

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA

Fakulta elektrotechniky a informatiky

LINEÁRNÍ OBVODY S ELEKTRONICKÝMI PRVKY

Josef Punčochář

Ostrava

LINEÁRNÍ OBVODY S ELEKTRONICKÝMI PRVKY

© Doc. Dr. Ing. Josef Punčochář, 2001

LINEÁRNÍ OBVODY S ELEKTRONICKÝMI PRVKY – sbírka příkladů

© Ing. Jitka Mohylová, Ph.D, 2002

ISBN 80-248-0098-5

OBSAH

	PŘEDMLUVA.....	1
1.	ZOBECEVNÁ METODA UZLOVÝCH NAPĚTÍ.....	2
1.1.	Admitanční matice $n - \text{pólu}$	2
1.2.	Rozšířená, zkrácená matice.....	3
1.3.	Paralelní propojení $n - \text{pólů}$	5
1.4.	Mezní (možný) algoritmus pro sestavení matice.....	7
1.5.	Určení uzlových napětí, napět'ových přenosů, vět'ových proudů.....	10
1.6.	Určení vstupní impedance.....	11
1.7.	Napět'ový zdroj signálu.....	11
1.8.	Určení výstupní impedance.....	13
1.9.	Propojení uzlů (pólů).....	14
1.10.	Připojení zdrojů mezi „nereferenční“ uzly.....	15
2.	ADMITANČNÍ POPIS AKTIVNÍCH PRVKŮ.....	17
2.1.	Klasický postup linearizace.....	17
2.2.	Admitanční model operačního zesilovače (OZ).....	18
2.3.	Admitanční model zesilovače s jedním vstupem (příklady užití).....	19
2.4.	Admitanční model Nortonova zesilovače (NZ).....	22
2.5.	Admitanční model zesilovače s proudovou zpětnou vazbou (CFA).....	24
2.6.	Admitanční model transadmitančního zesilovače (OTA).....	25
2.7.	Admitanční model proudových konvektorů (CCII).....	26
2.7.1.	Maticový popis CCII+	27
2.7.2.	<i>Maticový popis CCII-</i>	27
2.7.3.	<i>Zobecněný popis CCII</i>	28
2.7.4.	Kaskádní řazení CCII	29
2.8.	Shrnutí kapitoly 2.....	31
3.	LINEÁRNÍ STRUKTURY S OPERAČNÍMI ZESILOVAČI.....	32
3.1	Základní zesilovací struktury.....	33
3.1.1.	Neidealizovaný operační zesilovač	33
3.1.2.	<i>Operační zesilovač s nekonečným zesílením (ideální)</i>	35
3.1.3.	<i>Zesilovač s neideálním zesílením A, chybový člen E_A</i>	37
3.1.4.	<i>Zesilovač s konečnou hodnotou A a výstupní vodivostí G_o</i>	40
3.1.5.	<i>Vliv diferenční impedance Z_d a zesílení A</i>	42
3.1.6.	Chybový člen 2. řádu	44
3.1.7.	Chování zesilovače v časové oblasti	48
3.1.8.	Shrnutí	49
3.2.	Filtiry 2. řádu s „invertujícím“ operačním zesilovačem.....	50
	a) Dolní propust 2. řádu (invertující)	50
	b) Pásmová propust 2. řádu (invertující)	53
	c) Horní propust 2. řádu (invertující)	53
	d) Pásmová zádrž 2. řádu	54
3.3.	Filtiry 2. řádu s neinvertujícím zesilovačem.....	55
	a) Dolní propust 2. řádu (neinvertující)	56
	b) Horní propust 2. řádu (neinvertující)	57
3.4.	Kaskádní realizace filtrů.....	57
3.5.	Oscilátory.....	58
3.5.1.	Wienův oscilátor	58
3.5.2.	Oscilátor se členem RC posouvajícím fázi o 180°	59

4.	ZESILOVAČE S PROUDOVOU ZPĚTNOU VAZBOU.....	61
5.	NULOROVÁ METODA ŘEŠENÍ OBVODŮ.....	64
5.1.	Nulátor, norátor, nulor.....	64
5.2.	Modely prvků (struktur).....	64
5.2.1.	Nulorový model diferenčního zesilovače a operačního zesilovače	66
5.2.2.	Nulorový model Nortonova zesilovače	67
5.2.3.	Nulorový model zesilovače s proudovou zpětnou vazbou (transimpedančního; CFA)	67
5.2.4.	Nulorový model transadmitančního zesilovače	68
5.2.5.	Nulorový model negativního a pozitivního proudového konveju (CCII-; CCII+)	68
5.3.	Nulorová „algebra“ v admitančním popisu.....	68
5.4.	Obvody řešené nulorovou metodou.....	69
5.4.1.	Nulorové modely některých struktur filtrů	70
5.4.2.	<i>Nulorový model Wienova oscilátoru</i>	72
5.5.	Shrnutí.....	73
6.	ADMITANČNÍ MATICE TRANZISTORŮ.....	74
6.1.	Popis bipolárního tranzistoru (BJT-bipolar junction transistor).....	74
6.1.1.	<i>Zapojení se společným emitorem (SE)</i>	76
	a) Stejnoseměrný pracovní bod	76
	b) Malosignálový model a vlastnosti (bez C_{KB})	77
	c) Vliv kapacity C_{KB}	79
6.1.2.	Kaskodové zapojení	81
6.2.	Tranzistory řízené polem.....	82
6.2.1.	Základní principy tranzistorů FET	82
6.2.2.	Nastavení pracovního bodu	85
6.2.3.	<i>Maticový popis tranzistorů NJFET a NMOSFET(s vodivým kanálem)</i>	86
6.2.4.	Zesilovač se společným vývodem S	89
6.2.5.	<i>Zesilovač s odporem R_S (ve vývodu S)</i>	91
6.2.6.	<i>Tranzistor s indukovaným kanálem (enhancement NMOSFET)</i>	93
6.2.7.	<i>Zesilovač se společným vývodem S (NMOSFET s indukovaným kanálem)</i>	97
6.2.8.	Kaskoda s BJT a FET	99
	Doplňková literatura ke kapitole.....	101
7.	ADMITANČNÍ MATICE TRIODY.....	102
	Doplňková literatura ke kapitole.....	106
8.	ZÁVĚR.....	107
9.	LITERATURA.....	108
10.	DODATKY.....	113
	Dodatek 1 - Lineární systém rovnic	113
	Dodatek 2 - Laplaceova transformace	116
	Dodatek 3 – Popis prvků v teorii obvodů	121
	OBSAH.....	124

PŘEDMLUVA

S rozvojem moderních programů pro analýzu elektronických obvodů se lze často setkat s názorem, že klasické metody analýzy jsou zastaralé a neproduktivní.

Takový názor je zjednodušený. Vždyť podstatou veškerých analytických programů jsou postupy klasické. Žádný počítač „sám“ nevytvoří nový obvod. Je ovšem vynikajícím pomocníkem při analýze, „odhalí“ většinou (pomocí vložených programů) všechny mylné odhady elektronika. I po „schválení“ odhadů počítačem by však měla následovat verifikace absolutní - to je experiment - ten vždy a nekompromisně respektuje všechny fyzikální zákony a skutečnosti. Dokonce i ty, které dosud neznáme.

Dostatečným důvodem pro základní znalosti analýzy může být také to, že elektronik (obecně každý odborník) by měl zůstat elektronikem i v tom případě, kdy jeho počítač z jakýchkoliv důvodů nepracuje. Že zůstává **elektrikem i při vypnutém počítači!**

Ve skriptech je uveden rychlý a přitom produktivní způsob analýzy základních lineárních (linearizovaných) struktur s operačními zesilovači a dalšími moderními zesilovacími strukturami (funkčními bloky). Některé příklady jsou dořešeny tak, že poskytují i vztahy pro syntézu daného obvodu. Stručněji jsou popsány tranzistory a velmi stručně elektronky (kap. 6 a 7).

Těžištěm je rychlé, snadno algoritmitizovatelné, sestavení systému rovnic, který obvod popisuje. Vlastní řešení systému rovnic je již problém matematický, každý k němu může přistupovat podle úrovně svých vědomostí. Vyvine-li přiměřenou námahu, může získat i explicitní vztahy, které určují vliv jednotlivých prvků obvodu na jeho vlastnosti. Vyloučeno není, samozřejmě, ani využití existujících programových prostředků.

Veškeré problémy budou řešeny pomocí zobecněné metody uzlových napětí. Tato metoda se vyznačuje velmi jednoduchou šipkovou konvencí, která se „nevzpírá“ algoritmicizaci. V obvodových modelech není možné pracovat s ideálním zdrojem napětí, který nelze ve smyslu Nortonova teorému přepočítat na ekvivalentní zdroj proudu. Každému zdroji napětí musí být přiřazen nějaký výstupní odpor. Pokud je fakticky nulový (vodivost nekonečná), odstraníme problém v průběhu řešení stanovením limity.

Cílem analýzy není jen správný a pěkný vztah. Ten, sám o sobě, nemá smysl, pokud jej nedokážeme vhodně promítnout do fyzikální reality, pokud neumíme diskutovat jeho význam.

Teorie uvedená v kapitole 1. není obtížná. Její pochopení je důležité pro všechny další úvahy. Základní matematický aparát je velmi stručně připomenut v dodatku D.1. V žádném případě se nejedná o celou teorii lineárních obvodů, ale jenom o tu část, která je nutná pro řešení problémů zde zkoumaných. Dalšího rozšíření vědomostí lze dosáhnout studiem uvedené literatury.

Signálové modely (kapitola 2.) základních zesilovacích struktur (funkčních bloků) jsou převzaty ze [7]. Samotnými strukturami se zabývat nebudeme. V tomto smyslu lze zde předložený materiál považovat za „teoretické prodloužení“ knihy [7] (pro lineární obvody). Ze srovnání obou prací lze také posoudit, jak produktivní je sestavování matematických modelů pomocí zobecněné metody uzlových napětí, jsou-li překonány „vstupní teoretické problémy“.

Následující kapitoly již jen dokumentují aplikace popsané metody při řešení praktických i teoretických problémů. Zkoumány jsou zesilovače, filtry, oscilátory s reálnými i ideálními funkčními bloky.

Ukáže se, že za určitých předpokladů je vhodné pracovat s nulorovými modely aktivních prvků - kapitola 5. Je to tehdy, potřebujeme-li základní řešení s ideálními prvky a nulorový model není příliš složitý.

1. ZOBECNĚNÁ METODA UZLOVÝCH NAPĚTÍ

1.1. Admitanční matice n-pólu

Předpokládejme, že máme lineární (n+1)-pól, který je buzen n+1 zdroji (obecně fázory nebo Laplaceovými obrazy) vnějších proudů $I_1, I_2, \dots, I_n, I_{n+1}$. Společným uzlem je externí (vnější) uzel - obr.1.1. Potom existuje právě n+1 napětí $U_1, U_2, \dots, U_n, U_{n+1}$ (fázorů, Laplaceových obrazů), která jsou funkcí vnějších proudů. Ta může být popsána následující maticovou formou ($z = n+1$)

Y_{11}	Y_{12}	$\cdot$	Y_{1r}	Y_{1s}	Y_{1t}	$\cdot$	Y_{1n}	Y_{1z}
Y_{21}	Y_{22}	$\cdot$	Y_{2r}	Y_{2s}	Y_{2t}	$\cdot$	Y_{2n}	Y_{2z}
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
Y_{r1}	$\cdot$	$\cdot$	Y_{rr}	Y_{rs}	Y_{rt}	$\cdot$	Y_{rn}	Y_{rz}
Y_{s1}	$\cdot$	$\cdot$	Y_{sr}	Y_{ss}	Y_{st}	$\cdot$	Y_{sn}	Y_{sz}
Y_{t1}	$\cdot$	$\cdot$	Y_{tr}	Y_{ts}	Y_{tt}	$\cdot$	Y_{tn}	Y_{tz}
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
Y_{n1}	$\cdot$	$\cdot$	Y_{nr}	Y_{ns}	Y_{nt}	$\cdot$	Y_{nn}	Y_{nz}
Y_{z1}	$\cdot$	$\cdot$	Y_{zr}	Y_{zs}	Y_{zt}	$\cdot$	Y_{zn}	Y_{zz}

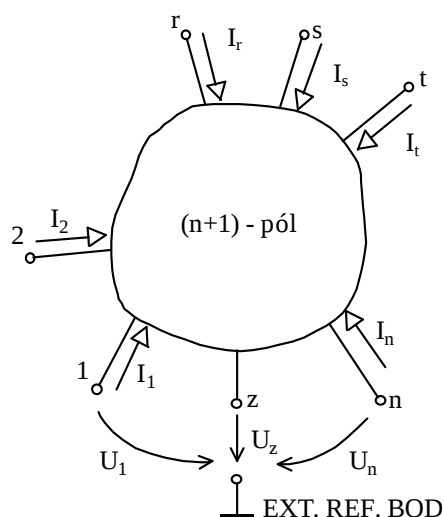
 $\times$

U_1
U_2
$\cdot$
U_r
U_s
U_t
$\cdot$
U_n
U_z

 $=$

I_1
I_2
$\cdot$
I_r
I_s
I_t
$\cdot$
I_n
I_z

(1.1)



