádný rozptyl, **náhodné veličiny mají vždy rozptyl** (obr. č. 2.1).

Pokud by rozptyl neexistoval, problematika spolehlivosti by se značně zjednodušila. Stačilo by vyzkoušet jediné vozidlo a závěry ze zkoušky by platily pro celý soubor (výrobní sérii) vozidel. Bohužel, takto postupovat nelze, je nutné vždy provést jistý počet zkoušek a výsledky zobecnit na celou populaci výrobků.



Obr. č. 2.1: Rozptyl náhodné veličiny

Kde:

σ je rozptyl náhodné veličiny
t_1 - očekávaná (odhadnutá) střední hodnota náhodné veličiny,
T - náhodná veličina,
t - časová proměnná.

❑ Střední hodnota náhodné veličiny

Problematiku posuzování vlastností náhodné veličiny pomocí střední hodnoty do jisté míry naznačují následující dva příklady.

Příklad 2.1.

*Při házení symetrickou mincí může padnout pouze líc nebo rub mince (jevy A, B). Je evidentní, že pravděpodobnost nastoupení obou jevů je 50% a tato pravděpodobnost je dána „a priori“, nemění se s počtem hodů. Bylo by proto možné očekávat, že při deseti hodech 5x nastane jev **A**, pětkrát jev **B.** Ve skutečnosti je málo pravděpodobné, že obdržíme takovýto výsledek, skutečný výsledek bude např. 6xA, 4xB. Bylo by ale chybné z jedné série 10 hodů učinit závěr, že pravděpodobnost nastoupení jevu A je jiná než 50% jenom proto, že pokus dopadl jak je uvedeno. Jestliže budeme pokus s mincí opakovat* *znovu a znovu, souhrnné výsledky pokusů se budou čím dál více blížit k té „správné" (50%) pravděpodobnosti.*

Ve spolehlivosti nemůžeme provést mnoho a mnoho zkoušek, vždy jsme nějak omezeni, například ekonomickými hranicemi. Výsledek zkoušek, např. určení střední doby do poruchy, není nikdy dán „a priori" a z omezeného počtu zkoušek nemůžeme nikdy říci „přesný" výsledek. Jediné co můžeme provést, je odhad výsledku, např. odhad střední doby do poruchy. Náš odhad může být nižší, vyšší nebo může být i velmi blízko skutečné hodnotě, to ovšem nemůžeme vědět. Odhady získané z malého počtu hodnot je nutné posuzovat opatrně.

Správná pravděpodobnost: (True probability)	Příklad: 1/2 u mince, 1/6 u hrací kostky
Odhad pravděpodobnosti: (Estimate)	Příklad: 0,49 u mince při 100 pokusech

♦

Příklad 2.2.

Máme vzájemně porovnat dvě konstrukční provedení převodovky pro silniční vozidlo. Z každého provedení bylo zkoušeno 10 ks převodovek, cílem je zjistit průměrnou hodnotu doby do první poruchy. Výsledky zkoušek jsou uvedeny v Tab. 2.1.

Otázka: *Které provedení převodovky se jeví jako spolehlivější?*

$$T_s = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i \qquad (2.1)$$

Průměrnou dobu do první poruchy vypočítáme dle vztahu (2.1).

Kde:

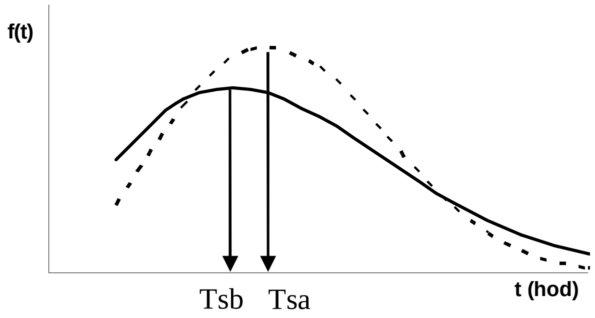
$\mathbf{t_i}$ je doba do poruchy i – té převodovky (hod),

n - počet výskytu jevů, tj. poruch.

