

7. OSVĚTLENÍ



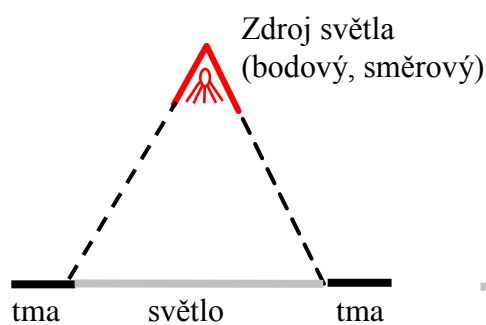
Cíl Po prostudování této kapitoly budete znát

- základní pojmy při práci se světlem
- charakteristické fyzikální vlastnosti světla důležité pro práci se světlem v počítačové grafice
- základní operace osvětlení scény

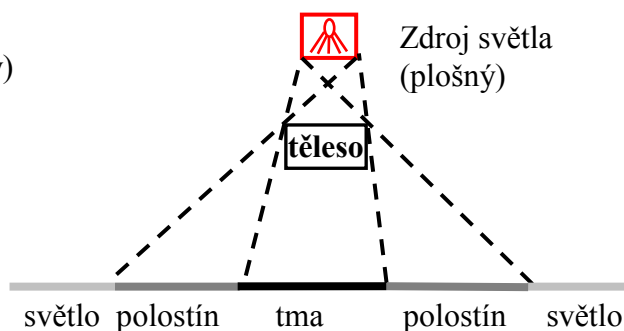


Výklad

V minulé kapitole jsme probírali vybarvení jednotlivých pixelů. V následujících kapitolách se budeme zabývat osvětlením objektů, viditelnosti objektů a jejich částí. Je třeba definovat některé pojmy, které budeme při řešení používat. Základním pojmem, který jsme si zmínili již v minulé kapitole je **světlo**. **Achromatické světlo** vytvářejí světelné zdroje jako slunce, žárovka, zářivka a pod. - vysílají všechny frekvence v daném pásmu elektromagnetického vlnění, které se skládají v konečné bílé světlo. Zdroj světla v počítačové grafice je označován jako bodový a plošný. Prakticky "bodový" zdroj světla neexistuje. Vždy se vlastně jedná o zdroj plošný. Jako bodový je označován pro zjednodušení výpočtu. Takto realizované osvětlení "bodovým" zdrojem je však nepřirozené. Existují metody, které tento nedostatek řeší. O některých metodách bude pojednáno dále.



Obr. 7.1

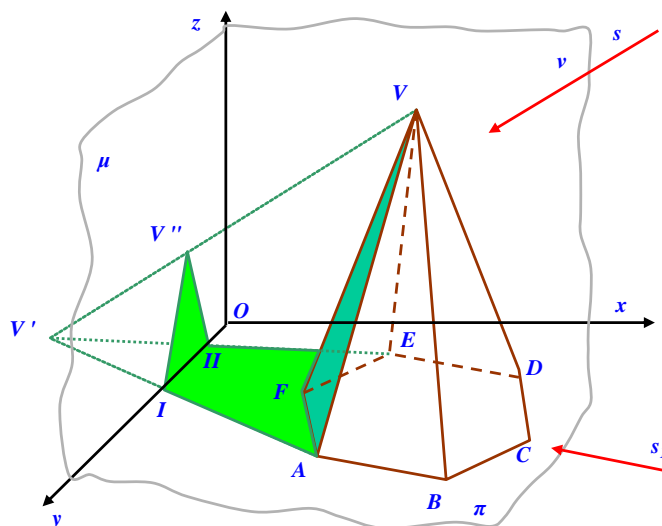


Obr. 7.2

Na obrázcích 7.1 a 7.2 jsou znázorněny zdroje světla bodového a plošného. V počítačové grafice je však používáno osvětlení, kde světelné paprsky jsou rovnoběžné. Zdroj světla je nevlastní bod. Pro vlastní výpočet osvětlení se tímto způsobem značně zjednoduší výpočet. Na obrázku 7.3 je zobrazen jehlan, který je osvětlován světelným paprskem s . Při tomto rovnoběžném osvětlení na jehlanu vznikne osvětlená část a neosvětlená část tělesa. Hranice