Obr.1.1. Zobrazení (n+1)-pólu s externím uzlem - šipková konvence ($z = n+1$)

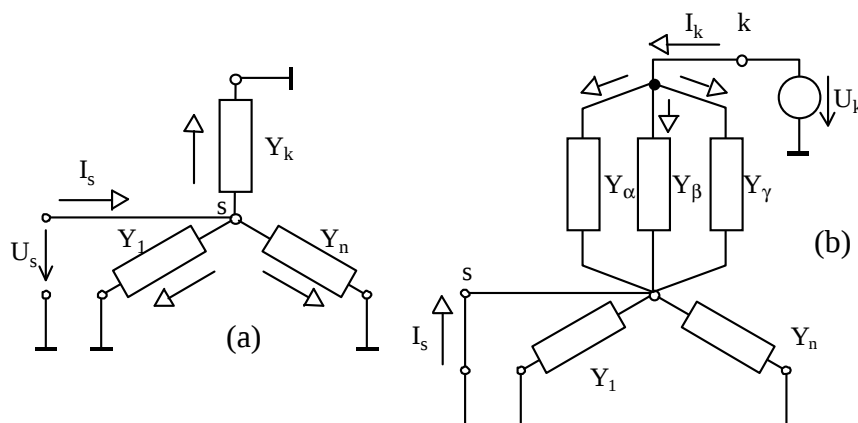
Prvky Y_{sk} matice jsou admitančními prvky. Jejich význam plyne ze základní rovnice (1.1)

$$Y_{sk} = I_s / U_k \quad (1.2)$$

kde Y_{sk} je prvek v s - tém řádku a k - tém sloupci; I_s je vnější budící proud s - tého uzlu (pólu), přičemž všechny uzly, vyjma k - tého, jsou připojeny k uzlu referenčnímu (nastaveny na nulovou hodnotu - stav nakrátko); U_k je napětí k - tého uzlu (pólu) proti referenčnímu bodu.

Uvažujeme nyní obvod (n-pól), který se skládá pouze z pasívních dvojpólů. Napěťový zdroj nechť je nejdříve připojen k uzlu s, všechny ostatní uzly jsou připojeny k uzlu referenčnímu (zkratovány) - obr.1.2a. Nyní můžeme s využitím Ohmova zákona a 1. Kirchhoffova zákona snadno určit, že

$$I_s = U_s Y_1 + \dots + U_s Y_k + \dots + U_s Y_n$$



Obr.1.2. Obvod složený pouze z dvojpólů

Ve shodě se vstupními úvahami je potom **diagonální prvek admitanční matice** právě

$$Y_{ss} = I_s/U_s = Y_1 + \dots + Y_k + \dots + Y_n \quad (1.3)$$

roven **sumě všech admitancí připojených do uzlu s**.

Nechť je nyní nenulové pouze napětí U_k - obr.1.2b. Proudů protékají pouze admitancemi $Y_\alpha, Y_\beta, Y_\gamma$. Na všech ostatních admitancích je napětí nulové a proudy jimi proto neprotékají. Zřejmě platí

$$I_s = -I_k = -U_k(Y_\alpha + Y_\beta + Y_\gamma)$$

tudíž **prvky matice mimo hlavní diagonálu**

$$Y_{sk} = I_s/U_k = -I_k/U_k = -(Y_\alpha + Y_\beta + Y_\gamma) \quad (1.4)$$

jsou **součtem všech admitancí připojených mezi uzly (póly) k a s** - se **záporným znaménkem**.

Tímto elementárním způsobem^{1.1)} jsme schopni sestavit matici libovolného $n+1$ - pólu složeného z dvojpólů. Musíme ovšem zdůraznit, že referenční uzel je externí, není součástí zkoumaného obvodu. Takto vzniklou matici nazýváme **rozšířenou maticí**.

1.1) Sestavování admitanční matice pomocí matic incidenčních, které vede ke stejnému výsledku je např. v [4]

Šipkovou konvenci z obr.1.1 budeme považovat za základní konvenci, která platí v rámci celé knihy, i když není právě vyznačena.

1.2. Rozšířená matice, zkrácená matice

Každý dvojpól je v rozšířené matici právě čtyřikrát. Je-li mezi uzly k a s připojena admitance Y_α , objeví se se znaménkem kladným v prvcích Y_{ss} a Y_{kk} a se znaménkem záporným v prvcích $Y_{sk} = Y_{ks}$ matice (1.1).

Rozšířená matice se ovšem vyznačuje i dalšími důležitými vlastnostmi. Považujeme-li $n+1$ - pól za zobecněný uzel (celý jej obklopíme Jordanovou křivkou), musí platit podle 1. Kirchhoffova zákona, že součet všech proudů je nulový, tedy ze systému rovnic (1.1); $z=n+1$:

$$I_1 + I_2 + \dots + I_n + I_z = (Y_{11} + Y_{21} + \dots + Y_{n1} + Y_{z1})U_1 + (Y_{12} + Y_{22} + \dots + Y_{n2} + Y_{z2})U_2 + \dots \\ \dots + (Y_{1n} + Y_{2n} + \dots + Y_{nn} + Y_{zn})U_n + (Y_{1z} + Y_{2z} + \dots + Y_{nz} + Y_{zz})U_z = 0 \quad (1.5)$$

Protože rovnice (1.5) musí být splněna pro libovolná napětí $U_1, U_2, \dots, U_n, U_z$, je možné jediné řešení. **Součet admitancí v kterémkoliv sloupci rozšířené matice musí být nulový**, tedy

$$(Y_{1s} + Y_{2s} + \dots + Y_{ns} + Y_{zs}) = 0 \quad (1.6)$$

pro $s = 1, 2, \dots, n, z$.

Předpokládejme nyní druhý mezní stav - všechna uzlová napětí jsou stejná

$$U_1 = U_2 = \dots = U_n = U_z = U$$

V $n+1$ -pólu neexistuje rozdíl potenciálů, tedy nemohou protékat proudy. V systému rovnic (1.1) proto musí platit

$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = I_z = (Y_{11} + Y_{12} + \dots + Y_{1n} + Y_{1z})U = (Y_{21} + Y_{22} + \dots + Y_{2n} + Y_{2z})U = \dots \\ \dots = (Y_{n1} + Y_{n2} + \dots + Y_{nn} + Y_{nz})U = (Y_{z1} + Y_{z2} + \dots + Y_{zn} + Y_{zz})U = 0 \quad (1.7)$$

To může být pro libovolné napětí U splněno pouze tehdy, je-li **součet admitancí v každém řádku rozšířené matice roven nule**:

$$(Y_{k1} + Y_{k2} + \dots + Y_{kn} + Y_{kz}) = 0 \quad (1.8)$$

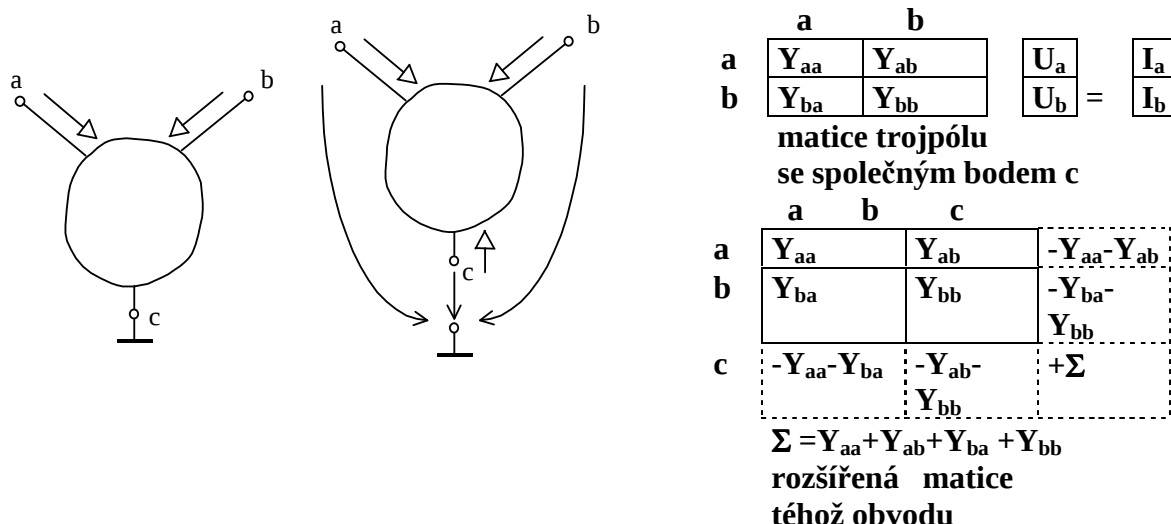
pro $k = 1, 2, \dots, n, z$.

Rozšířená admitanční matice má lineárně závislé některé řádky a sloupce, její determinant nabývá nulové hodnoty (je singulární). Pokud libovolný pól k spojíme s externím **referenčním uzlem**, situace se mění. Takto vzniklý vztažný pól je již součástí $n+1$ - pólu. Jeho proud I_k odpovídá součtu všech zbývajících proudů (se záporným znaménkem) - je tedy jejich lineární kombinací, **k - tá rovnice** proto nemá význam, můžeme ji **vypustit**. Současně nabývá nulové hodnoty i napětí U_k - smysl proto nemá ani **k - tý sloupec** matice, lze jej **škrtnout**. Dostáváme **zkrácenou matici**, která má již nenulový determinant (je regulární). Systém rovnic je nyní lineárně nezávislý a je řešitelný. Propojování dalších pólů s referenčním uzlem vede ke stejnému výsledku. Odsud plyne:

Spojíme - li libovolný uzel n -pólu s referenčním uzlem, škrtná se příslušný sloupec a řádek matice (ať už rozšířené, či zkrácené).

„Nová matice“ popisuje obvod, který má některé uzly „zkratovány“.

Z vlastností rozšířené matice plyne velmi užitečný postup pro získání úplného popisu obvodu ze známého popisu maticí zkrácenou. Aktivní prvky jsou často popisovány jako trojpóly - obr.1.3. Měření parametrů je většinou udáváno s jedním pólem uzemněným. Máme tedy k dispozici pouze zkrácenou matici. Týž aktivní prvek však nemusí mít v jiném zapojení uzemněnu právě „vhodnou“ svorku. Jak získáme parametry pro jinou vztažnou svorku?



Obr.1.3. Znázornění trojpolu se společným vývodem (pólem) c, jeho zkrácená a rozšířená matice

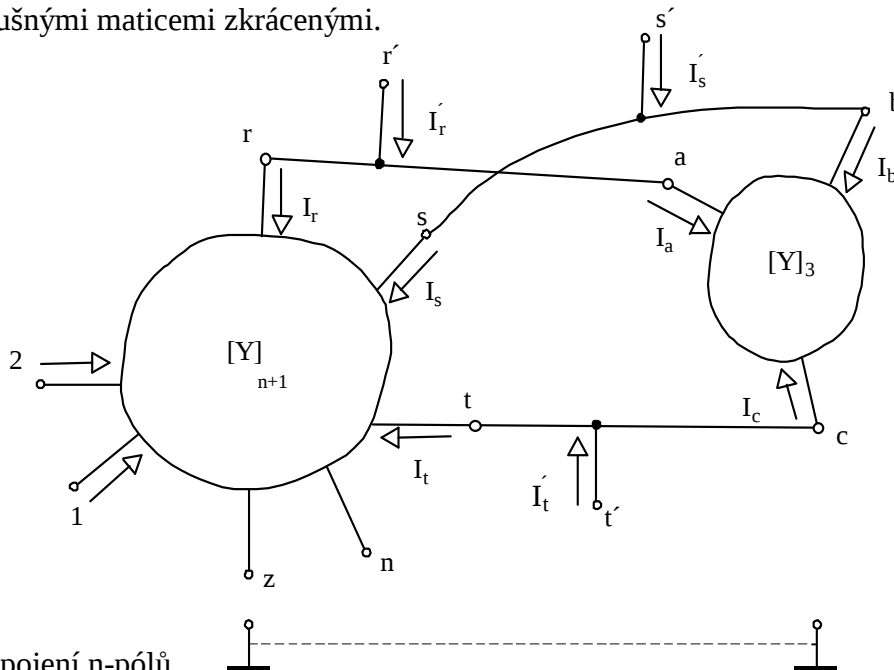
Stačí získat rozšířenou matici. Potom potřebný pól volíme za referenční a vždy škrtneme odpovídající řádek a sloupec matice rozšířené - získáváme tak popis aktivního prvku se správným (požadovaným) společným (referenčním) bodem. A jak získáme rozšířenou matici?

Ke **zkrácené matici** jednoduše přidáme jeden řádek a jeden sloupec. K doplnění prvků matice rozšířené použijeme vlastností popsaných vztahy (1.6) a (1.8) - „políčka“ doplníme tak, aby součet v každém řádku a v každém sloupci byl roven nule - obr.1.3.

Stejným způsobem můžeme samozřejmě postupovat i u obvodů (prvků) s více póly.