Tab. 2.1: Doba do 1. poruchy v hodinách

P.č.	Převodovka typ A	Převodovka typ B
1	125	120
2	140	155
3	215	324
4	250	391
5	260	415
6	316	425
7	520	500
8	865	520
9	990	530
10	1150	585
	Ts = 483	Ts = 397

f(t) – hustota pravděpodobnosti
Tsa – odhad střední doby do 1. poruchy, typ ***A*** (hod)
Tsb – odhad střední doby do 1. poruchy, typ ***B*** (hod)



Obr. č. 2.2: Odhad střední doby do poruchy

Závěr:

Porovnáním odhadů průměrných hodnot ***Ts*** zjistíme, že typ ***A*** se zdá být spolehlivější, než typ ***B***. Avšak z naměřených údajů vyplývá, že 60% převodovek (6ks) se porouchá dříve, než je střední hodnota ***Tsa***. U typu ***B*** se porouchá pouze 40%. Z toho můžeme usoudit, že samotná střední hodnota není vždy nejlepší parametr popisující chování náhodné veličiny.

♦

❑ Histogram četností

Histogram četností je často používaný prostředek pro zobrazení průběhu náhodné veličiny. Používá se ke znázornění rozdělení absolutních nebo relativních četností spojitého znaku, např. doby do poruchy vozidla. Je to sloupcový graf, který lze charakterizovat následovně:

- Sloupce v histogramu jsou vždy vertikální. Jejich výška odpovídá četnosti (absolutní nebo relativní).
- Stupnice na vodorovné ose grafu je vždy ve stejných jednotkách, např. hod.
- Šířka každého sloupce je úměrná šířce třídy posuzované veličiny.

Histogram četností lze u spojitých veličin nahradit funkcí ***f(t)*** – hustotou pravděpodobnosti. Podobně kumulativní histogram četností lze u spojitých veličin nahradit distribuční funkcí ***F(t)***.

Poznámka: Animace grafu histogramu četnosti a hustoty pravděpodobnosti náhodné veličiny je v souboru uloženém v příloze.

Příklad 2.3.

Sledujeme životnost žárovek ve světlometu u parku vozidel a ze zjištěných hodnot máme sestavit histogram četností. Nejkratší doba života žárovky byla t_{min}*= 25 hod, naopak nejdelší* t_{max}*= 1025 hod, celkem je zaznamenáno* ***N*** *= 80 údajů.*

Otázka: *Jak určit šířku třídy pro sestavení histogramu při takto velikém rozpětí hodnot?*

$$\Delta T = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{1 + 3{,}3 \cdot \log N} = \frac{1025 - 25}{1 + 3{,}3 \cdot \log 80} \cong 150\ hod \qquad (2.2)$$

Je výhodné odhadnout přibližnou šířku třídy pomocí empirického vztahu (2.2).

Postup řešení:

Celé toleranční pole hodnot rozdělíme na 7 stejných intervalů – tříd, každá o šířce 150 hod., abychom pokryli celý rozsah zjištěných hodnot. Do každé třídy přiřadíme počet žárovek, které svou skutečnou délkou života (dobou do poruchy) padly do tohoto intervalu. Výsledek pokusu znázorníme tabulkou hodnot a histogramem četností (absolutních a relativních), uvedených na obr. 2.3.