mezi osvětlenou a neosvětlenou částí objektu nazýváme **mezi vlastního stínu**. Je to vlastně obrys objektu ve směru promítání dané světelným paprskem. Na obrázku Obr. 7.3 tvoří mez vlastního stínu hrany $ABCDEV$. Jestliže promítneme obrys tělesa ze zdroje na záchytnou plochu - rovinu - dostaneme **vržený stín** tělesa na plochu. Z praxe ovšem

je zřejmé, že pojmy mez vlastního stínu, vržený stín jsou pouze teoretické. Vlivem fyzikálních zákonů o lomu, odrazu a jiných fyzikálních efektů jsou přechody mezi osvětlenou a neosvětlenou částí tělesa plynulé a prakticky neexistují ostré hranice. Obdobně je tomu také u vrženého stínu, který ze stínu (tmy) do osvětlené plochy prochází přes **polostín**. (Obr.7.2)



Obr. 7.3

Přechod ze stínu na světlo resp. přechod z neosvětlené části tělesa na osvětlenou část tělesa je plynulý. Zde záleží na mnoha okolnostech. A to na zdroji - bodový, rozptýlený a pod., jeho vzdálenosti a intenzitě. Na tělese, které je osvětlováno, zda paprsky odráží, je částečně prostupné pro světlo nebo jde o těleso, které světlo pohlcuje. Velký vliv má kvalita plochy, na kterou vržený stín dopadá. Tato plocha taktéž může celou světelnou situaci ovlivnit. A to tím, že světelné paprsky může pohlcovat nebo odrážet. Při nerovném a reflexním povrchu může působit jako druhotný zdroj světla.

Tyto a mnohé další přírodní vlastnosti je třeba brát v úvahu, jestliže hodláme pomocí počítače simulovat přirozeně scénu, na kterou je lidské oko zvyklé.

7.1. Osvětlení

Jestliže vyjdeme z malířského algoritmu zvýraznění objektů, kde pouze hledáme plochy viditelné a neviditelné, které jsou rozděleny hranicí, potom tato hranice je hranicí mezi osvětlenou částí a stínem. Pro lepší zvýraznění objektů je však dobré vystínovat ostatní plochy dle "naklonění" jednotlivých ploch vzhledem k osvětlovacímu paprsku.

Zde platí tzv. **Lambertovo** pravidlo:

$$I' = R \cdot I \cdot \cos \alpha + R(I - I),$$

kde

$I \in \langle 0,1 \rangle$ je intenzita světelného zdroje;

$R \in \langle 0,1 \rangle$ je koeficient reflexe materiálu;

α je velikost *orientovaný* úhel, který svírá normála plochy se světelným paprskem.

Uvedený vzorec je třeba uplatnit pro

každou ze základních barev a parametry R , I pro tuto barvu. Tak vypočteme postupně intenzitu I' pro červenou, zelenou a modrou složku výsledné barvy. Máme na paměti, že čím větší intenzita světla, tím je plocha světlejší a opačně.

Mimo toto (jednoduché) pravidlo, které vlastně platí pouze teoreticky, existuje vztah, který přihlíží nejen k intenzitě světelného zdroje, reflexi a sklonu osvětlované plochy, ale bere v úvahu i další reálné skutečnosti, jako je intenzita okolního světla, optických vlastností osvětlené plochy, úhlu pozorovatele a vlastnosti povrchu (ne reflexe). Pozorovatel (aniž by si toho byl vědom) - většinou všechny tyto intenzity osvětlení sčítá a vnímá celkový výsledek, který (teoreticky) odpovídá vztahu:

$$I = K_a I_a + K_d I_d + K_r I_r + K_t I_t \quad (1)$$

kde I_a ... intenzita okolního světa (světelný šum - a - ambient);

I_d ... intenzita difúzního (všesměrového) světla, které určuje barvu plošky;

I_r ... intenzita reflexního (směrového) světla;

I_t ... intenzita transparentního (lomeného) světla;

K_d ... koeficient určující „množství“ odraženého rozptýleného světla;

K_a ... koeficient určující vliv okolního světla.