1.3. Paralelní propojení n-pólů

Propojme nyní dva n - póly, „rozsáhlejší“ a méně „rozsáhlý“ - obr.1.4. Situace na obrázku definuje všechny možné situace - nijak nezmenšuje obecnost úvah. Obecně je vhodné pracovat s rozšířenými maticemi. Pokud mají oba n - póly společný referenční bod, lze pracovat přímo s příslušnými maticemi zkrácenými.



Obr.1.4. Paralelní propojení n-pólů

„Rozsáhlejší systém“ nechť je popsán vztahem (1.1), „menší systém“ vztahem (1.9)

$$\begin{matrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} & \mathbf{c} \\ \mathbf{a} & \mathbf{Y}_{aa} & \mathbf{Y}_{ab} & \mathbf{Y}_{ac} \\ \mathbf{b} & \mathbf{Y}_{ba} & \mathbf{Y}_{bb} & \mathbf{Y}_{bc} \\ \mathbf{c} & \mathbf{Y}_{ca} & \mathbf{Y}_{cb} & \mathbf{Y}_{cc} \end{matrix} \times \begin{matrix} \mathbf{U}_a \\ \mathbf{U}_b \\ \mathbf{U}_c \end{matrix} = \begin{matrix} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_b \\ \mathbf{I}_c \end{matrix} \quad (1.9)$$

Základní skutečností je to, že zřejmě platí rovnost napětí (**znak paralelnosti**):

$$U_r = U_a; \quad U_s = U_b; \quad U_t = U_c$$

Současně musí platit 1. Kirchhoffův zákon pro nové uzly obvodu r', s', t' . Proto

$$I'_r = I_r + I_a = (Y_{r1}U_1 + Y_{r2}U_2 + \dots + Y_{rr}U_r + Y_{rs}U_s + Y_{rt}U_t + \dots + Y_{rn}U_n + Y_{r,n+1}U_{n+1}) + \dots \\ \dots + (Y_{aa}U_r + Y_{ab}U_s + Y_{ac}U_t)$$

Po úpravě proto dostáváme

$$I'_r = I_r + I_a = Y_{r1}U_1 + Y_{r2}U_2 + \dots + (Y_{rr} + Y_{aa})U_r + (Y_{rs} + Y_{ab})U_s + (Y_{rt} + Y_{ac})U_t + \dots \\ \dots + Y_{rn}U_n + Y_{r,n+1}U_{n+1}$$

Stejným postupem získáme i

$$I'_s = I_s + I_b = Y_{s1}U_1 + Y_{s2}U_2 + \dots + (Y_{sr} + Y_{ba})U_r + (Y_{ss} + Y_{bb})U_s + (Y_{st} + Y_{bc})U_t + \dots \\ \dots + Y_{sn}U_n + Y_{s,n+1}U_{n+1}$$

$$I'_t = I_t + I_c = Y_{t1}U_1 + Y_{t2}U_2 + \dots + (Y_{tr} + Y_{ca})U_r + (Y_{ts} + Y_{cb})U_s + (Y_{tt} + Y_{cc})U_t + \dots \\ \dots + Y_{tn}U_n + Y_{t,n+1}U_{n+1}$$

Z tohoto zápisu již jednoznačně plyne běžně uváděné „**koincidenční pravidlo**“ (algoritmus) pro transformaci „malé“ matice na matici „větší“:

1. Za základ bereme (sestavíme) matici n-pólu s větším počtem pólů. Řádkům a sloupcům matice přiřadíme odpovídající čísla pólů (uzlů).
2. Zjistíme propojení uzlů obou n-pólů a vyznačíme je do základní matice (zde „vyneseme“ uzly a, b, c do „velké“ matice)
3. V polích, kde dochází ke koincidenci prvků „malé“ matice, přičítáme odpovídající admitanci z této matice - prvky odpovídající „průsečíkům“ indexů (zde tedy půjde o admitance Y_{aa} až Y_{cc}).

V našem případě bereme za základ admitanční matici z (1.1) a „malou matici“ z (1.9); ($z = n+1$):

	1	2	.	r (a)	s (b)	t (c)	.	n	z
1	Y_{11}	Y_{12}	.	Y_{1r}	Y_{1s}	Y_{1t}	.	Y_{1n}	Y_{1z}
2	Y_{21}	Y_{22}	.	.	.	.	.	Y_{2n}	Y_{2z}
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
r(a)	Y_{r1}	.	.	$Y_{rr} + (Y_{aa})$	$Y_{rs} + (Y_{ab})$	$Y_{rt} + (Y_{ac})$	.	Y_{rn}	Y_{rz}
s(b)	Y_{s1}	.	.	$Y_{sr} + (Y_{ba})$	$Y_{ss} + (Y_{bb})$	$Y_{st} + (Y_{bc})$	.	Y_{sn}	Y_{sz}
t(c)	Y_{t1}	.	.	$Y_{tr} + (Y_{ca})$	$Y_{ts} + (Y_{cb})$	$Y_{tt} + (Y_{cc})$	.	Y_{tn}	Y_{tz}
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
n	Y_{n1}	.	.	Y_{nr}	Y_{ns}	Y_{nt}	.	Y_{nn}	Y_{nz}
z	Y_{z1}	.	.	Y_{zr}	Y_{zs}	Y_{zt}	.	Y_{zn}	Y_{zz}

(1.10)

Vyznačení některých pólů (r, s, t) a proudů (I_r , I_s , I_t) již není nutné. Zůstává označení „bez čárek“, které popisuje novou situaci - paralelní propojení trojpólu a, b, c k „velkému“ obvodu v uzlech (pólech) $r \equiv a$, $s \equiv b$, $t \equiv c$.

Pokud bude připojení trojpólu jiné, prvky Y_{aa} až Y_{cc} se jen „přestěhují“ do jiných polí výsledného admitančního popisu, podle uvedeného algoritmu.

Je-li nyní například na obr.1.4 propojen uzel $n+1 = z$ s externím referenčním uzlem, prostě se škrtná řádek a sloupec $n+1$. Bude-li k referenčnímu uzlu připojen např. i uzel $t \equiv c$, škrtná se v matici (1.10) i řádek a sloupec t ($\equiv c$):

	1	2	.	r (a)	s (b)	t+1	.	n
1	Y_{11}	Y_{12}	.	Y_{1r}	Y_{1s}	$Y_{1,t+1}$	.	Y_{1n}
2	Y_{21}	Y_{22}	.	.	.	.	.	Y_{2n}
.	.	.	.	.	.	.	.	.
r(a)	Y_{r1}	.	.	$Y_{rr}+(Y_{aa})$	$Y_{rs}+(Y_{ab})$	$Y_{r,t+1}$	.	Y_{rn}
s(b)	Y_{s1}	.	.	$Y_{sr}+(Y_{ba})$	$Y_{ss}+(Y_{bb})$	$Y_{s,t+1}$	.	Y_{sn}
t+1	$Y_{t+1,1}$	.	.	$Y_{t+1,r}$	$Y_{t+1,s}$	$Y_{t+1,t+1}$	.	$Y_{t+1,n}$
.	.	.	.	.	.	.	.	.
n	Y_{n1}	.	.	Y_{nr}	Y_{ns}	$Y_{n,t+1}$	.	Y_{nn}

Důležitá je skutečnost, že ve zkrácené matici (v matici, kde součástí n-pólu je referenční uzel) se **admittance dvojpólů připojených proti vlastnímu referenčnímu uzlu** objeví pouze **jedenkrát**, na patřičném místě v diagonále matice, se znaménkem kladným. Dvojpóly připojené mezi uzly „nereferenční“ se i zde objeví čtyřikrát.

Pokud bude „velká“ matice popisovat část lineárního obvodu složenou pouze z pasívních dvojpólů, je její sestavení pomocí uvedených postupů velmi jednoduché. „Malý“ n - pól může být rovněž pasívním. Ale může reprezentovat i **aktivní prvek elektronických obvodů - jeho admitanční popis (model)**.

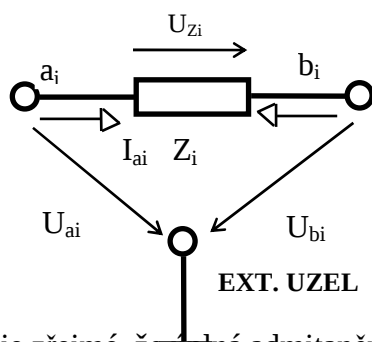
Pokud umíme získat **lineární (linearizovaný)** admitanční popis elektronických prvků, nebrání nic tomu, abychom analyzovali pomocí uvedených postupů jakýkoliv lineární elektronický obvod - tedy všechny **zesilující struktury** a všechny struktury, které upravují spektrum signálu - tedy **filtry**.

Z admitančního systému rovnic (matematického modelu skutečnosti) umíme určit všechna uzlová napětí a následně i všechny větvové proudy. Umíme tedy analyzovat daný lineární obvod.

„Velkou matici“ stačí sestavovat zkrácenou, vždy existuje vlastní referenční uzel. Matice aktivních prvků je výhodné mít rozšířenou. Ale stačí i zkrácená, vůči referenčnímu uzlu, který je společný oběma n-pólům (je-li takový).

1.4. Mezní (možný) algoritmus pro sestavení matice

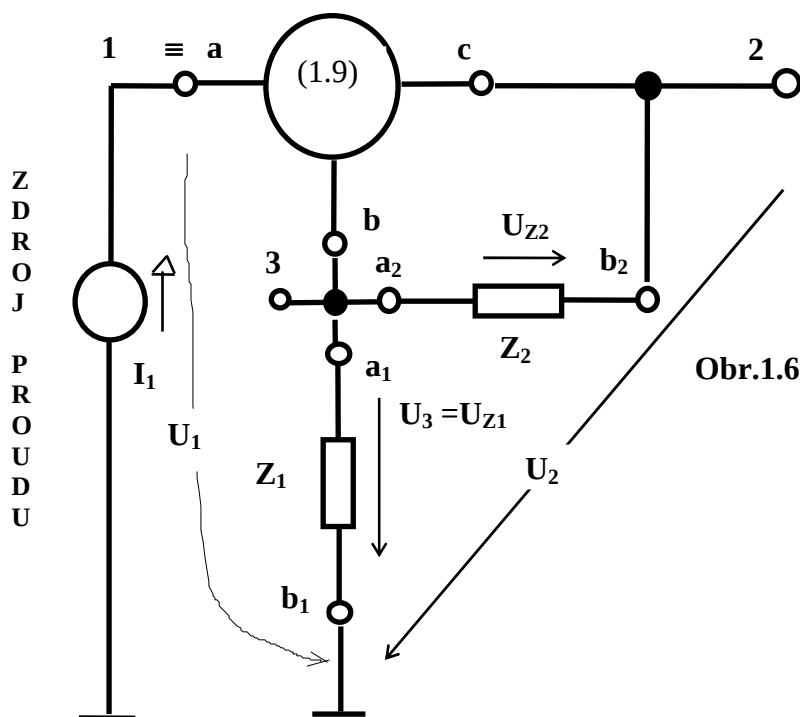
Po předcházejících úvahách lze algoritmus pro sestavení admitanční matice dovést až do úplného konce. Představme si obecnou impedanci Z_i (dvojpól) na obr.1.5. Podle uvedených



Obr.1.5. Popis dvojpólu Z_i

pravidel je zřejmé, že úplná admitanční matice dvojpólu Z_i s póly a_i, b_i je ($Y_i = 1/Z_i$):

$$\begin{array}{c} a_i \\ b_i \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline Y_i & -Y_i \\ \hline -Y_i & Y_i \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} U_{ai} \\ U_{bi} \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline I_{ai} \\ I_{bi} \\ \hline \end{array} \quad (1.11)$$



Obr.1.6. Propojení trojpólu definovaného maticí (1.9) a dvou dvojpólů Z_1 a Z_2 -matice (1.11); systém je buzen pouze proudem I_1 ($I_2 = I_3 = 0$)

To odpovídá triviální skutečnosti, že

$$I_{ai} = (U_{ai} - U_{bi})/Z_i = U_{ai}Y_i - U_{bi}Y_i$$

$$I_{bi} = (U_{bi} - U_{ai})/Z_i = -U_{ai}Y_i + U_{bi}Y_i$$

Pro lineární impedanci vede záměna pólů a_i, b_i ke stejnému výsledku.

Nyní můžeme obvod popsat jen uzly, dvoj- i více-póly a celou situaci (skutečnost) popsat pomocí incidencí jednotlivých n-pólů s uzly. Situace je demonstrována na obr.1.6. Do systému vstupuje pouze proud I_1 (je buzen proudem I_1). K popisu obvodu zkrácenou maticí postačí tři uzly - označme je 1 až 3. Potom platí následující popis (s vyznačením incidencí):

	1,(a)	2,(c),(b ₂)	3,(b),(a ₁),(a ₂)
1,(a)	Y_{aa}	Y_{ac}	Y_{ab}
2,(c),(b ₂)	Y_{ca}	$Y_{cc}+Y_2$	$Y_{cb} - Y_2$
3,(b),(a ₁),(a ₂)	Y_{ba}	$Y_{bc} - Y_2$	$Y_{bb}+Y_1+Y_2$

U_1	$=$	I_1
U_2		0
U_3		0

(1.12)

Incidenci pólu b_1 s referenčním uzlem není třeba vyznačovat (viz i obr.1.7) - co je připojeno k referenčnímu uzlu se stejně škrtná.