Tab. 2.2: Data pro sestavení histogramu

P.č. třídy	Třída (hod)	Absolutní četnost	Kumulativní absolutní četnost	Relativní četnost	Kumulativní relativní četnost
1	0 - 150	31	31	0,39	0,39
2	300	22	53	0,28	0,67
3	450	13	66	0,16	0,83
4	600	7	73	0,09	0,92
5	750	4	77	0,05	0,97
6	900	2	79	0,03	0,99
7	1050	1	80	0,01	1,00

Relativní a kumulativní relativní četnost stanovíme:

$$X_i = \frac{r_i}{N} \qquad i = 1,2 .. n \qquad (2.3)$$

$$C_i = \sum_{i=1}^{n} X_i \qquad i =1,2 .. n \qquad (2.4)$$

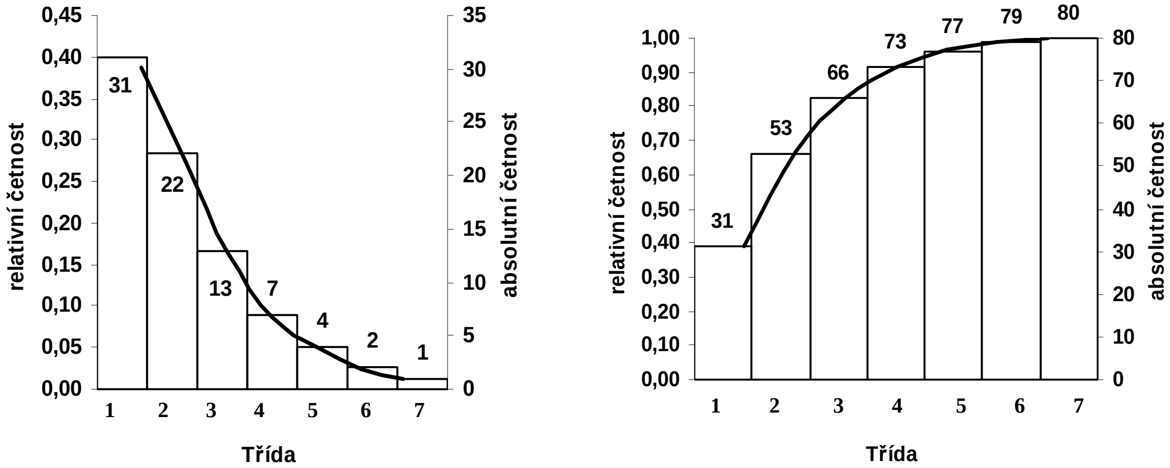
Kde:

r_i je absolutní četnost poruch náležející do i – té třídy,

N - celkový počet poruch,

i - pořadové číslo třídy,

n - celkový počet tříd.



Obr. č. 2.3: Histogram četností a kumulativní histogram četností

Závěr:

Tvar histogramu četností je **dobrým vodítkem** pro volbu vhodného zákona rozdělení náhodné veličiny. V tomto příkladu jde o klesající exponenciálu, a je možné odhadnout, že exponenciální rozdělení bude dobře reprezentovat empiricky zjištěná data.

♦

2.2 Charakteristiky náhodné veličiny

Čas ke studiu: 3 hodiny

Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět:

- popsat vlastnosti pravděpodobnosti a pravidla pro počítání s pravděpodobnostmi,
- definovat charakteristiky spojité a diskrétní náhodné veličiny (hustota pravděpodobnosti, distribuční funkce, doplněk distribuční funkce, intenzita náhodné veličiny), použít vztahy pro jejich určení, určit jejich průběh,
- určit a znázornit charakteristiky polohy náhodné veličiny (střední poloha, modus, medián).

Výklad

Spolehlivost neopravovaných výrobků a soustav se měří pravděpodobností bezporuchového provozu a odvozenými veličinami, jako je hustota poruch, intenzita poruch nebo střední doba bezporuchového provozu. Chování výrobku se zpravidla sleduje v čase, někdy je možné poruchy sledovat v závislosti na jiné veličině, obecně výkonovém parametru. U většiny výrobků může porucha nastat při libovolné hodnotě nezávisle proměnné, například v libovolném čase. Říkáme, že náhodná proměnná je **spojitá**. U výrobků s nespojitou činností, například u relé, může porucha nastat pouze v určitých okamžicích, kdy je relé v činnosti. Náhodná proměnná je potom **diskrétní**. Dále budeme předpokládat, že výrobek může být buď ve stavu bezporuchovém, nebo v poruše, a že přechod mezi těmito dvěma stavy je okamžitý a úplný.