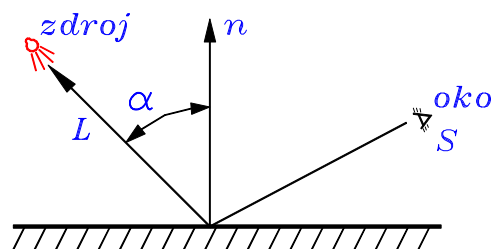
Koeficienty K budou složitostí nepřímou úměrné stupni zjednodušení světelného modelu scény a přímo úměrné době výpočtu osvětlení.

Výpočet intenzit I .

Složka I_a zastupuje intenzitu rozptýleného světla (okno, obloha a pod.). Lze ji zanedbat.

Nelze zanedbat složku I_d , která tvoří podstatnou část intenzity osvětlené plošky.

Je dána vztahem



Obr. 7.3

$$I_d = \frac{K_d(N.L)}{d + d_0} I, \text{ kde } N.L = \cos \alpha$$

kde: I ... je intenzita světelného zdroje;

α ... je úhel osvětlovacího paprsku a normály plochy;

d_0 ... je minimální vzdálenost, která je ochranou proti dělení nulou;

d ... je vzdálenost od plochy;

K_d ... je koeficient difúzního odrazu daný optickými vlastnostmi povrchu.

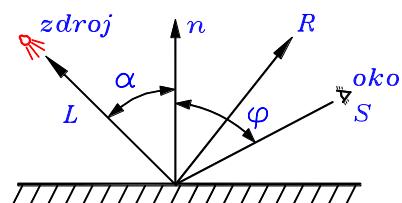
Tyto charakteristiky budou pro jednotlivé složky barevného světla rozdílné. A bude (stejně, jako v předešlém) platit:

$$I_d = (I_{dR}, I_{dG}, I_{dB})$$

↑ ↑ ↑ složky barev.

Vlastnosti povrchu jsou obsaženy ve vztahu

$$I_r = \frac{K_r}{d + d_0} I \cdot \cos \varphi,$$



Obr. 7.4

kde φ je úhel, který svírá oko pozorovatele s normálou plochy,

α je úhel odrazu a světelný zdroj;

K_r je reflexní koeficient závislý na optických vlastnostech povrchu a úhlu osvětlení.

Intenzita I_t je závislá na "průsvitnosti" osvětlovaného materiálu. Při osvětlení takového povrchu přibude složka světelné intenzity

$$I_t = \frac{K_t(1-t) \cdot I}{d + d_0}$$

Parametr $t \in \langle 0, 1 \rangle$ charakterizuje transparentnost a je závislý na vlnové délce světla a nepřímo úměrný průsvitnosti povrchu. Z toho, co bylo dosud uvedeno, je zřejmé, že musíme především sledovat:

- odraz od povrchu tělesa
- světelné zdroje
- průhlednost těles resp. záchytných ploch
- lom paprsku.

V následující části studijního materiálu se seznámíme s některými metodami, které se v počítačové grafice využívají.

7.2. Odraz světla od povrchu

Jestliže paprsek dopadne na povrch tělesa, tak po odrazu se rozptýlí obecně do všech směrů. Matematicky lze tuto vlastnost vyjadřovat funkcí, která vyjadřuje intenzitu paprsku rozptýleného světla v závislosti na jeho směru, intenzitě a vlnové délce dopadajícího paprsku. Takovéto funkci říkáme - **osvětlovací model**.

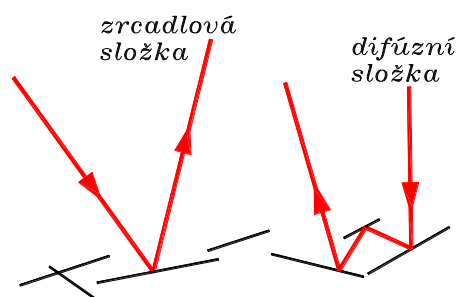
Pro výpočet intenzity je použit vzorec

$$I_V = I_S + I_d ,$$

kde I_S je složka zrcadlová,

I_d je složka difúzní.

Na obrázku 7.5 jsou znázorněny obě složky, které se odrážejí od „mikroskopického“ povrchu.



Obr. 7.5

Phongův osvětlovací model je nejčastěji používán pro výpočet intenzity odraženého světla.