Spolu incidují pouze prvky matic příslušející stejným n-pólům. Pro příklad (uváděno v pořadí řádek - sloupec):

- (a) - (a) → „dodá“ Y_{aa} v poli (1, 1) z matice (1.9)
- (a) - (c) → „dodá“ Y_{ac} v poli (1, 2) z matice (1.9)
- (a) - (b₂) → není incidence - různé prvky
- (c) - (b) → „dodá“ Y_{cb} v poli (2, 3) z matice (1.9)
- (b₂) - (b₂) → „dodá“ Y_2 v poli (2, 2) z matice (1.11) pro $i = 2$
- (b₂) - (a₂) → „dodá“ $-Y_2$ v poli (2, 3) z matice (1.11) pro $i = 2$
- (a₁) - (a₁) → „dodá“ Y_1 v poli (3, 3) z matice (1.11) pro $i = 1$
- (a₁) - (a₂) → není incidence - různé prvky

Ke stejnému výsledku musíme dospět i algoritmem uvedeným u vztahu (1.10), za využití vztahů (1.3) a (1.4). K uzlu 2 je připojena admitance Y_2 - odsud $+Y_2$ v poli (2, 2) „pasívní“ matice. Do uzlu 3 jsou připojeny admitance Y_1 , Y_2 - odsud $(Y_1 + Y_2)$ v poli (3, 3). Mezi uzly 2 a 3 je připojena admitance Y_2 - odsud $(-Y_2)$ v polích (2, 3) a (3, 2). Samotná matice pasívní („dvojpólové“) části obvodu potom vypadá následovně (je symetrická kolem hlavní diagonály):

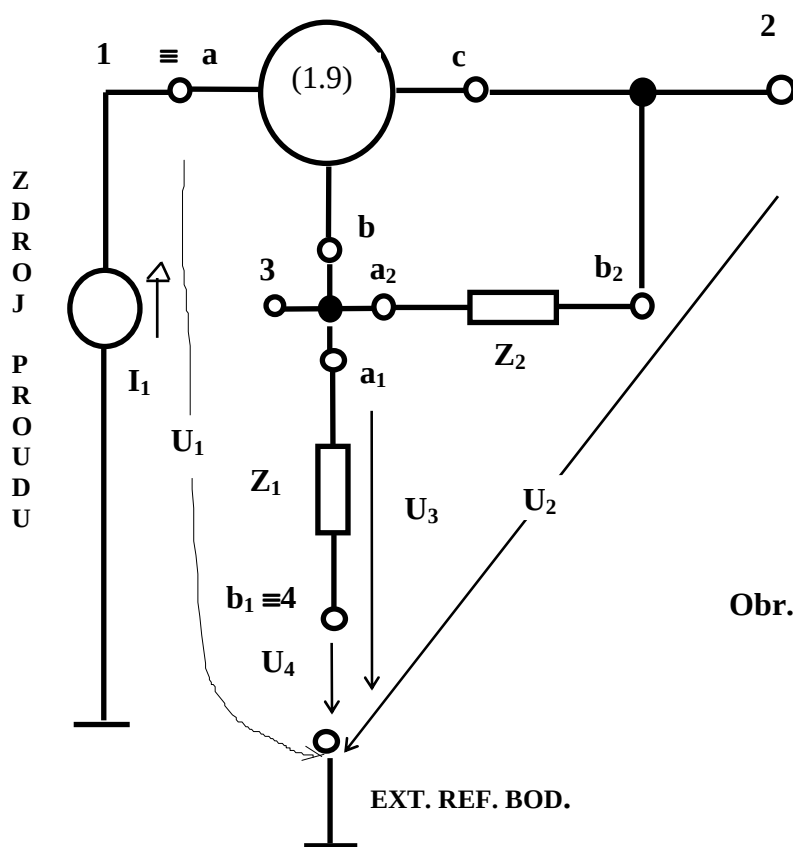
	1	2	3		
1				U_1	I_1
2		Y_2	$-Y_2$	U_2	0
3		$-Y_2$	Y_1+Y_2	U_3	0

Nyní vyznačíme incidence trojpólu a, b, c (pro názornost opakovaně) a doplníme patřičné prvky z matice (1.9), stejně jako u (1.12):

	1,(a)	2,(c)	3,(b)		
1,(a)	$+(Y_{aa})$	$+(Y_{ac})$	$+(Y_{ab})$	U_1	I_1
2,(c)	$+(Y_{ca})$	$Y_2+(Y_{cc})$	$-Y_2+(Y_{cb})$	U_2	0
3,(b)	$+(Y_{ba})$	$-Y_2+(Y_{bc})$	$Y_1+Y_2+(Y_{bb})$	U_3	0

Oba postupy vedou ke stejnému výsledku.

Známe-li I_1 a všechny prvky matice (1.12), je systém řešitelný, je možné vypočítat neznámá uzlová napětí U_1 , U_2 a U_3 pomocí Cramerova pravidla.



Obr.1.7. Situace z obr.1.6 pro externí referenční bod

Jak by vypadal popis obvodu na obr.1.6 pomocí rozšířené matice? Pól b_1 admitance Y_1 odpojíme od referenčního bodu - obr.1.7. Referenční bod je nyní externí, přibude uzel 4.

Rozšířená matice je 4. řádu, „pasívní“ matici pro Z_1 a Z_2 sestavíme některým z dříve popsaných postupů a vyznačíme incidence trojpólu:

	1,(a)	2,(c)	3,(b)	4		
1,(a)	(Y_{aa})	(Y_{ac})	(Y_{ab})	0	U_1	I_1
2,(c)	(Y_{ca})	$Y_2 + (Y_{cc})$	$-Y_2 + (Y_{cb})$	0	U_2	0
3,(b)	(Y_{ba})	$-Y_2 + (Y_{bc})$	$Y_1 + Y_2 + (Y_{bb})$	$-Y_1$	U_3	0
4	0	0	$-Y_1$	Y_1	U_4	0

Je-li nyní propojen uzel 4 s uzlem referenčním, je $U_4 = 0$, škrtná se 4. řádek a 4. sloupec. Opět obdržíme popis identický se vztahem (1.12).

Počet uzlů a n-pólů není obecně ničím omezen. Počet uzlů určuje řád čtvercové matice a jistě souvisí i s počtem n-pólů. Zapojení n-pólů mezi uzly popisuje strukturu (a tedy i vlastnosti) obvodu. Se zvětšováním počtu uzlů roste i náročnost (pracnost) řešení.

1.5. Určení uzlových napětí, napěťových přenosů, větvových proudů

Postup výpočtu budeme demonstrovat pro situaci na obr.1.6 - popsanou matematickým modelem (1.12). V obecném případě se mění pouze řád matice, postup je stejný.

Neznámá jsou uzlová napětí U_1 , U_2 a U_3 (obecně až U_n), v systému je jeden budicí proud I_1 (obecně může být více budicích proudů). Předpokládáme, že determinant D soustavy příslušný admitanční matici v (1.12)

$$D = \begin{vmatrix} Y_{aa} & Y_{ac} & Y_{ab} \\ Y_{ca} & Y_2 + Y_{cc} & -Y_2 + Y_{cb} \\ Y_{ba} & -Y_2 + Y_{bc} & Y_1 + Y_2 + Y_{bb} \end{vmatrix}$$

je nenulový^{1.2)}. Potom uzlová napětí určíme pomocí Cramerova pravidla

$$U_i = D_i / D \quad (1.13)$$

1.2) Opačný případ viz čl.3.5 - oscilátory

kde D_i je determinant, který vznikne z determinantu D tak, že v něm i-tý sloupec nahradíme sloupcem budicích proudů (dodatek D.1). Pro situaci na obr.1.6 proto platí

$$U_1 = D_1 / D = \begin{vmatrix} I_1 & Y_{ac} & Y_{ab} \\ 0 & Y_{cc} + Y_2 & Y_{cb} - Y_2 \\ 0 & Y_{bc} - Y_2 & Y_{bb} + Y_1 + Y_2 \end{vmatrix} / D \quad (1.14)$$

$$U_2 = D_2 / D = \begin{vmatrix} Y_{aa} & I_1 & Y_{ab} \\ Y_{ca} & 0 & Y_{cb} - Y_2 \\ Y_{ba} & 0 & Y_{bb} + Y_1 + Y_2 \end{vmatrix} / D \quad (1.15)$$

$$U_3 = D_3 / D = \begin{vmatrix} Y_{aa} & Y_{ac} & I_1 \\ Y_{ca} & Y_{cc} + Y_2 & 0 \\ Y_{ba} & Y_{bc} - Y_2 & 0 \end{vmatrix} / D \quad (1.16)$$

Nyní jsou určena všechna uzlová napětí zkoumaného obvodu. Hodnoty determinantů můžeme v daném případě určit pomocí Sarrusova pravidla, obecně rozvojem podle vhodného sloupce.

Považujeme-li uzel 1 za uzel vstupní, můžeme určit **napět'ové přenosy**

$$U_2/U_1 = (D_2/D)/(D_1/D) = D_2/D_1 \quad (1.17)$$

$$U_3/U_1 = (D_3/D)/(D_1/D) = D_3/D_1 \quad (1.18)$$

Pro stanovení samotných přenosů není nutné určovat determinant soustavy D.

Vět'ové proudy impedancemi Z_1 a Z_2 určíme snadno, ze znalosti uzlových napětí; 2. Kirchhoffova zákona a Ohmova zákona (obr.1.6):

$$U_{ab2} = U_{Z2} = U_3 - U_2$$

$$I_{Z2} = U_{Z2}/Z_2 = U_{Z2}Y_2 = (U_3 - U_2)Y_2 = Y_2(D_3 - D_2)/D$$

$$U_{ab1} = U_{Z1} = U_3$$

$$I_{Z1} = U_{Z1}/Z_1 = U_{Z1}Y_1 = Y_1D_1/D$$

Určení proudů I_a a I_c vývody troj'pólu pomocí 1. Kirchhoffova zákona je zřejmé. Proud I_a je zjevně shodný s proudem I_1 .

1.6. Určení vstupní impedance

Určení vstupní impedance struktury je jednoduchou záležitostí. Ve smyslu Ohmova zákona je definována poměrem $[U_1 \text{ viz (1.14)}, \text{ šipková konvence je v pořádku - obr.1.6}]$

$$Z_{vst} = U_1/I_1 = (D_1/D)/I_1 \quad (1.19)$$

Rozvineme-li D_1 pro daný příklad podle 1. sloupce, obdržíme pro vstupní impedanci vztah

$$Z_{vst} = \frac{(-1)^{1+1} I_1 \begin{vmatrix} Y_{cc} + Y_2 & Y_{cb} - Y_2 \\ Y_{bc} - Y_2 & Y_{bb} + Y_1 + Y_2 \end{vmatrix}}{I_1 D} = \frac{\begin{vmatrix} Y_{cc} + Y_2 & Y_{cb} - Y_2 \\ Y_{bc} - Y_2 & Y_{bb} + Y_1 + Y_2 \end{vmatrix}}{D}$$

1.7. Napět'ový zdroj signálu

Předpokládejme, že struktura na obr.1.6 není buzena ideálním zdrojem proudu, nýbrž ideálním zdrojem napětí U_i - obr.1.8. Je zřejmé, že i v tomto případě bude do uzlu 1 vtékat nějaký proud I_1 , který ovšem nyní neznáme. Zato známe uzlové napětí, protože $U_i = U_1$.