❑ Pravděpodobnost

Z podstaty vzniku náhodných jevů vyplývá, že při opakované realizaci pokusu se stejný jev (např. vznik poruchy) za nezměněných podmínek vyskytuje s různou četností, tj. s různou pravděpodobností.

Pravděpodobnost výskytu jevu ***P(A)*** je definována:

$$P(A) = \frac{n}{m} \qquad (2.5)$$

Kde:

n je počet pokusů, kdy jev nastal,

m - celkový počet provedených pokusů.

Pravděpodobnost má tyto vlastnosti:

- Je nezáporná a nabývá hodnoty z intervalu <0,1>,
- Pro jev jistý je P(A) = 1, protože n = m,
- Pro nemožný jev je P(A) = 0, protože n = 0.

Pravidla pro počítání s pravděpodobnostmi:

- Jsou – li dva jevy ***A*** a ***B*** vzájemně disjunktní (vzájemně se vylučují), potom pravděpodobnost nastoupení jevu ***A*** nebo ***B*** je rovna součtu pravděpodobností ***P(A)*** a ***P(B)***:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) = P(A) \cup P(B) \tag{2.6}$$

- Jsou – li dva jevy ***A*** a ***B*** vzájemně nezávislé, tj. nastoupení jednoho jevu nemá vliv na nastoupení druhého, potom pravděpodobnost výskytu obou jevů je dána součinem pravděpodobností ***P(A)*** a ***P(B)***:

$$P(A\,B) = P(A) \cdot P(B) = P(A) \cap P(B) \tag{2.7}$$

- Nastoupení jevu ***A*** může nastat jen v případě, že nastal jev ***B***, jinak řečeno, vznik jevu ***A*** je podmíněn existencí jevu ***B***. Potom hovoříme o podmíněné pravděpodobnosti jevu ***A*** vůči jevu ***B***. Podmíněná pravděpodobnost jevu ***A*** vzhledem k jevu ***B***:

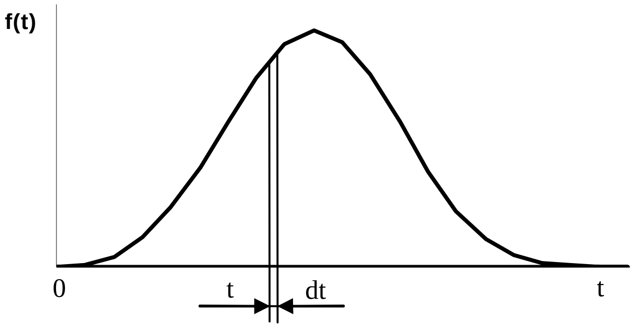
$$P(A/B) = \frac{P(A) \cap P(B)}{P(B)} \tag{2.8}$$

Hustota pravděpodobnosti

Vztah mezi hustotou pravděpodobnosti a histogramem četností byl naznačen v příkladu 2.3. Hustotou pravděpodobnosti definujeme (2.9):

$$f(t)dt = P(t \le T \le t + dt) \tag{2.9}$$

Hustota pravděpodobnosti je funkce, vyjadřující pravděpodobnost, že náhodná veličina ***T*** nabude hodnoty z nekonečně malého intervalu ***dt***.



Označení ***f(t)*** používáme pro spojité veličiny.

Označení ***p(x)*** používáme pro diskrétní veličiny.

