

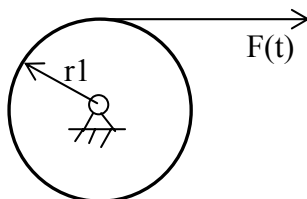
el_dyn1_05a_z

Válec o poloměru r_1 a hmotnosti m_v uložený rotačně kolem osy O je v klidu. V jistém okamžiku na něj začne působit na obvodu hnací síla F , která je funkcí času. ($F=k.t$).

Učete:

- Dobu t_1 do okamžiku, kdy válec dosáhne otáčky o hodnotě n_1
- Rychlost bodu v_2 na obvodu válce v čase t_2 od okamžiku zahájení rozběhu

Dáno: $m_v=5\text{kg}$; $r_1=0,5\text{m}$; $n_1=100\text{ot/min}$; $k=2\text{N/s}$; $t_2=1\text{s}$



Řešení:

Jelikož je hnací síla zadána jako funkce času, jedná se nerovnoměrně zrychlený pohyb.

Základem řešení je pohybová rovnice pro rotační pohyb. Tu hledáme ve tvaru $I_v \cdot \alpha = \sum M$.

Pro naši úlohu je tedy možno psát:

$$I_v \cdot \alpha = F(t) \cdot r_1, \text{ kde } I_v = \frac{1}{2} m_v \cdot r_1^2 = 0,625 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$
$$I_v \cdot \alpha = k \cdot t \cdot r_1$$

Ještě než provedeme další řešení, je nutno převést zadanou hodnotu otáček n_1 na úhlovou rychlost ω_1 :

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 100}{30} = 10,47 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Nyní lze již pohybovou rovnici přepsat do tvaru

$I_v \cdot \frac{d\omega}{dt} = k \cdot t \cdot r_1$ (*), kdy se jedná o separovatelnou diferenciální rovnici. Separací proměnných a přidáním integračních znaků získáme tvar:

$$I_v \int_0^{\omega_1} d\omega = k \cdot r_1 \cdot \int_0^{t_1} t dt . \quad \text{Po provedení integrace získáme tvar:}$$

$I_v \cdot \omega_1 = k \cdot r_1 \cdot \frac{t_1^2}{2}$, který obsahuje už pouze jedinou neznámou t_1 . Jejím vytknutím z posledního výrazu získáváme:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2.I_V.\omega l}{k.r l}} = 3,61s$$

V případě druhé části zadání se jedná o opačný případ, kdy je znám čas a dopočítáváme úhlovou rychlost. Opět vyjdeme z rovnice (*):

$$I_V \cdot \frac{d\omega}{dt} = k.t.r l, \text{ dále pak}$$

$$I_V \int_0^{\omega_2} d\omega = k.r l \cdot \int_0^{t_2} t dt$$

$I_V \cdot \omega_2 = k.r l \cdot \frac{t_2^2}{2}$ tento vztah obsahuje už pouze jedinou neznámou ω_2 . Jejím vytknutím z posledního výrazu získáváme:

$$\omega_2 = \frac{k.r l \cdot t_2^2}{2.I_V} = 0,417 \frac{rad}{s}$$