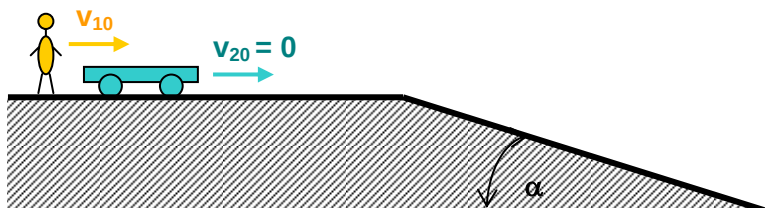


Člověk o hmotnosti m_1 naskočí rychlostí v_{10} na vozík o hmotnosti m_2 , který stojí na vodorovné podložce. Po uražení dráhy L přejde vodorovná podložka v nakloněnou rovinu o úhlu sklonu α . Vozík s člověkem se pohybuje dolů po dobu T a potom člověk vyskočí z vozíku proti směru jízdy rychlostí v_{1r} (relativní vzhledem k vozíku). Určete, jakou rychlostí v_2 bude vozík pokračovat v jízdě dolů. Uvažujte valivý odpor přímo úměrný síle, kterou působí vozík na podložku (konstanta úměrnosti k).

$$\begin{aligned} m_1 &= 70 \text{ kg} & m_2 &= 50 \text{ kg} \\ v_{10} &= 2 \text{ m/s} & v_{1r} &= 1 \text{ m/s} \\ L &= 1 \text{ m} & T &= 6 \text{ s} \\ k &= 0,05 & \alpha &= 3^\circ \end{aligned}$$



Řešení:

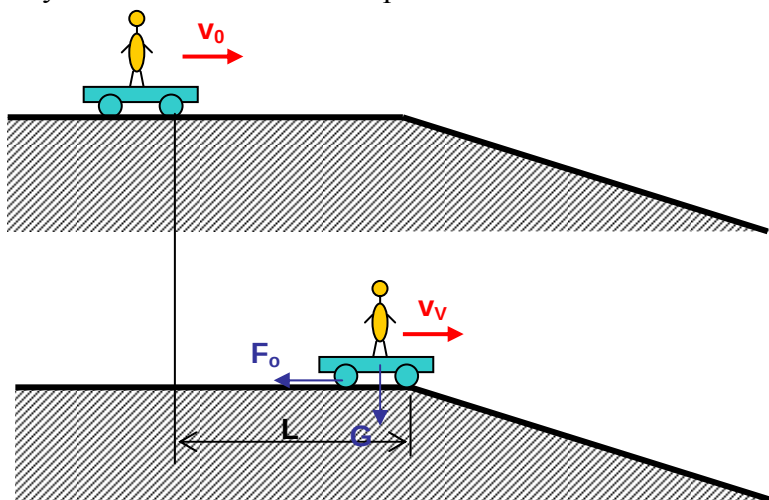
Celou úlohu je vhodné řešit pomocí zákonů o změně hybnosti a o změně kinetické energie.

Nejdříve určíme rychlost vozíku v_0 poté, co na něj člověk naskočí. Součet hybnosti člověka a vozíku před naskočením je stejná jako hybnost vozíku s člověkem po naskočení.

$$m_1 \cdot v_{10} = (m_1 + m_2) \cdot v_0$$

Odtud:

$$v_0 = \frac{m_1 \cdot v_{10}}{m_1 + m_2} = 1,167 \text{ m/s}$$



Rychlost vozíku s člověkem na konci vodorovné roviny v_v určíme ze zákona o změně kinetické energie:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot v_v^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot v_0^2 = -F_o \cdot L,$$

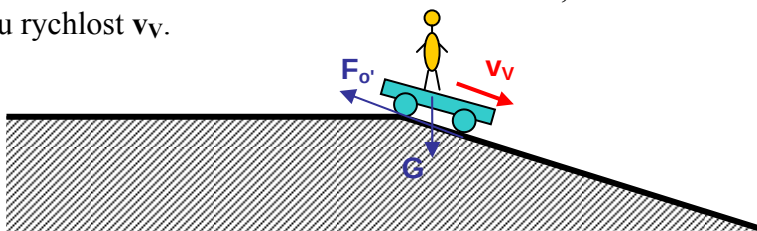
kde F_o je valivý odpor působící proti směru pohybu.

$$G = (m_1 + m_2) \cdot g = 1177 \text{ N}$$

$$F_o = k \cdot G = 58,84 \text{ N}$$

$$v_v = \sqrt{v_0^2 - 2k \cdot g \cdot L} = 0,617 \text{ m/s}$$

Rozměry vozíku při přechodu z vodorovné na nakloněnou rovinu zanedbáme, takže na začátku nakloněné roviny uvažujeme stejnou rychlost v_v .

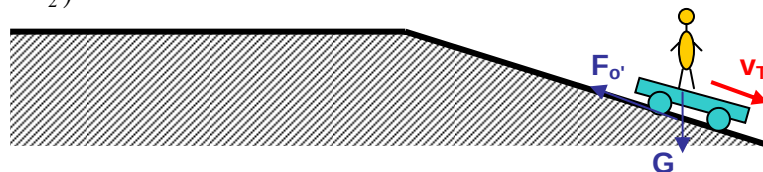


Poté se vozík s člověkem pohybuje dolů po nakloněné rovině. Působí na něj tíhová síla a valivý odpor. Jeho rychlost v_T po uplynutí doby T určíme ze zákona o změně hybnosti:

$$(m_1 + m_2) \cdot v_T - (m_1 + m_2) \cdot v_v = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot T - F_o' \cdot T$$

Odtud:

$$v_T = v_v + g \cdot \sin \alpha \cdot T - \frac{F_o'}{(m_1 + m_2)} \cdot T = 0,758 \text{ m/s}$$



Pozn.: Zde je valivý odpor menší než na vodorovné podložce – vozík teď působí na podložku složkou tíhové síly $G \cdot \cos \alpha$. Valivý odpor tedy je roven:

$$F_o' = k \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \cdot \cos \alpha = 58,76 \text{ N}$$

Když člověk vyskočí z vozíku relativní rychlostí v_{1r} směrem proti směru jízdy, bude mít vůči zemi výslednou rychlost v_1 proti směru jízdy a vozík bude mít rychlost v_2 ve směru jízdy. Opět použijeme zákon o zachování hybnosti:

$$(m_1 + m_2) \cdot v_T = m_2 v_2 - m_1 v_1$$

$$v_1 = v_{1r} - v_T = 0,242 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v_T + m_1 v_1}{m_2} = 2,158 \text{ m/s}$$