Formální popis situace na obr.1.6 a obr.1.8 musí být ovšem naprosto stejný. Proto i nyní platí model (1.12), ale je možné rovnice „přeskládat“. Členy rovnic, které obsahují známé uzlové napětí U_1 převedeme „vpravo“. Neznámý proud I_1 převedeme „vlevo“. Postup je naprosto zřejmý, rozepíšeme-li (1.12) do rovnic:

$$Y_{aa}U_1 + Y_{ac}U_2 + Y_{ab}U_3 = I_1$$

$$Y_{ca}U_1 + (Y_{cc} + Y_2)U_2 + (Y_{cb} - Y_2)U_3 = 0$$

$$Y_{ba}U_1 + (Y_{bc} - Y_2)U_2 + (Y_{bb} + Y_1 + Y_2)U_3 = 0$$

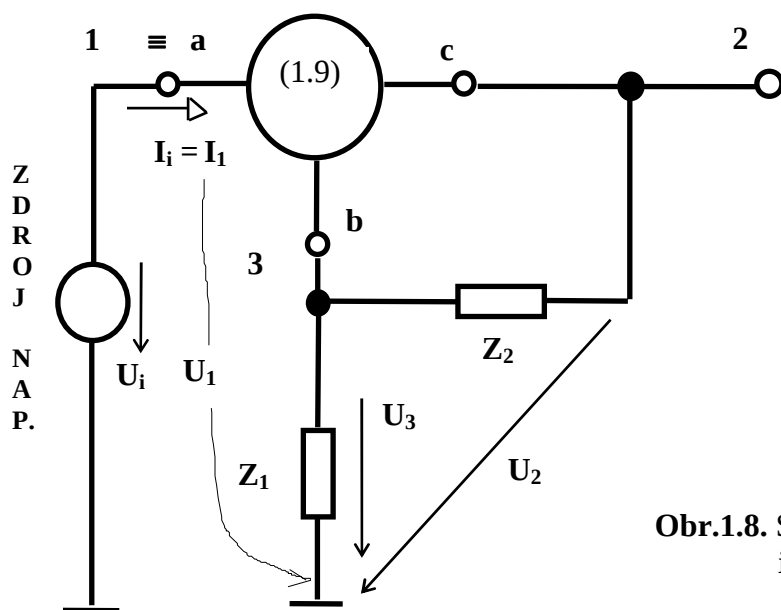
Ted' uděláme „převody“: „vpravo“ členy s U_1

„vlevo“ členy s I_1

$$-I_1 + Y_{ac}U_2 + Y_{ab}U_3 = -Y_{aa}U_1$$

$$0.I_1 + (Y_{cc} + Y_2)U_2 + (Y_{cb} - Y_2)U_3 = -Y_{ca}U_1$$

$$0.I_1 + (Y_{bc} - Y_2)U_2 + (Y_{bb} + Y_1 + Y_2)U_3 = -Y_{ba}U_1$$



Obr.1.8. Struktura z obr.1.6 buzena ideálním zdrojem napětí

Tomu odpovídá maticový zápis (nyní již matice smíšená)

-1	Y_{ac}	Y_{ab}
0	$Y_{cc} + Y_2$	$Y_{cb} - Y_2$
0	$Y_{bc} - Y_2$	$Y_{bb} + Y_1 + Y_2$

I_1
U_2
U_3

$$= \begin{matrix} -Y_{aa}U_1 \\ -Y_{ca}U_1 \\ -Y_{ba}U_1 \end{matrix} \quad (1.20)$$

Při troše cviku lze získat (1.20) z (1.12) přímo, bez rozepisování do rovnic.

Z (1.20) je zřejmé, že 1. řádek zápisu pro určení U_2 a U_3 vůbec nepotřebujeme. Stačí tedy řešit systém rovnic

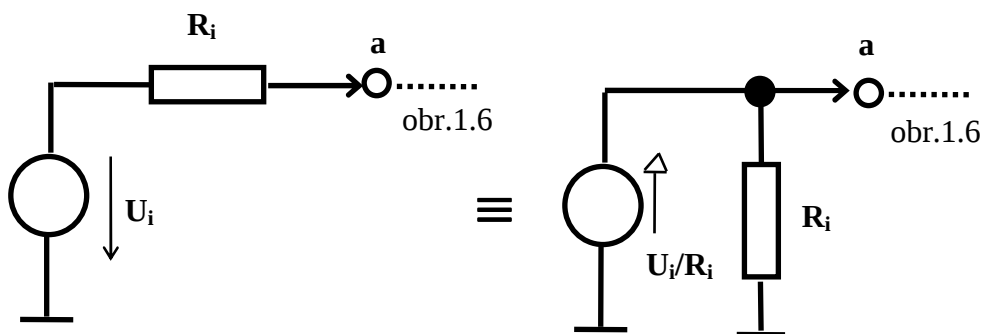
$Y_{cc} + Y_2$	$Y_{cb} - Y_2$
$Y_{bc} - Y_2$	$Y_{bb} + Y_1 + Y_2$

U_2
U_3

$$= \begin{matrix} -Y_{ca}U_1 \\ -Y_{ba}U_1 \end{matrix} \quad (1.21)$$

Je to i logické. Známe-li v systému se třemi uzly (nezávislými) jedno uzlové napětí (zde U_1), stačí již pro určení dvou nezávislých napětí (U_2 , U_3) pouze dvě rovnice.

Určíme-li ovšem z (1.21) napětí U_2 a U_3 , můžeme z 1. řádku (1.20) dopočítat i proud I_1 , který je dodáván ze zdroje napětí U_i . Můžeme však vyjít i z (1.20) a přímo určit všechny tři neznámé veličiny, tedy I_1 , U_2 a U_3 pomocí Cramerova pravidla. Známe-li proud I_1 , můžeme určit i vstupní impedanci jako poměr napětí $U_1 = U_i$ a proudu I_1 , tedy $Z_{vst} = U_i / I_1$.



Obr.1.9. Připojení reálného zdroje napětí a jeho proudový ekvivalent

Bude-li zdroj napětí U_i reálný, s konečnou hodnotou vnitřního odporu R_i - obr.1.9 - lze zdroj napětí přepočítat na ekvivalentní zdroj proudu pomocí Nortonova teorému. Do popisu (1.12) tak přibude do pole (1, 1) pouze vnitřní vodivost $G_i = 1/R_i$ a proud $I_1 = U_i/R_i = U_i G_i$, tedy

	1	2	3
1	$Y_{aa} + G_i$	Y_{ac}	Y_{ab}
2	Y_{ca}	$Y_{cc} + Y_2$	$Y_{cb} - Y_2$
3	Y_{ba}	$Y_{bc} - Y_2$	$Y_{bb} + Y_1 + Y_2$

U_1	$=$	$U_i G_i$
U_2		0
U_3		0

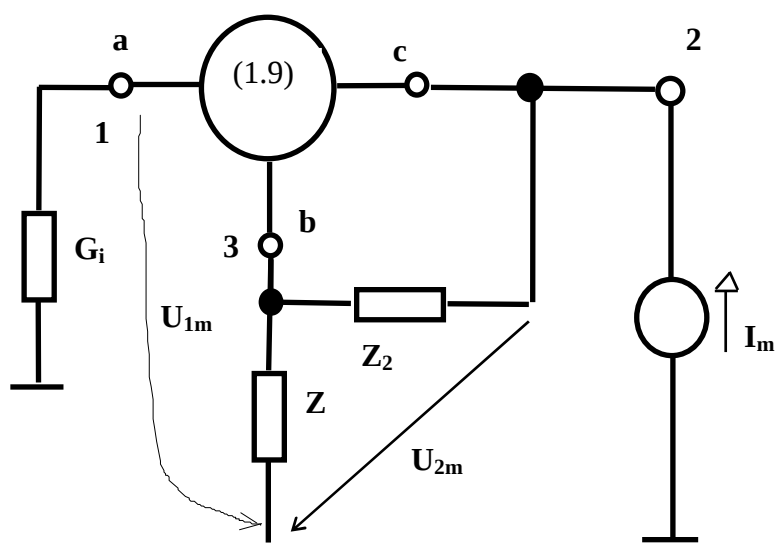
(1.22)

Postup řešení (1.22) je stejný jako u (1.12).

V obecném případě se může jednat i o výstupní impedanci zdroje Z_i . Potom platí substituce $G_i \rightarrow Y_i = 1/Z_i$.

1.8. Určení výstupní impedance

Vzhledem k tomu, že zkoumáme lineární obvod, můžeme otázku výstupní impedance libovolného uzlu (pólu) vyřešit „měřicím“ přístupem. Budící zdroje reálné nahradíme jejich vnitřními impedancemi (ideální zdroj napětí zkratem, ideální zdroj proudu nekonečnem - rozpojíme). Znamená to, že v (1.12) je $I_1 = 0$; v (1.22) je $U_i = 0$. Uspořádání, tedy ani popis, obvodu se dále nemění.



Obr.1.10. „Měření“ impedance uzlu 2

Určeme např. impedanci uzlu 2. Tato impedance je ve smyslu Théveninova (i Nortonova) teorému vstupní i výstupní impedancí uzlu 2. Situace pro buzení struktury s reálným zdrojem napětí (obr.1.9) je na obr.1.10. Do uzlu 2 je vnucován „měřicí“ proud I_m . Určení výstupní impedance uzlu 2 se tak převede na určení vstupní impedance uzlu 2. Pomocí popsanych algoritmů sestavíme maticový popis „měřicího“ režimu:

	1, a	2, c	3, b
1, a	$Y_{aa} + G_i$	Y_{ac}	Y_{ab}
2, c	Y_{ca}	$Y_{cc} + Y_2$	$Y_{cb} - Y_2$
3, b	Y_{ba}	$Y_{bc} - Y_2$	$Y_{bb} + Y_1 + Y_2$

U_{1m}	$=$	0
U_{2m}		I_m
U_{3m}		0

(1.23)

Admitanční matice obvodu se proti (1.22) skutečně nezměnila. Vždyť také jeho uspořádání zůstalo stejné. Změnila se pouze matice budících proudů; „měřicí“ proud I_m vstupuje do uzlu 2. Uzlová napětí pro tuto situaci jsou odlišena pomocným symbolem „m“. Nyní již můžeme určit pro impedanci uzlu 2 (vstupní i výstupní)

$$Z_{\text{out}2} = U_{2m}/I_m = D_2 / (I_m D) = \left| \begin{array}{ccc} Y_{aa} + G_i & 0 & Y_{ab} \\ Y_{ca} & I_m & Y_{cb} - Y_2 \\ Y_{ba} & 0 & Y_{bb} + Y_1 + Y_2 \end{array} \right| / (I_m D) \quad (1.24)$$

kde D je determinant soustavy (1.23).

1.9. Propojení uzlů (pólů)

Pokud propojíme libovolný uzel r s referenčním uzlem (viz čl.1.2), musíme v admitančním popisu škrtnout řádek i sloupec **r** (do řádku r patří i budící proud I_r).

Co se stane, propojíme-li dva „nereferenční“ uzly, například **k** a **s** - obr.1.11? Znamená to, že platí

$$U_k = U_s = U_{k,s} \quad (1.25)$$

$$I_k + I_s = I_{k,s} \quad (1.26)$$

Index „k,s“ jen dokumentuje historii vzniku nového (sdruženého) uzlu - propojení původních uzlů **k** a **s**. Zápis platí zcela obecně pro popisy typu (1.1) i (1.12), tedy pro pasívní i aktivní lineární obvody.

Rovnici (1.25) odpovídá v maticovém popisu součet sloupců k a s. Ke sloupci **k** přičítáme sloupec **s**, napětí U_k přeznačíme na $U_{k,s}$. Po rozepsání maticového zápisu typu (1.1) do rovnic totiž platí:

$$Y_{11}U_1 + \dots + Y_{1k}U_k + \dots + Y_{1s}U_s + \dots + Y_{1n}U_n = Y_{11}U_1 + \dots + (Y_{1k} + Y_{1s})U_{k,s} + \dots + Y_{1n}U_n = I_1$$

.....

$$Y_{k1}U_1 + \dots + Y_{kk}U_k + \dots + Y_{ks}U_s + \dots + Y_{kn}U_n = Y_{k1}U_1 + \dots + (Y_{kk} + Y_{ks})U_{k,s} + \dots + Y_{kn}U_n = I_k$$

$$Y_{s1}U_1 + \dots + Y_{sk}U_k + \dots + Y_{ss}U_s + \dots + Y_{sn}U_n = Y_{s1}U_1 + \dots + (Y_{sk} + Y_{ss})U_{k,s} + \dots + Y_{sn}U_n = I_s$$

$$Y_{n1}U_1 + \dots + Y_{nk}U_k + \dots + Y_{ns}U_s + \dots + Y_{nn}U_n = Y_{n1}U_1 + \dots + (Y_{nk} + Y_{ns})U_{k,s} + \dots + Y_{nn}U_n = I_n$$

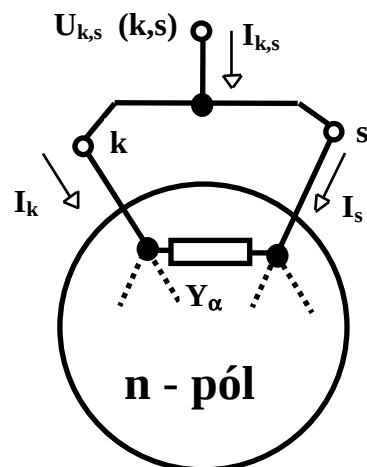
Rovnici (1.26) odpovídá součet řádků k a s v maticovém popisu. K řádku **k** přičítáme řádek **s**. Proud I_k nahradíme proudem $I_{k,s}$ (přeznačíme). Z předchozího „rozpisu“ obdržíme po této operaci:

$$Y_{11}U_1 + \dots + (Y_{1k} + Y_{1s})U_{k,s} + \dots + Y_{1n}U_n = I_1$$

$$Y_{k1}U_1 + \dots + (Y_{kk} + Y_{ks} + Y_{sk} + Y_{ss})U_{k,s} + \dots + (Y_{kn} + Y_{sn})U_n = I_k + I_s = I_{k,s}$$

$$Y_{n1}U_1 + \dots + (Y_{nk} + Y_{ns})U_{k,s} + \dots + Y_{nn}U_n = I_n$$

$$Y_{n1}U_1 + \dots + (Y_{nk} + Y_{ns})U_{k,s} + \dots + Y_{nn}U_n = I_n$$



Obr.1.11. Propojení dvou nereferenčních uzlů

Je-li mezi uzly **k** a **s** připojena například admitance Y_α (obr.1.11), platí podle základních vztahů (1.3) a (1.4)

$$Y_{kk} = Y_{\alpha} + \Sigma \text{ostatních admitancí „do uzlu k“}$$

$$Y_{ss} = Y_{\alpha} + \Sigma \text{ostatních admitancí „do uzlu s“}$$

$$Y_{sk} = Y_{ks} = -Y_{\alpha}$$

Novému sdruženému uzlu „k,s“ přísluší na diagonále matice uzlová admitance

$$Y_{(k,s),(k,s)} = Y_{kk} + Y_{ks} + Y_{sk} + Y_{ss} = \Sigma \text{všech admitancí vstupujících do uzlů s a k, vyjma } Y_{\alpha}$$

To je správný výsledek, admitance Y_{α} je nyní propojením uzlů zkratována, nemá smysl.