Bui-Tuong Phong pro zrcadlovou složku navrhl vztah

$$I_S = I_L \cdot r_S (\overline{\mathbf{V}} \cdot \overline{\mathbf{R}})^h ,$$

kde I_L je intenzita dopadajícího paprsku;

r_S je koeficient zrcadlového odrazu, který určuje zastoupení zrcadlové složky v celkové odražené intenzitě;

$\overline{\mathbf{V}}$ je jednotkový vektor pohledu;

$\overline{\mathbf{R}}$ je symetrický vektor k vektoru $\overline{\mathbf{L}}$ podle normály \mathbf{n} plošky (7.4);

h je koeficient znamenající ostrost zrcadlového odrazu.

$h \in \langle 1, \infty \rangle$ Dokonalé zrcadlo má $h = \infty$.

Podle Lambertova zákona lze difúzní složku vyjádřit vztahem:

$$I_d = I_L \cdot r_D \cdot C (\overline{\mathbf{L}} \cdot \mathbf{n}) ,$$

kde I_L je intenzita dopadajícího paprsku;

r_d je koeficient difúzního odrazu, který udává zastoupení difúzní složky;

C je barva povrchu (RGB vektor se všemi složkami v intervalu $\langle 0, 1 \rangle$);

$\overline{\mathbf{L}}$ je vektor dopadajícího paprsku;

\mathbf{n} je vektor normály plošky.

Pro dokonalejší zobrazení reálného prostředí je vhodné připočítat ještě složku, která vyjadřuje zdroje světla okolí (a – ambient).

Tedy

$$I_V = I_S + I_d + I_a .$$

I_a je složka příslušná okolnímu světlu. Jde o světlo, které na plošku dopadá ze zdroje světla po mnohačetných odrazech a rozptylem od ostatních objektů.

Lze ji vyjádřit

$$I_a = I_t \cdot r_a \cdot C ,$$

kde I_t je intenzita okolního světla stejná pro celou scénu;

r_a je koeficient odrazu okolního světla;

C je barva povrchu.

Existují jiné modely, které jsou založeny na fyzikální bázi. Narozdíl od Phongova modelu, kde jsou používány veličiny a parametry, aniž je specifikován jejich fyzikální význam, modely založené na fyzikální bázi vycházejí z fyzikální podstaty odrazu světla. Funkce, která popisuje fyzikální model, který si všímá záření dopadající na jednotkovou plochu se nazývá **dvousměrová distribuční funkce**. Těmito metodami lze docílit věrnějšího zobrazení reálného světa. Jsou to metody velice náročné na výpočty a tím dobu trvání.

Vychází z vyjádření $E = \frac{dP}{dA}$,

kde E . . . je výkon záření dopadajícího na povrch vztažený na jednotkovou plochu.

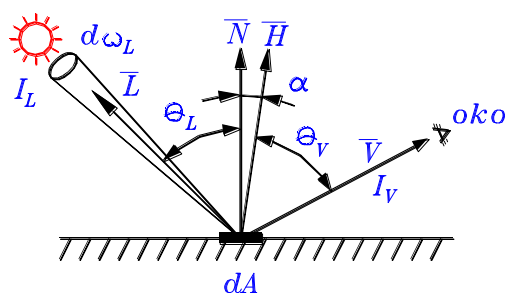
Jeho jednotkou je [Wm^{-2}]

dP . . . je výkon záření dopadajícího na plošku dA .

Zářivost I povrchu tělesa nebo plošného zdroje je výkon vyřazovaný v daném směru, vztažený na jednotkový prostorový úhel a jednotkový průmět plochy povrchu do směru kolmého na směr vyzařování.

Pro I platí vztah: $I = \frac{dP}{dA \cdot \cos \theta \cdot d\omega}$,

kde dP . . . je výkon záření dopadajícího na plošku;



Obr. 7.6

dA . . . velikost zářící plochy;

θ . . . úhel vyzařování měřený od normály povrchu;

$d\omega$. . . prostorový úhel záření.

Na obrázku 7.6 je elementární ploška dA vystavena záření z plošného zdroje o zářivosti I_L . Zdroj je z místa plošky vidět pod prostorovým úhlem $d\omega_L$.