Obr. č. 2.4: K definici hustoty pravděpodobnosti spojité náhodné veličiny

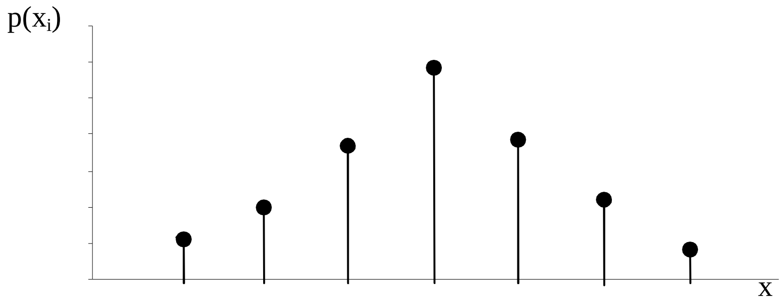
Hustota pravděpodobnosti má tyto vlastnosti:

- Je nezáporná, $f(t) \ge 0$.
- Velikost plochy pod křivkou je rovna jedné:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt = 1 \tag{2.10}$$

- Pravděpodobnost, že náhodná veličina ***T*** nabude hodnoty z intervalu $<t_1, t_2>$ je dána:

$$P(t_1 < T \le t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt \tag{2.11}$$



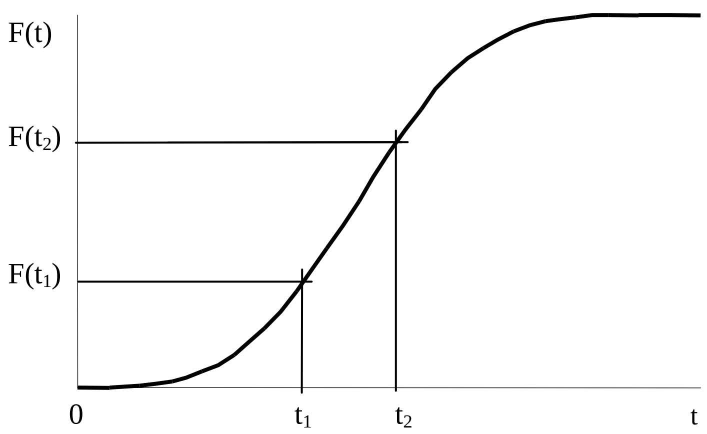
Obr. č. 2.5: Hustota pravděpodobnosti diskrétní náhodné veličiny

Distribuční funkce

Vztah distribuční funkce a kumulativního histogramu četností je naznačen v příkladu 2.3. Distribuční funkce je jedním z prostředků popisu zákona rozdělení a je definována:

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f(t)dt \qquad (2.12)$$

Distribuční funkce je pravděpodobnost, že náhodná veličina ***T*** nabude hodnoty menší nebo rovné, než je zadaná hodnota ***t***.



Pravděpodobnost, že náhodná veličina padne do intervalu <t_1, t_2>, je dána vztahem (2.13):

$$P(t_1 < T \leq t_2) = F(t_2) - F(t_1)$$

a dále:

$$P(T \leq t_1) = F(t_1) = \int_{-\infty}^{t_1} f(t)dt \qquad (2.14)$$

Obr. č. 2.6: Distribuční funkce spojité náhodné veličiny

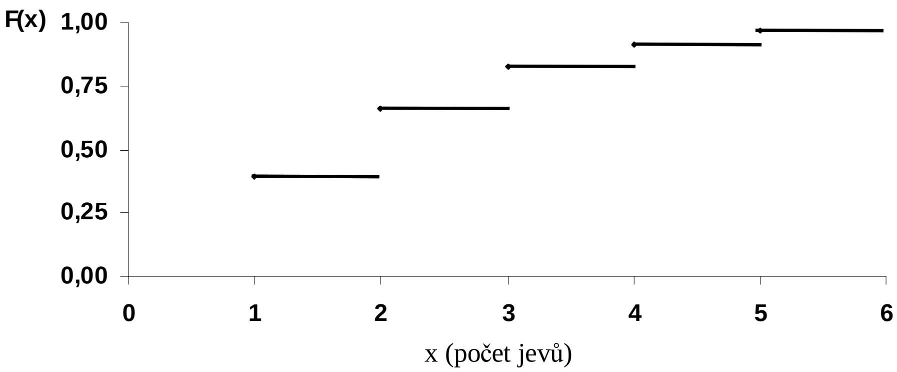
Distribuční funkce má tyto vlastnosti:

- Je nezáporná a nabývá hodnoty z intervalu <0,1>.
- Je neklesající, tedy $F(t_2) \geq F(t_1)$ pro všechna $t_2 \geq t_1$.
- Mezi hustotou pravděpodobnosti a distribuční funkcí je jednoznačný vztah:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$ za předpokladu, že existuje derivace ***F(t)*** podle ***t.*** (2.15)

- Pro diskrétní náhodnou veličinu je distribuční funkce dána:

$$F(X \leq a) = p(x_1) + p(x_2) + \ldots + p(a) = \sum_{i=1}^{i=a} p(x_i) \qquad (2.16)$$



Obr. č. 2.7: Distribuční funkce diskrétní náhodné veličiny

V teorii spolehlivosti je základní sledovanou náhodnou veličinou doba od uvedení do provozu do poruchy výrobku. Distribuční funkce má potom význam pravděpodobnosti **poruchy výrobku** v čase ***t*** a značí se ***F(t)***. Podobně, při posuzování udržovatelnosti, má funkce ***F(t)*** význam pravděpodobnosti **ukončení opravy** výrobku v čase ***t***.

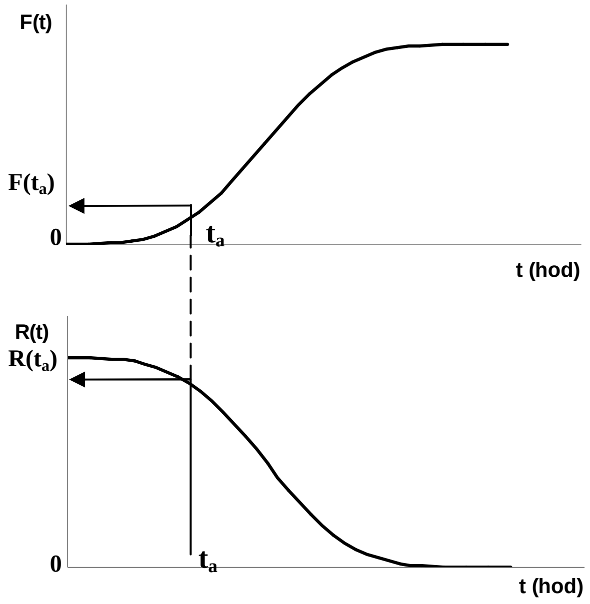
❑ Doplněk k distribuční funkci

Důležitou charakteristikou v teorii spolehlivosti je tzv. doplňková funkce, nebo-li doplněk distribuční funkce ***F(t)*** do jedničky. Interpretuje se jako pravděpodobnost bezporuchového stavu (bezporuchovost) v čase ***t***

Označuje se ***R(t)*** a je dána vtahem:

$$R(t) = P(T \geq t) = 1 - F(t) \qquad (2.17)$$

Vzájemné vztahy ***F(t)*** a ***R(t)*** jsou znázorněny na obr. 2.8.



Ze vztahu (2.6) o pravidlu sčítání pravděpodobností vyplývá, že součet hodnot ***F(t)*** a ***R(t)*** je vždy roven jedné.

$$F(t) + R(t) = 1 \qquad (2.18)$$

Poznámka: Animace grafů ***F(t)*** a ***R(t)*** je v souboru uloženém v příloze.