Popisovala-li například admitance Y_{k1} propojení mezi uzly **1** a **k** a admitance Y_{s1} mezi uzly **1** a **s**, popisuje člen $Y_{k1} + Y_{s1}$ propojení mezi uzlem **1** a novým (sdruženým) uzlem „k,s“.

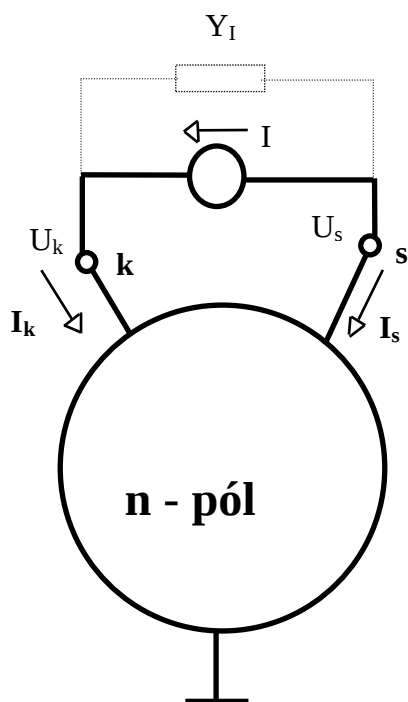
Shrnutí:

Existuje-li admitanční popis obvodu, potom

- propojení libovolného uzlu **r** s uzlem referenčním odpovídá škrtnutí **r**-tého řádku i sloupce v admitančním popisu
- propojení libovolných uzlů **k** a **s** odpovídá sečtení sloupců **k** a **s** (napětí $U_{k,s}$) a sečtení řádků **k** a **s** (proud $I_{k,s}$) v admitančním popisu.

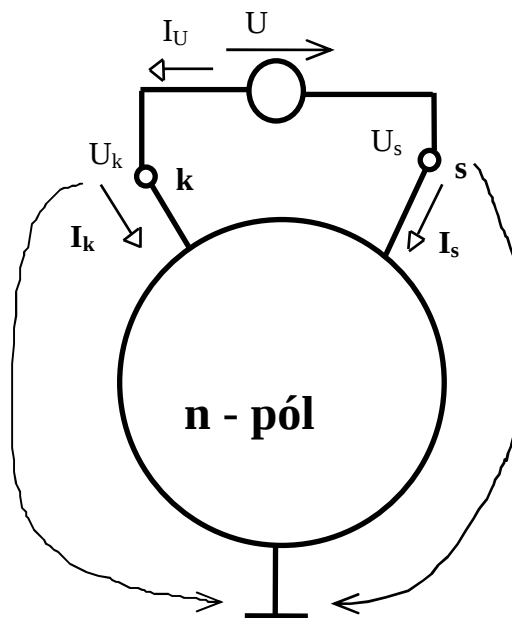
1.10. Připojení zdrojů mezi „nereferenční“ uzly

Připojení ideálního zdroje proudu **I** mezi nereferenční uzly **k** a **s** je na obr.1.12. Tato situace je velmi jednoduchá. Při konvenci zavedené na obr.1.1 prostě platí, že $I_k = I$ a $I_s = -I$. Takto „doplněný“ systém je opět řešitelný.



Obr.1.12. Připojení zdroje proudu **I** mezi uzly **k** a **s** ($Y_I = 0$ pro ideální zdroj)

Pokud je zdroj proudu reálný (tedy $Y_I \neq 0$), zahrneme Y_I do „pasívního“ popisu: k prvkům Y_{kk} a Y_{ss} doplníme $(+Y_I)$, k prvkům $Y_{sk} = Y_{ks}$ doplníme $(-Y_I)$. Se získaným modelem pracujeme dále stejně jako v úvahách předchozích.



Obr.1.13. Připojení ideálního zdroje napětí **U** mezi uzly **k** a **s**

Připojení ideálního zdroje napětí U mezi nereferenční uzly k a s je na obr.1.13. Jádrem úvahy je skutečnost, že zdroj napětí U dodává do uzlu k nějaký proud I_U (zatím neznámý), stejně velký proud jistě odebírá z uzlu s . Vždy musí platit

$$U_k = U_s + U \quad \text{respektive} \quad U_s = U_k - U.$$

Počet neznámých uzlových napětí se o jedno napětí zmenšuje.

Při vyznačené konvenci vezmeme za základ dalších úvah rovnice

$$U_s = U_k - U; \quad I_k = I_U; \quad I_s = -I_U.$$

Dopad těchto rovnic objasníme opět nejvýhodněji po „rozepsání“ rovnic (1.1), stejně jako v čl.1.9 (zkráceně):

	sloupec k	sloupec s	
...	+ $Y_{1k}U_k$ + ...	+ $Y_{1s}(U_k - U)$ + ...	= I_1
...	+ $Y_{2k}U_k$ + ...	+ $Y_{2s}(U_k - U)$ + ...	= I_2
.....			
řádek k	+ $Y_{kk}U_k$ + ...	+ $Y_{ks}(U_k - U)$ + ...	= I_U
.....			
řádek s	+ $Y_{sk}U_k$ + ...	+ $Y_{ss}(U_k - U)$ + ...	= $-I_U$
.....			
...	+ $Y_{nk}U_k$ + ...	+ $Y_{ns}(U_k - U)$ + ...	= I_n

Zřejmě „sjednotíme členy s U_k “, tedy ke sloupci k přičteme sloupec s ; členy se známým napětím U převedeme „vpravo“; jednu nadbytečnou rovnici nejsnáze odstraníme tak, že k řádku k přičteme řádek s . Výsledkem je systém rovnic, ve kterém je počet uzlových napětí (neznámých) $n - 1$, „vypadlo“ napětí U_s (které snadno dopočítáme ze vztahu $U_s = U_k - U$):

	sloupec $(k+s)$	
...	+ $(Y_{1k} + Y_{1s})U_k$ + ...	= $I_1 + Y_{1s}U$
...	+ $(Y_{2k} + Y_{2s})U_k$ + ...	= $I_2 + Y_{2s}U$
.....		
řádek $(k+s)$	+ $(Y_{kk} + Y_{ks} + Y_{sk} + Y_{ss})U_k$ + ...	= $(Y_{ks} + Y_{ss})U$
.....		
...	+ $(Y_{nk} + Y_{ns})U_k$ + ...	= $I_n + Y_{ns}U$

Algoritmus (při zvolené konvenci) je zřejmý, a vlastně i logický. Vždyť ideální zdroj napětí představuje pro všechny „signály“ zkrat. Jeho působení „na pasívní matici“ tedy musí být jako u zkratu. Jeho „zdrojové účinky“ jsou skryty v těch členech „s U “ převedených „vpravo“.

Připojujeme-li reálný zdroj napětí, není obtížné udělat přepočet podle Nortonova teorému a dále pokračovat podle úvah uvedených k obr.1.12.

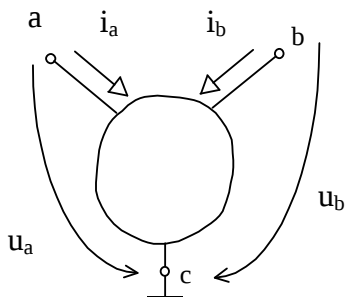
2. ADMITANČNÍ POPIS AKTIVNÍCH PRVKŮ

Pro moderní zesilovací struktury (funkční bloky) jsou známy signálové modely, které umožňují získat admitanční popis pomocí elementárních úvah, Kirchhoffových zákonů a Ohmova zákona. Obvody jsou často lineární ve značném rozsahu proudů a napětí, stanovení pracovních podmínek (bodů) není obtížné, většinou plyne ze základní definice příslušné struktury. Obecně je však nutné postupovat podle čl.2.1.

2.1. Klasický postup linearizace - např. [8]

Klasickým aktivním prvkem elektronických obvodů je trojpól (elektronka, tranzistor), který popisují dvě napětí a dva proudy - obr.2.1. Závislosti mezi proudy a napětími jsou obecně nelineární a mohou být popsány funkcí dvou proměnných

$$\begin{aligned} i_a &= f_1(u_a, u_b) \\ i_b &= f_2(u_a, u_b) \end{aligned} \quad (2.1)$$



Obr.2.1. Symbolická značka trojpólu^{2.1)}

Při linearizaci nás zajímá malá oblast napětí a proudů v okolí nějakého vhodného pracovního bodu u_{a0}, u_{b0} . To vyjádříme pomocí malých změn napětí $\Delta u_{a,b}$:

$$u_a = u_{a0} + \Delta u_a$$

$$u_b = u_{b0} + \Delta u_b$$

Tyto malé změny napětí vyvolají odpovídající změny proudů

$$\begin{aligned} i_a &= f_1(u_{a0} + \Delta u_a, u_{b0} + \Delta u_b) \\ i_b &= f_2(u_{a0} + \Delta u_a, u_{b0} + \Delta u_b) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Rozvineme-li rovnice (2.2) v Taylorovu řadu a uvažujeme pouze derivace 1. řádu, obdržíme ve shodě s [8]

2.1) Malá písmenka značí obecně časově proměnné veličiny.

$$\begin{aligned} i_a &\cong f_1(u_{a0}, u_{b0}) + \left(\frac{\partial i_a}{\partial u_a} \Delta u_a + \frac{\partial i_a}{\partial u_b} \Delta u_b \right) \\ i_b &\cong f_2(u_{a0}, u_{b0}) + \left(\frac{\partial i_b}{\partial u_a} \Delta u_a + \frac{\partial i_b}{\partial u_b} \Delta u_b \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Členy $i_{a0} \cong f_1(u_{a0}, u_{b0})$, $i_{b0} \cong f_2(u_{a0}, u_{b0})$ určují klidové pracovní proudy. Musí být nalezeny graficky nebo numericky z nelineárních popisů zkoumaných trojpólů. Zbývající členy popisují odezvy proudů $\Delta i_{a,b}$ na změny napětí $\Delta u_{a,b}$. Z (2.3) plyne, že

$$\begin{aligned}\Delta i_a &\equiv \frac{\partial i_a}{\partial u_a} \Delta u_a + \frac{\partial i_a}{\partial u_b} \Delta u_b \\ \Delta i_b &\equiv \frac{\partial i_b}{\partial u_a} \Delta u_a + \frac{\partial i_b}{\partial u_b} \Delta u_b\end{aligned}\quad (2.4)$$

Parciální derivace definují dynamické (diferenční) parametry trojpólu, které určujeme z jejich charakteristik (popisů) v okolí pracovního bodu. Při vhodně zvoleném režimu lze považovat veličiny (vodivosti)

$$\begin{aligned}g_{aa} &= \frac{\partial i_a}{\partial u_a} ; & g_{ab} &= \frac{\partial i_a}{\partial u_b} \\ g_{ba} &= \frac{\partial i_b}{\partial u_a} ; & g_{bb} &= \frac{\partial i_b}{\partial u_b}\end{aligned}\quad (2.5)$$

za nezávislé na změnách napětí Δu a proudů Δi . Jedná se o **linearizovaný model** v pracovním bodě u_{a0}, u_{b0} .

Časové průběhy napětí a proudů se při analýze obvodů zaměňují jejich komplexními obrazy (fázory) nebo operátorovými obrazy (U, I). Potom může být trojpól popsán (pro malé signály) vodivostními (obecně admitančními) rovnicemi ($g_{aa} \rightarrow Y_{aa}, g_{ab} \rightarrow Y_{ab}, g_{ba} \rightarrow Y_{ba}, g_{bb} \rightarrow Y_{bb}$)

$$\begin{aligned}I_a &= g_{aa} U_a + g_{ab} U_b \\ I_b &= g_{ba} U_a + g_{bb} U_b\end{aligned}\quad (2.6)$$

jimž odpovídá maticový zápis

$$\begin{array}{c} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \hline g_{aa} & g_{ab} \\ \hline g_{ba} & g_{bb} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline U_a \\ \hline U_b \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline I_a \\ \hline I_b \\ \hline \end{array} \quad (2.7)$$

který můžeme srovnat se vztahem uvedeným na obr.1.3. Jedná se zřejmě o zkrácenou matici. Získání rozšířené matice je rovněž součástí obr.1.3.