Pro ozáření plošky bude platit:

$$E_L = I_L \left(\overline{N \cdot L} \right) d\omega_L.$$

Osvětlovací model lze zapsat jako poměr odražené zářivosti a dopadajícího ozáření:

$$\rho = \frac{I_V}{E_L} = \frac{I_V}{I_L \left(\overline{N \cdot L} \right) d\omega_L}.$$

Tato dvousměrová distribuční funkce závisí obecně na úhlu dopadu, úhlu pohledu, vlnové délce světla a na materiálu povrchu. Její průběhy lze získat měřením odrazivosti skutečných povrchů. Pro zjednodušení můžeme předpokládat dokonale matný povrch, a to konstantní. Dále je možno u většiny jiných materiálů předpokládat dvě složky. Zrcadlovou a difúzní složku.

Funkce bude vyjádřena:

$$\rho = r_s \cdot \rho_s + r_d \cdot \rho_d,$$

kde r_s , r_d jsou koeficienty zastoupení těchto složek.

7.3. Model Torrance-Sparrow

Model vychází z předpokladu, že povrch je složen z drobných plošek a krystalů. Odvození následujícího vzorce, který provedli odborníci z aplikované fyziky Torrance a Sparrow je složité, proto uvedeme pouze výsledek. Metoda nebyla těmito odborníky vypracována pro účel počítačové grafiky. Pro využití v počítačové grafice ji upravil v roce 1982 R. L. Cook.

Difúzní komponenta se předpokládá konstantní a zrcadlová komponenta je

$$\rho_s = \frac{F}{\pi} \frac{DG}{\left(\overline{N \cdot V} \right) \left(\overline{N \cdot L} \right)},$$

kde

- \bar{N} ... vektor normály plošky;
- \bar{V} ... vektor oka pozorovatele;
- \bar{L} ... vektor zdroje;
- D ... distribuční funkce normál plošek;
- G ... geometrický útlumový faktor.

Pro **distribuční funkce normál plošek** platí:

$$D = \frac{1}{4m^2 \cos^4 \alpha} \exp\left(\frac{-\tan^2 \alpha}{m^2}\right) = \frac{1}{4m^2 (\bar{N} \cdot \bar{H})^4} \exp\left(\frac{1 - 1/(\bar{N} \cdot \bar{H})^2}{m^2}\right).$$

kde

- α ... úhel mezi vektory \bar{N} a \bar{H} , $\cos \alpha = \bar{N} \cdot \bar{H}$;
- m ... parametr drsnosti povrchu. Pro malé m (0.2) vykazuje funkce D ostré a výrazné maximum. Plošky jsou málo rozházené a zrcadlový odraz je vysoce směrový. Pro velké m (0.8) je povrch drsný a světlo se rozptyluje. Ale má menší intenzitu.

G ... **geometrický útlumový faktor**.

Při velkých úhlech dopadu a pohledu se při velkém množství plošek mohou plošky navzájem zastiňovat. Tento efekt vede ke snížení intenzity odrazu, kterou lze vyjádřit vztahem:

$$G = \min\left\{1, \frac{2(\bar{N} \cdot \bar{H})(\bar{N} \cdot \bar{V})}{\bar{V} \cdot \bar{H}}, \frac{2(\bar{N} \cdot \bar{H})(\bar{N} \cdot \bar{L})}{\bar{V} \cdot \bar{H}}\right\}$$

F ... **Fresnelův činitel**:

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{g-c}{g+c} \right)^2 \left\{ 1 + \left[\frac{c(g+c)-1}{c(g-c)+1} \right]^2 \right\},$$

kde

- c ... $c = \bar{L} \cdot \bar{H}$; g ... $g = \sqrt{v^2 + c^2 - 1}$;
- v ... parametr související s indexem lomu.

Fresnelův činitel popisuje vlastnosti dokonale hladkého, ale ne dokonale odrážejícího zrcadla. Tak se vlastně chovají malé plošky na povrchu těles resp. ploch. Experimentálně lze ověřit, že poměr dopadajícího toku a odraženého toku od zrcadla není závislý na úhlu dopadu.

