

Břemeno o celkové hmotnosti m je volně zavěšeno na kladkovém závěsu (hmota kladky i pasívní odpory v jejím čepu jsou zanedbatelné). Závěs je na pravé straně tvořen ohebným, avšak na tah tuhým ocelovým lankem, na levé straně pak pružinou o tuhosti k . Určete statický pokles břemene x_{st} vlivem jeho tíhy a statické prodloužení pružiny Δl_{st} .

Součástí břemene je i nevývažek o hmotnosti m_e , uložený s excentricitou e , rotující pracovními otáčkami n_p . Určete amplitudu kmitání břemene y_a při ustáleném vynuceném kmitání.

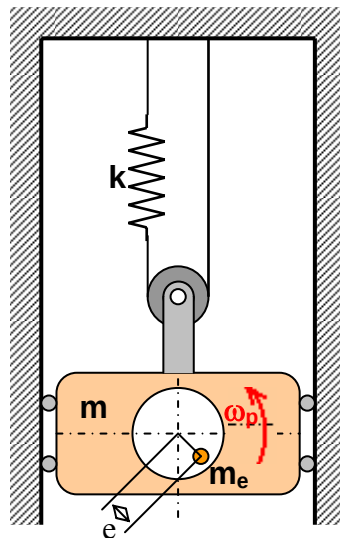
$$m = 50 \text{ kg}$$

$$k = 2400 \text{ N/m}$$

$$m_e = 120 \text{ g}$$

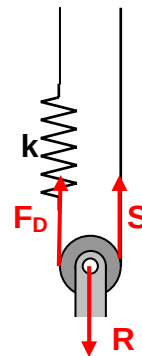
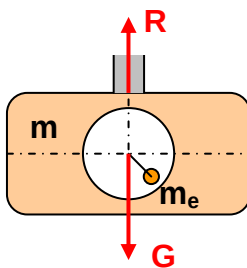
$$e = 80 \text{ mm}$$

$$n_p = 120 \text{ ot/min}$$



Řešení:

Je zřejmé, že takto instalovaná pružina bude mít na kmitání jiný vliv, než kdyby bylo břemeno zavěšeno přímo na ní. Nakolik "jiný" ten vliv bude zjistíme, když určíme sílu R , která působí v místě závěsu břemene. Celý kladkový závěs s pružinou budeme považovat za "redukovanou" pružinu s konstantou tuhosti k_r a síla R bude tedy směrovou silou působící v této redukované pružině. Tuhost redukované pružiny k_r zjistíme pomocí uvolnění soustavy v místě závěsu břemene:



Z rovnice rovnováhy za klidu pro břemeno plyne, že:

$$R = G$$

Rovnice rovnováhy pro kladkový závěs:

$$R - F_D - S = 0$$

$$S \cdot r_k - F_D \cdot r_k = 0 \quad (\text{Zde } r_k \text{ je poloměr kladky, který pro výpočet nebudeme potřebovat.})$$

Z těchto rovnic plyne:

$$S = F_D$$

$$R = G = 2 \cdot F_D$$

Přemístí-li se břemeno o vzdálenost x , musí se pružina zdeformovat o vzdálenost $2x$. Direkční síla F_D je tedy rovna:

$$F_D = k \cdot 2x$$

Po dosazení do předchozí rovnice:

$$R = 2 \cdot F_D = 4k \cdot x$$

Je-li R direkční síla v redukované pružině, pak její tuhost k_r je:

$$k_r = 4k = 9600 \text{ N/m}$$

Statickou výchylku břemene určíme opět z rovnice rovnováhy břemene za klidu:

$$G = R$$

$$m \cdot g = k_r \cdot x_{st}$$

$$x_{st} = \frac{m \cdot g}{k_r} = 51,08 \text{ mm}$$

Statické prodloužení pružiny:

$$\Delta l_{st} = 2x_{st} = 102,15 \text{ mm}$$

Kmitání břemene je buzeno odstředivou silou při rotaci nevývažku. Pohybová rovnice pro kmitavý pohyb břemene:

$$m \cdot a = G - R + F_{od} \cdot \cos \varphi$$

Odstředivá síla je rovna:

$$F_{od} = m \cdot a_n = m \cdot \omega_p^2 \cdot e = 1516 \text{ N}$$

Zde ω_p jsou pracovní otáčky n_p převedené na základní jednotky:

$$\omega_p = n_p \cdot \frac{2\pi}{60} = 12,57 \text{ rad/s}$$

Vlastní frekvence kmitání břemene:

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k_r}{m}} = 13,86 \text{ rad/s}$$

Pohybovou rovnici upravíme:

$$m \cdot a = m \cdot g - k_r \cdot x_1 + F_{od} \cdot \cos \varphi$$

$$m \cdot a = m \cdot g - k_r \cdot (x + x_{st}) + F_{od} \cdot \cos \varphi$$

$$m \cdot a + k_r \cdot x = F_{od} \cdot \cos \varphi$$

Řešením této rovnice získáme (bez odvození) vztah pro průběh výchylky x v závislosti na čase:

$$x = x_a \cdot \cos(\omega_p t)$$

Amplituda vynuceného kmitání (bez odvození) je:

$$x_a = \frac{F_{od}}{m} \cdot \frac{1}{\Omega_0^2 - \omega_p^2} = 0,889 \text{ mm}$$