Pokud bude aktivní prvek vícepólový, úvahu analogicky rozšíříme. Pro čtyřpól (a, b, c, d) s referenčním uzlem d bude platit popis

$$\begin{aligned}I_a &= g_{aa} U_a + g_{ab} U_b + g_{ac} U_c \\ I_b &= g_{ba} U_a + g_{bb} U_b + g_{bc} U_c \\ I_c &= g_{ca} U_a + g_{cb} U_b + g_{cc} U_c\end{aligned}\quad (2.8)$$

kde

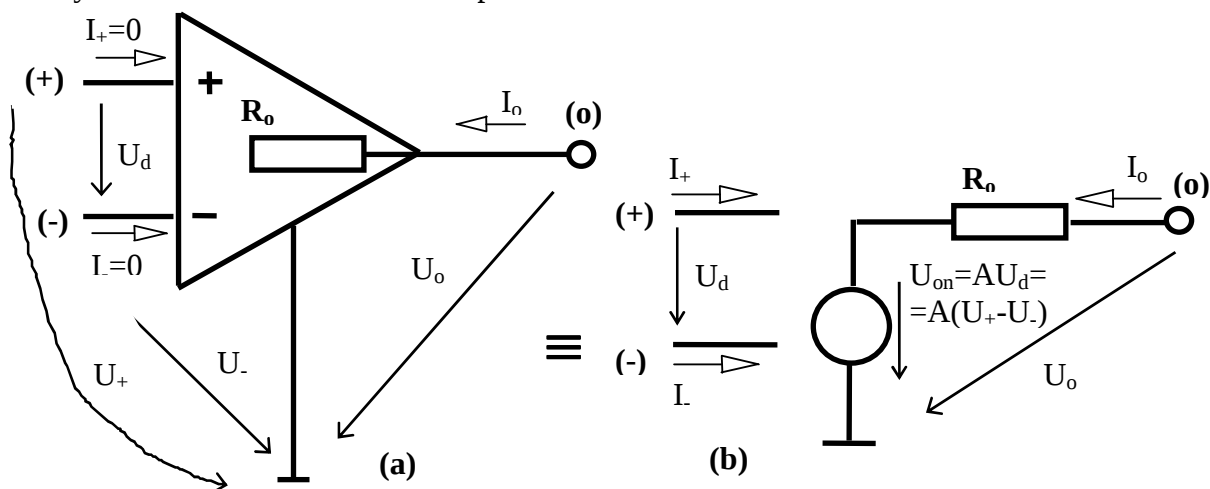
$$g_{jk} = \frac{\partial i_j}{\partial u_k} \quad (2.9)$$

pro $j = a, b, c$
 $k = a, b, c$

2.2. Admitanční model operačního zesilovače (OZ) (zdroje napětí řízeného napětím)

Základní symbol pro operační zesilovač (podrobně viz [60, 5, 7]) je na obr.2.2a. Aby bylo vůbec možné sestavit admitanční matici, je nezbytné uvažovat i nenulový výstupní odpor zesilovače R_o . Překreslené idealizované schéma (signálové) je na obr.2.2b. Idealizace spočívá v tom, že uvažujeme nekonečně velké impedance pro oba vstupy, tedy vstup **invertující (-)** i

neinvertující (+). To znamená, že oba vstupní proudy jsou nulové, jde tedy o napěťové řízení. Tato idealizace není nijak na závadu obecnosti úvah. Vstupní impedance můžeme při analýze snadno zahrnout do matice pasívní části obvodu.



Obr.2.2. a) Základní symbol a šipková konvence pro operační zesilovač;
b) idealizované schéma [$U_d = U_+ - U_-$ - diferenční (rozdílové) napětí]

Základní rovnicí popisující idealizovaný diferenční operační zesilovač je vztah pro výstupní napětí naprázdno ($I_o = 0$)

$$U_o(I_o = 0) = U_{on} = AU_d = A(U_+ - U_-) \quad (2.10)$$

kde A je zesílení zesilovače, ostatní symboly viz obr.2.2. Zesílení A může v sobě zahrnovat i frekvenční závislost - může být popsáno jako funkce ($j\omega$). Ze situace na obr.2.2b snadno určíme, že

$$I_o = (U_o - AU_d)/R_o = -AG_oU_+ + AG_oU_- + G_oU_o \quad (2.11)$$

kde $G_o = 1/R_o$ je výstupní vodivost zesilovače.

Naprosto formálně můžeme doplnit „signálový“ systém rovnic (při dané idealizaci):

$$I_+ = 0 \cdot U_+ + 0 \cdot U_- + 0 \cdot U_o$$

$$I_- = 0 \cdot U_+ + 0 \cdot U_- + 0 \cdot U_o$$

$$I_o = (U_o - AU_d)/R_o = -AG_oU_+ + AG_oU_- + G_oU_o$$

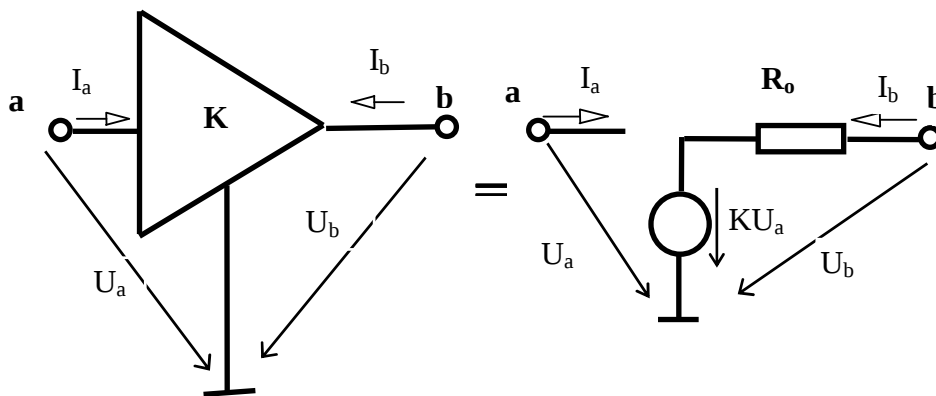
což jednoznačně definuje admitanční matici operačního zesilovače v podobě

$$\begin{array}{c|ccc|cc} & (+) & (-) & (o) & & \\ \hline (+) & 0 & 0 & 0 & U_+ & I_+ \\ \hline (-) & 0 & 0 & 0 & U_- & I_- \\ \hline (o) & -AG_o & AG_o & G_o & U_o & I_o \end{array} = \quad (2.12)$$

Tím je určen admitanční model operačního zesilovače a můžeme proto využít všechny dřívější úvahy pro řešení lineárních obvodů s OZ.

2.3. Admitanční model zesilovače s jedním vstupem (příklady užití)

Základní situace je znázorněna na obr.2.3. Zesilovač se zesílením K může být neinvertující ($K > 0$) i invertující ($K < 0$). I zde je nutné uvažovat výstupní odpor R_o zesilovače, aby bylo možné admitanční matici sestavit.



Obr.2.3. Základní symbol pro zesilovač s jedním vstupem a jeho náhradní schéma

Definiční rovnicí je vztah pro výstupní napětí naprázdno ($I_b = 0$)

$$U_b(I_b = 0) = K U_a \quad (2.13)$$

Vstupní odpor je idealizován (nekonečný), takže platí $I_a = 0$. Skutečný vstupní odpor (impedance) může být zahrnut do „pasívní“ matice struktury.

Situaci na obr.2.3 nyní můžeme popsat vztahy

$$I_a = 0 \cdot U_a + 0 \cdot U_b$$

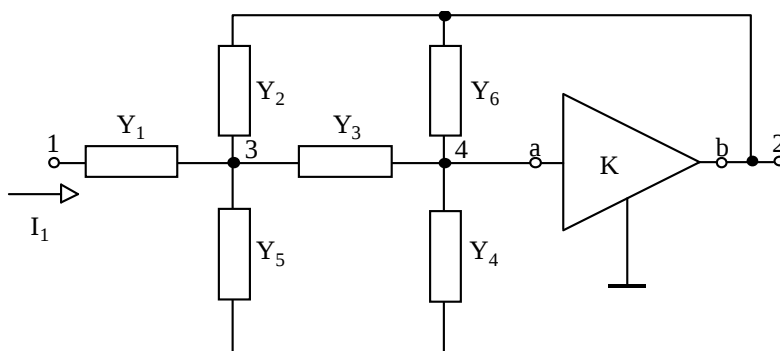
$$I_b = (U_b - KU_a)/R_o = -KG_o U_a + G_o U_b$$

což je zachyceno v admitančním popisu (modelu)

$$\begin{array}{c} \mathbf{a} \quad \mathbf{b} \\ \mathbf{a} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -KG_o & G_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} \\ \mathbf{b} \end{array} \quad (2.14)$$

zesilovače s jedním vstupem.

Stejný výsledek lze získat přímo z rovnic (2.12) uvědomíme-li si, že stačí na obr.2.2 připojit vstup (-) k referenčnímu uzlu. Tomu odpovídá škrtnutí řádku a sloupce (-) v (2.12) - čl.1.9. Potom již platí substituce (+) $\rightarrow$ a, (o) $\rightarrow$ b, $A \rightarrow K$.



Obr.2.4. Bridgmanova-Brennarova struktura

Pro ilustraci analyzujeme strukturu na obr.2.4. Toto zapojení v sobě skrývá celou řadu běžně používaných filtrů 2. řádu. Pro $K > 0$ se jedná o **filtry Sallen-Key**, pro $K \rightarrow -\infty$ se jedná o **filtry s invertujícím operačním zesilovačem**^{2,2)}. Realizace K nás v tomto okamžiku nezajímá. Výsledná matice s vyznačením koincidencí s maticí (2.14) je čtvrtého řádu (zkrácená)

2.2) Viz kapitola 3.

$$\begin{array}{cccc}
 & 1 & 2(b) & 3 & 4(a) \\
 1 & Y_1 & 0 & -Y_1 & 0 \\
 2(b) & 0 & Y_2+Y_6 & -Y_2 & -Y_6 + (-KG_o) \\
 3 & -Y_1 & -Y_2 & Y_1+Y_2+Y_3+Y_5 & -Y_3 \\
 4(a) & 0 & -Y_6 & -Y_3 & Y_3+Y_4+Y_6
 \end{array} \times \begin{array}{c} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{array} = \begin{array}{c} I_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \quad (2.15)$$

Řešením systému rovnic pro $R_o = 0$ ($G_o \rightarrow \infty$) dostaneme pro přenos vztah

$$\left. \frac{U_2}{U_1} \right|_{G_o \rightarrow \infty} = \frac{KY_1Y_3}{Y_4(Y_1+Y_2+Y_3+Y_5)+Y_3(Y_1+Y_5)+(1-K)[Y_2Y_3+Y_6(Y_1+Y_2+Y_3+Y_5)]} \quad (2.16)$$

Pro $K \rightarrow -\infty$, získáváme popis filtrů s invertujícím operačním zesilovačem; vztah (2.16) nabývá podoby

$$\left. \frac{U_2}{U_1} \right|_{\substack{G_o \rightarrow \infty \\ K \rightarrow -\infty}} = \frac{-Y_1Y_3}{[Y_2Y_3+Y_6(Y_1+Y_2+Y_3+Y_5)]} \quad (2.16a)$$

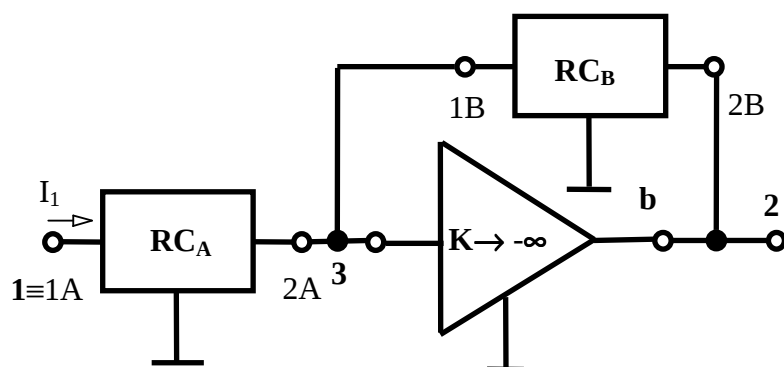
Je-li $K > 0$ a platí, že $Y_6 = Y_5 = 0$, dostáváme jednu základní strukturu pro filtry Sallen-Key [7]. Ze vztahu (2.16) dostaneme za těchto podmínek:

$$\left. \frac{U_2}{U_1} \right|_{G_o \rightarrow \infty} = \frac{KY_1Y_3}{Y_1Y_3+Y_4(Y_1+Y_2+Y_3)+Y_2Y_3(1-K)} \quad (2.16b)$$

Nebo je - li pouze $Y_6 = 0$, dostaneme jinou strukturu pro filtry Sallen - Key a vztah:

$$\left. \frac{U_2}{U_1} \right|_{G_o \rightarrow \infty} = \frac{KY_1Y_3}{Y_4(Y_1+Y_2+Y_3+Y_5)+Y_3(Y_1+Y_5)+Y_2Y_3(1-K)} \quad (2.16c)$$

Různou volbou vhodných admitancí Y_1 až Y_6 (R_i , $j\omega L_i$, $1/(j\omega C_i)$) dosahujeme požadovaných frekvenčních průběhů přenosů (propusti a zádrže 2. řádu).