Jestliže budeme znát odrazivost μ zrcadla při kolmém dopadu, bude μ rovno F při $c = 0$. A tak z předchozí rovnice můžeme po dosazení vypočítat parametr μ :

$$v = \frac{1 + \sqrt{\mu}}{1 - \sqrt{\mu}}.$$

Odrazivost μ , a tím také i v a F obecně závisejí na vlnové délce. Budeme-li používat pro reprezentaci RGB model, bude mít Fresnelův činitel tři složky s parametry v_R , v_G a v_B , které musíme určit při vlnových délkách červeného, zeleného a modrého luminoforu.

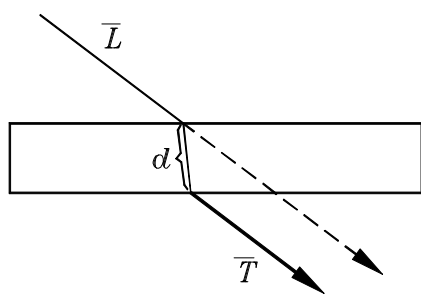
7.4. Světelné zdroje

Scéna může obsahovat více světelných zdrojů. Mohou to být zdroje bodové i plošné. Z hlediska počítačové grafiky vyhovují nejlépe bodové zdroje. Ty však v praxi neexistují. Pokud plošné zdroje nahradíme bodovými zdroji, dojde k nepřírodným efektům. Přesto mnoho fyzikálních modelů plošné zdroje nahrazuje bodovými. Pokles intenzity je vyjádřen vzdáleností světelného zdroje dvousměrovou distribuční funkcí na $d\omega_L$. Člen $d\omega_L$ je nepřímo úměrný čtverci vzdálenosti zdroje. Pro pokles lze využívat vztahu:

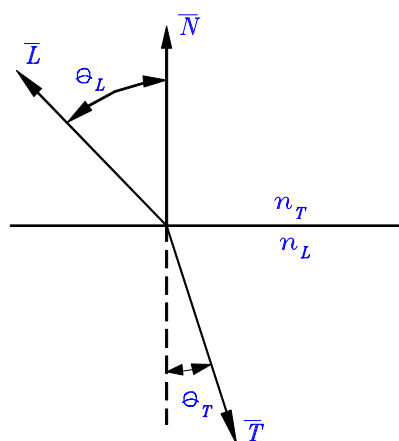
$$I(d) = \frac{I_0}{1 + \alpha d^2}, \quad \text{kde } \alpha \text{ je činitel poklesu.}$$

7.5. Lom paprsku

Dopadne-li paprsek na rozhraní dvou prostředí, rozdělí se na odražený a lomený. Na následujícím obrázku je \vec{L} , resp. \vec{T} (Transmitted) jednotkový vektor směru dopadajícího,



Obr. 7.7



Obr. 7.8

resp. lomeného paprsku, \vec{N} je jednotková normála rozhraní a θ_L , resp. θ_T je úhel dopadu, resp. lomu (Obr. 7).

Paprsky splňují **Snellův zákon lomu**: leží spolu s normálou povrchu v jedné rovině a úhly vyhovují vztahu

$$\frac{\sin \theta_L}{\sin \theta_T} = \frac{n_T}{n_L},$$

kde n_L , resp. n_T je absolutní index lomu prostředí, ve kterém se šíří dopadající, resp. lomený paprsek.

Počítání lomu paprsku výrazně zpomaluje zpracování scény a implementace nepatří mezi nejsnadnější procesy. Existuje malé procento grafických systémů, které tuto vlastnost nezanedbávají.

Obdobně je to s **útlumem** paprsku při průchodu průsvitným materiálem. Intenzita světla klesá exponenciálně s tloušťkou vrstvy materiálu, kterou světlo prošlo (viz. obr. 8).

Výslednou intenzitu lze vyjádřit vztahem:

$$I_{Td} = I_{T0} e^{-a \cdot d},$$

kde

I_{Td} . . . je intenzita po průchodu tloušťkou d ;

I_{T0} . . . je počáteční intenzita;

a . . . je činitel útlumu.

Pokud je $a \cdot d < 0.5$ je možno uvedený vztah nahradit lineárním výrazem

$$I_{Td} = I_{T0} \cdot (1 - a \cdot d) .$$

Při $a \cdot d < 0.2$ lze útlum zanedbat.