Obr. č. 2.8: Vzájemný vztah F(t) a R(t)

Intenzita poruch náhodné veličiny

V první kapitole byly znázorněny fáze životního cyklu vozidla pomocí **intenzity poruch**, ve spolehlivosti se tento název používá místo obecného označení intenzita náhodné veličiny. Vycházeli jsme z empirické definice, zde je však nutné uvést definici přesnější.

Intenzita poruch je definována jako podmíněná pravděpodobnost, že jev (např. porucha), nastane za nekonečně malý okamžik ***dt*** za podmínky, že do okamžiku ***t*** jev nenastal.

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \qquad (2.19)$$

V oblasti spolehlivosti má intenzita poruch nejčastěji rozměr l/čas, obvykle se udává v jednotkách l/hod. Je – li výkonovým parametrem (náhodnou veličinou) kilometrický proběh vozidla, má intenzita poruch rozměr 1/km a udávají se v jednotkách 1/1000 km.

Každá ze čtyř základních veličin ***R(t), F(t), f(t)*** a ***λ(t)*** popisuje úplně bezporuchovost a z každé z nich je možné odvodit tři zbývající. Vzájemné převody prvých tří veličin jsou zřejmé z definičních rovnic. Vyjádříme pravděpodobnost bezporuchového provozu ***R(t)*** pomocí intenzity poruch ***λ(t)***. Dosazením rovnice (2.15) do (2.19) získáme:

$$\lambda(t) = \frac{\frac{dF(t)}{dt}}{R(t)} = -\frac{dR(t)}{R(t)dt} \tag{2.20}$$

a z toho úpravou:

$$\lambda(t)dt = -\frac{dR(t)}{R(t)} \tag{2.21}$$

$$-\lambda(t)dt = d[\ln R(t)]$$

$$-\int_0^t \lambda(t)dt = \ln R(t) - \ln R(0) \tag{2.22}$$

Při počáteční podmínce pro čas ***t = 0*** je pravděpodobnost bezporuchového provozu ***R(t) = 1*** a ***-ln R(0) = 0***. Druhý člen na pravé straně rovnice (2.22) je roven nule. Po úpravě vedoucí k odstranění přirozeného logaritmu obdržíme výsledek (2.23):

$$R(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right] \tag{2.23}$$

❑ Charakteristiky polohy náhodné veličiny

U náhodných veličin, spojitých i diskrétních, je možné pozorovat, že většina jejich hodnot se soustřeďuje kolem „charakteristické polohy“. Jsou pro náhodnou veličinu typické a takovými charakteristikami budeme rozumět **střední hodnotu, medián a modus**. V další části je uveden pouze základní přehled vztahů.

Střední hodnota (očekávaná hodnota) je někdy označovaná také jako střední doba poruchy nebo střední doba do poruchy, je definována jako střední hodnota náhodné veličiny ***t***. Je to integrální hodnota, vyjadřuje bezporuchovost jediným údajem. Nejčastěji se používá vyjádření:

$$T_s = \int_0^\infty R(t)dt \tag{2.24}$$

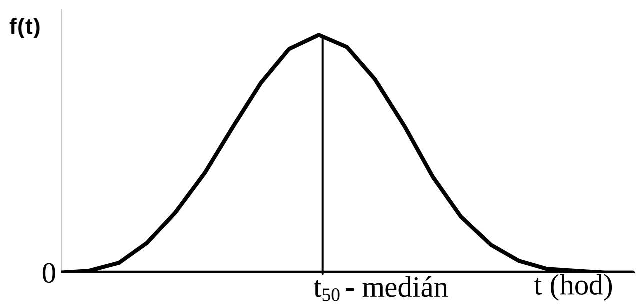
Střední doba bezporuchového provozu někdy není postačující pro posouzení bezporuchovosti, jak je naznačeno v kap. 2.1.2. V takovém případě se určuje ještě **rozptyl náhodné veličiny:**

$$D(T) = \int_0^{\infty} (t - T_s)^2 \cdot f(t)\, dt \tag{2.25}$$

Směrodatná odchylka $\boldsymbol{\sigma}$ se stanoví se jako odmocnina rozptylu:

$$\sigma(T) = +\sqrt{D(t)} \tag{2.26}$$

Mediánová hodnota rozděluje základní soubor na dvě poloviny, jak ukazuje obrázek 2.9. Proto pravděpodobnost odpovídající mediánové hodnotě je ***F(t) = 0,5.***