7.6. Stínování

Pod pojmem stínování (shading) rozumíme vykreslování barevných objektů různými odstíny barev. Pomocí stínování lze odlišit křivosti ploch a tím docílit lepšího prostorového vjemu. Příkladem může být průmět kulové plochy. Jednoduchý způsob stínování spočívá na principu rozdělení resp. nahrazení plochy rovinnými záplatami. Tyto plochy mají jedinou normálu. Podle této normály je vypočítán jeden barevný odstín resp. stupeň šedi. Tímto stupněm je potom vyplněna celá ploška.

Pro kresbu hranatých těles tento způsob vystačí. U ostatních oblých těles nestačí. Zde je více nebo méně znatelná aproximace oblé plochy rovinnými ploškami. Pro tyto případy jsou vyvíjeny metody, které tento negativní jev odstraňují nebo alespoň zmírňují. V literatuře jsou nazývány **inkrementační stínovací metody**. Jsou založeny na hodnotách na okrajích resp.

vrcholech plošek. Ostatní pixely uvnitř plošky jsou interpolovány v závislosti na rozdílech na okrajích s ohledem na normálu plošky.

7.6.1. Interpolace barvou. (Gouraudovo stínování.)

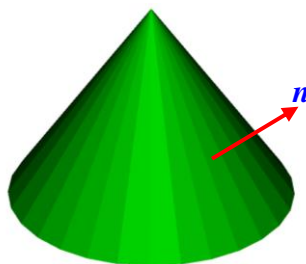
Příkladem tohoto stínování může být právě zobrazení kulové plochy. Kulovou plochu aproximujeme rovinnými záplatami. Záplatu vybarvíme hodnotou, která je součtem normál v bodech kulové plochy.

Například normálový vektor n_v

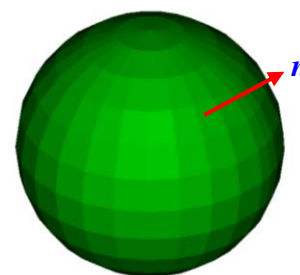
vypočteme jako aritmetický
průměr vektorů okolních plošek:

$$n_v = (n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5) / 5.$$

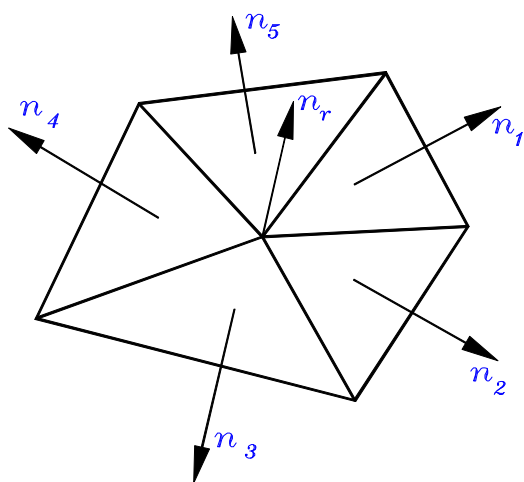
Při tomto způsobu je možné k
průměru použít pouze normál
plošek, které aproximují



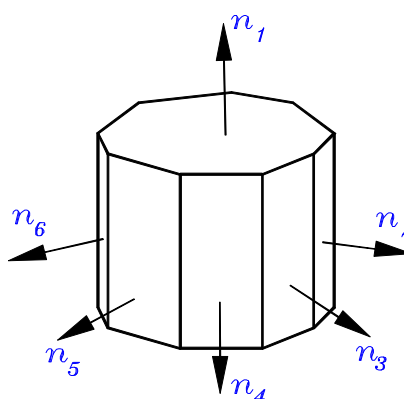
Obr. 7.9



Obr. 7.10



Obr. 7.11



Obr. 7.12

zakřivenou plochu. Normálu n_1 u válce není možné k výpočtu normály n_v použít.

$$n_v = (n_2 + n_3) / 2.$$

Výpočet jasu pro každý pixel jednoho řádku se provede, jako lineární interpolace na dané plošce mezi krajními body této plošky.

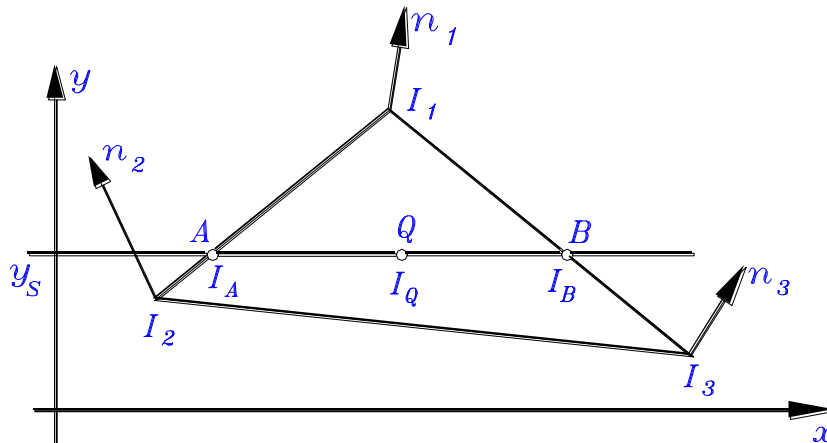
Hodnoty I_a a I_b lze potom vypočítat:

$$I_A = [I_1 \cdot (y_s - y_2) + I_2 \cdot (y_1 - y_s)] / (y_1 - y_2)$$

$$I_B = [I_1 \cdot (y_s - y_3) + I_3 \cdot (y_1 - y_s)] / (y_1 - y_3)$$

Je-li použito barvy, je nutné počítat hodnoty pro všechny tři barevné složky. Hodnotu intenzity I pro daný pixel ležící na řádku y lze určit

$$I_Q = [I_A \cdot (y_B - y_Q) + I_B \cdot (y_Q - y_A)] / (y_B - y_A)$$



Obr. 7.13

Jiná alternativa:

$$I_A = I_1 + (I_2 - I_1) \cdot u \quad I_B = I_1 + (I_3 - I_1) \cdot w \quad I_Q = I_A + (I_B - I_A) \cdot t$$

pro

$$u, w, t \in \langle 0, 1 \rangle.$$

7.6.2 Phongovo stínování je obdobou předcházejícího způsobu. Při Phongově stínování provádíme interpolaci normálových vektorů plošky. Interpolaci provádíme po řádcích. U Gouraudova stínování jsme interpolovali intenzitu.

Pro normálové vektory lze psát:

$$n_A = n_1 + (n_2 - n_1) \cdot u \quad u \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$n_B = n_1 + (n_3 - n_1) \cdot w \quad w \in \langle 0, 1 \rangle$$

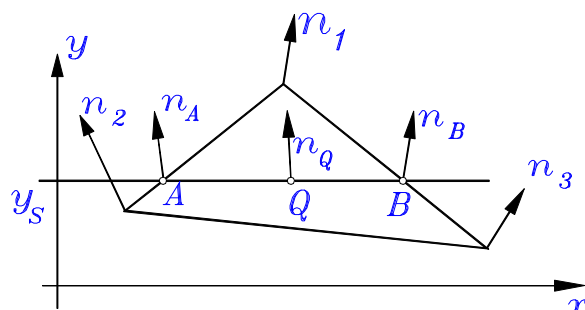
>

$$n_Q = n_A + (n_B - n_A) \cdot t \quad t \in \langle 0, 1 \rangle$$

přičemž pro n_{q_1} a n_{q_2} v rámci daného řádku lze psát

$$n_{q_2} = n_{q_1} + (n_B - n_A) \cdot (t_2 - t_1)$$

kde t_1 a t_2 jsou odpovídající hodnoty parametru t v bodech q_1 a q_2 .



Obr. 7.14

Normálový vektor je nutné počítat pro každý bod řádku a určit jako:

$$n_{q_2} = n_{q_1} + \Delta n \cdot \Delta t.$$

V této části jsme se setkali s pojmy: Phongův model osvětlení, Phongův model výpočtu lesklého odrazu a Phongovo stínování jsou různé věci od téhož autora.



Kontrolní otázky 7.

1. Vysvětlete princip tzv. Lambertova pravidla.
2. Popište jednotlivé složky intenzity světla.
3. Vysvětlete princip Gouraudova , Phongova stínování.