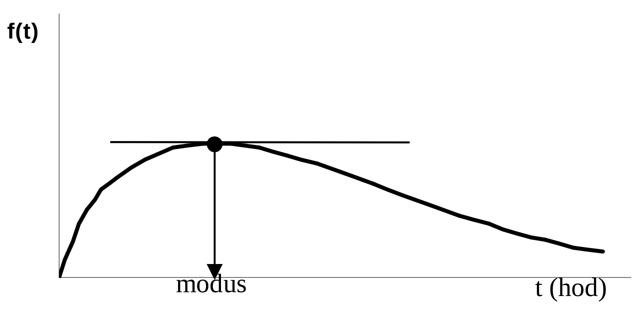


Pro spojitou náhodnou veličinu platí:

$$F(t_{50}) = 0{,}5 = \int_0^{t_{50}} f(t)dt \tag{2.27}$$

Obr. č. 2.9: K mediánové hodnotě

Modus je nejčastěji se vyskytující hodnota v souboru, odpovídá tedy největší četnosti jevů, jak naznačuje obrázek 2.10. Modus je totožný se střední hodnotou pouze u symetrických rozdělení, např. normální rozdělení. U dalších rozdělení toto neplatí, např. pro exponenciální rozdělení nebo Weibullovo s parametrem tvaru m < 3,43.



Modus je definován výrazem:

$$\frac{df(t)}{dt} = 0 \tag{2.28}$$

Obr. č. 2.10: Modus souboru

Σ Shrnutí kapitoly

V oblasti spolehlivosti mají měřené veličiny stochastický charakter, jsou tedy náhodnou veličinou a vyznačují se tím, že vždy mají **rozptyl**. Pro znázornění průběhu náhodné veličiny lze využít **histogram četností**.

Distribuční funkce je pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude hodnoty menší nebo rovné, než je zadaná hodnota. Ve spolehlivosti má význam pravděpodobnosti poruchy.

Doplňková funkce k distribuční funkci má ve spolehlivosti význam pravděpodobnosti bezporuchového stavu (**bezporuchovost**).

Hustota pravděpodobnosti je funkce, vyjadřující pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude hodnoty z nekonečně malého intervalu.

Intenzita poruch je podmíněná pravděpodobnost, že jev (porucha) nastane za nekonečně malý okamžik za podmínky, že do tohoto okamžiku nenastal.

Kontrolní otázky

2.1. Co ve spolehlivosti rozumíme pod pojmy náhodný jev, experiment?

2.2. Čím jsou charakteristické deterministická a náhodná veličina?

2.3. K čemu se využívají a jak se sestavují histogramy četností?

2.4. Jaké jsou charakteristiky náhodné veličiny?

- hustota pravděpodobnosti
- distribuční funkce
- doplněk k distribuční funkci
- intenzita náhodné veličiny

2.5. Jaké jsou charakteristiky polohy náhodné veličiny?

- střední hodnota
- medián a modus

Další zdroje

[Barlow, 1996] Barlow, R.E., Proschan, F.: Mathematical Theory of Reliability. Golub, G.H.,Stanfort University. United States of America 1996. ISBN 0-89871-369-2.

[Daněk,1999] Daněk, A. - Široký,J. - Famfulík,J.: Matematické metody obnovy dopravních prostředků, Repronis Ostrava 1999, ISBN 80-86122-41-7

[Holub, 1992] Holub, R.: Základy spolehlivosti technických systémů, Brno, Vojenská akademie, 1992