Obr.2.5. Principiální zapojení filtrů RC se dvěma pasívními dvojbranými (trojpóly) a invertujícím OZ

Druhým příkladem analýzy je zapojení na obr.2.5. Struktura se skládá pouze z trojpólů a je využívána při syntéze filtrů. Požadavky kladené na filtr se převedou na syntézu dvou pasívních dvojbranů RC [např. 28]. Tvrzení bude zřejmé, určíme-li přenos struktury.

Oba dvojbraný (trojpóly, pasívní) jsou popsány obecně admitanční maticí (zkrácenou)

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline Y_{11} & Y_{12} \\ \hline Y_{21} & Y_{22} \\ \hline \end{array} \end{array} \quad (2.17)$$

rozlišení je zajištěno dalším písmenem v indexu (A nebo B). Admitanční popis sestavíme pouze na základě incidencí „s uzly“ s využitím vztahů (2.17) a (2.14):

	1; 1A	2; 2B,b	3; 2A, 1B,a	
1; 1A	Y_{11A}	0	Y_{12A}	$\begin{array}{ c } \hline U_1 \\ \hline U_2 \\ \hline U_3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ c } \hline I_1 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$
2; 2B,b	0	$Y_{22B}+G_0$	$Y_{21B}-KG_0$	
3; 2A, 1B,a	Y_{21A}	Y_{12B}	$Y_{22A}+Y_{11B}$	

Pro $K \rightarrow -\infty$ snadno určíme, že

$$U_2/U_1 = -Y_{21A}/Y_{12B}$$

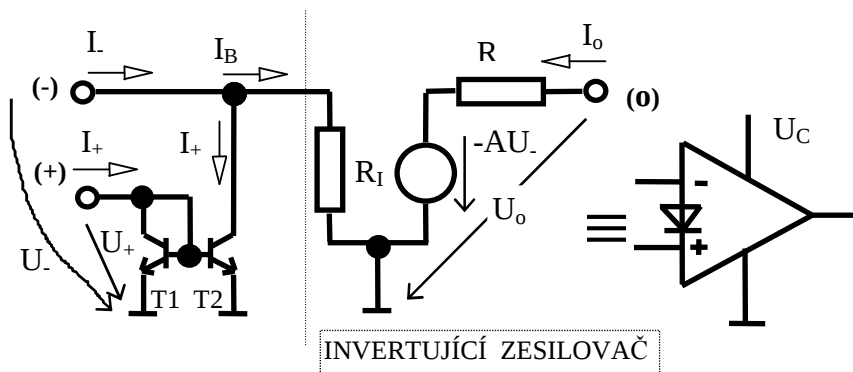
Protože pasívní členy RC jsou reciproké, platí $Y_{12B} = Y_{21B}$ a tedy i tvrzení, že

$$U_2/U_1 = -Y_{21A}/Y_{21B}$$

Požadavky kladené na filtr se opravdu transformují na syntézu pasívních dvojbranů s požadovanými admitancemi $Y_{21A,B}$.

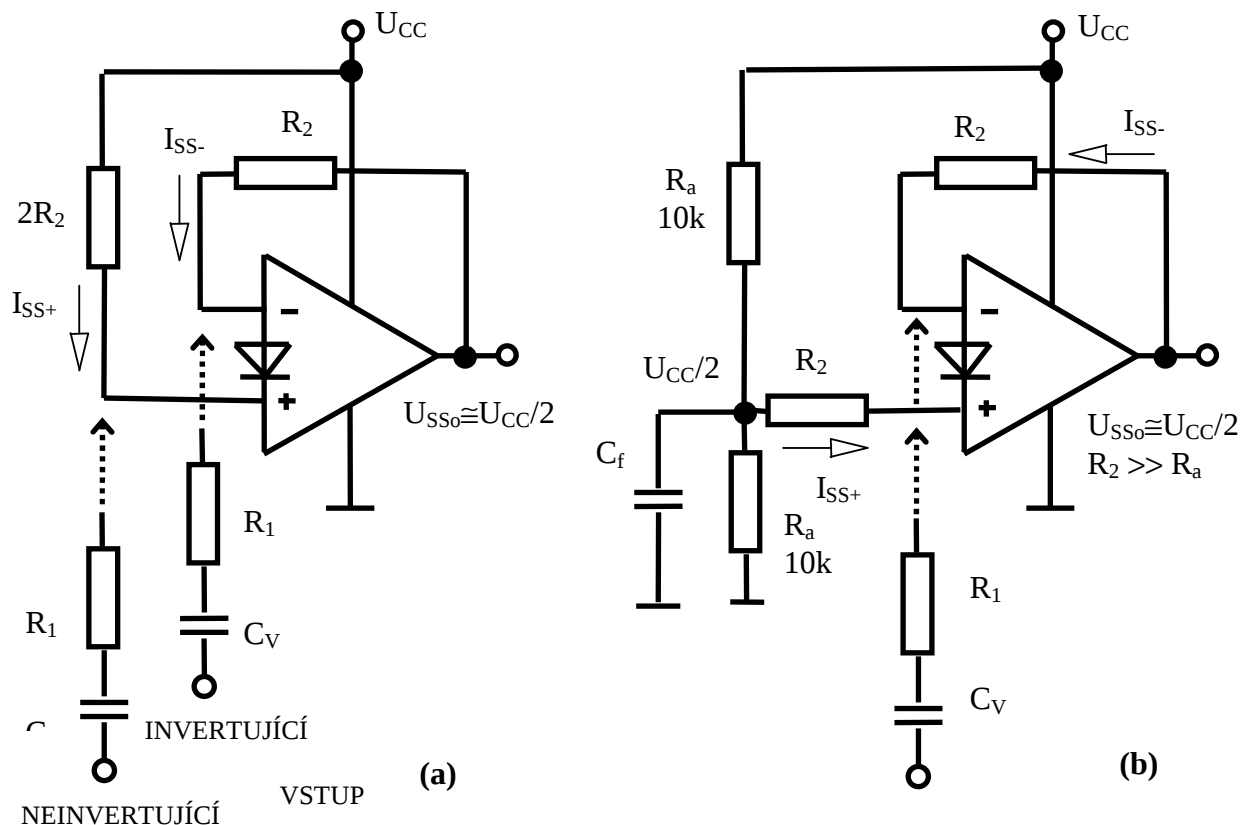
2.4. Admitanční model Nortonova zesilovače (NZ)

Podrobný popis struktury Nortonova zesilovače je uveden např. v [7]. Jedná se o relativně jednoduchý diferenční zesilovač s napětovým zesílením asi 60 dB, který je určen hlavně pro méně náročné aplikace s nesymetrickým napájením. Náhradní signálové schéma je na obr.2.6. „Invertování“ je definováno znaménkem „před A“ v modelu. Pro samotné A už platí, že je kladné (na nízkých frekvencích).



Obr.2.6. Náhradní signálové schéma Nortonova zesilovače a jeho možná symbolická značka

Významným znakem je to, že proudová vazba mezi neinvertujícím vstupem (+) a invertujícím vstupem (-) (proudové zrcadlo T1, T2) zajišťuje v ideálním případě shodu obou vstupních proudů $I_+ = I_-$, tedy $I_B = I_- - I_+ = 0$, je-li vstupní odpor R_{IN} nekonečný. Napětí U_o je zesilováno (-A-krát) invertujícím zesilovačem, jehož vstupní odpor R_{IN} je v ideálním případě nekonečný. Výstupní odpor R_o je ideálně roven nule.



Obr.2.7. Nastavení stejnosměrné hodnoty výstupního napětí $U_{SS0} \cong U_{CC}/2$ (pracovního bodu)

Pro nastavení pracovního bodu využijeme toho, že i pro stejnosměrné proudy musí platit $I_{SS-} = I_{SS+}$. Na výstupu zesilovače požadujeme stejnosměrnou hodnotu $U_{SS0} \cong U_{CC}/2$, to je polovinu napájecího napětí - obr.2.7. Na obr.2.7a platí $I_{SS+} \cong U_{CC}/(2R_2)$, $I_{SS-} \cong U_{SS0}/R_2$. Podmínka $I_{SS-} = I_{SS+}$ je splněna právě pro $U_{SS0} \cong U_{CC}/2$. Nevýhodou je, že nežádoucí změny napájecího napětí U_{CC} (šумы, poruchy) se přenášejí „přes“ $2R_2$ na neinvertující vstup zesilovače a jsou dále přenášeny na výstup (s přenosem asi 0,5).

Na obr.2.7b je vytvořeno pomocným děličem napětí $U_{CC}/2$, které lze filtrovat pomocí kondenzátoru C_f . Pro $R_2 \gg R_a$ bude $I_{SS-} = I_{SS+}$ právě při $U_{SS0} \cong U_{CC}/2$.

Pro signálové změny představuje tranzistor T1 v diodovém zapojení dynamický odpor

$$r_d \cong U_T/I_{SS+} = 1/g_d \quad (2.18)$$

To odvodíme snadno z rovnice pro proud diody v propustném směru (U_D je napětí na diodě, U_T je teplotní napětí, asi 26 mV při pokojové teplotě) - viz i kapitola 6:

$$I_{SS+} \cong I_{oE} \exp(U_D/U_T) \quad (2.19)$$

I_{oE} je proud diody v závěrném směru.

Derivací vztahu (2.19) zjistíme, že skutečně platí

$$\frac{dI_{SS+}}{dU_D} = g_d = \frac{I_{oE}}{U_T} \exp(U_D / U_T) = \frac{I_{SS+}}{U_T} = 1/r_d$$

Pro signálové poměry na obr.2.6 proto platí

$$I_+ = U_+/r_d = g_d U_+ + 0 \cdot U_- + 0 \cdot U_o$$

$$I_- = I_+ + I_B = g_d U_+ + U_-/R_{IN} = g_d U_+ + G_{IN} \cdot U_- + 0 \cdot U_o$$

$$I_o = [U_o - (-A U_-)] / R_o = 0 \cdot U_+ + A G_o \cdot U_- + G_o \cdot U_o$$

Tímto elementárním upravovacím formalismem získáváme admitanční popis NZ

$$\begin{array}{c} + \\ - \\ o \end{array} \begin{array}{c} + \quad - \quad o \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline g_d & 0 & 0 \\ \hline g_d & G_{IN} & 0 \\ \hline 0 & A G_o & G_o \\ \hline \end{array} \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline U_+ \\ \hline U_- \\ \hline U_o \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline I_+ \\ \hline I_- \\ \hline I_o \\ \hline \end{array} \quad (2.20)$$

Můžeme použít i postup definovaný pro admitanční matice v čl.1.1 - můžeme vycházet ze stavů nakrátko. Uvažujme admitanční popis ve formálním tvaru

$$\begin{array}{c} + \\ - \\ o \end{array} \begin{array}{c} + \quad - \quad o \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline y_{++} & y_{+-} & y_{+o} \\ \hline y_{-+} & y_{--} & y_{-o} \\ \hline y_{o+} & y_{o-} & y_{oo} \\ \hline \end{array} \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline U_+ \\ \hline U_- \\ \hline U_o \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline I_+ \\ \hline I_- \\ \hline I_o \\ \hline \end{array} \quad (2.21)$$

Nyní můžeme z (2.21) a obr.2.6 postupně stanovit:

$$y_{++} = I_+/U_+ = \left| U_- = U_o = 0 \right| = g_d$$

$$y_{+-} = I_+/U_- = \left| U_+ = U_o = 0; \Rightarrow I_+ = 0 \right| = 0/U_- = 0$$

$$y_{-+} = I_-/U_+ = \left| U_- = U_o = 0; I_- = I_+ + I_B = g_d U_+ + 0 \cdot G_{IN} \right| = g_d U_+ / U_+ = g_d$$

$$y_{o-} = I_o/U_- = \left| U_o = U_+ = 0; I_o = (U_o + A U_-)/R_o = A G_o U_- \right| = A G_o U_- / U_- = A G_o$$

$$y_{oo} = I_o/U_o = \left| U_- = U_+ = 0; I_o = (U_o + A U_-)/R_o = G_o U_o \right| = G_o U_o / U_o = G_o$$

Dostáváme stejný výsledek jako v (2.20).

2.5. Admitanční model Zesilovače s proudovou zpětnou vazbou (CFA)

Podrobný popis zesilovače s proudovou zpětnou vazbou je uveden např. v [7]. Možné náhradní schéma je na obr.2.8. Neinvertující vstup (+) je vstupem sledovače napětí. Invertující vstup (-) je výstupem sledovače napětí. Chybový proud I_N protéká výstupním odporem R_{o1} sledovače a je „transformován“ proudovými zrcadly do přenosové impedance Z (proto **transimpedanční** zesilovač nebo také s **proudovou vazbou**-CFA). Napětí z „transimpedance“ Z je přenášeno na výstup (o) napětíovým sledovačem o výstupním odporu R_{o2} . Tomu odpovídá v signálovém modelu řízený zdroj napětí $Z I_N$ s výstupním odporem R_{o2} .

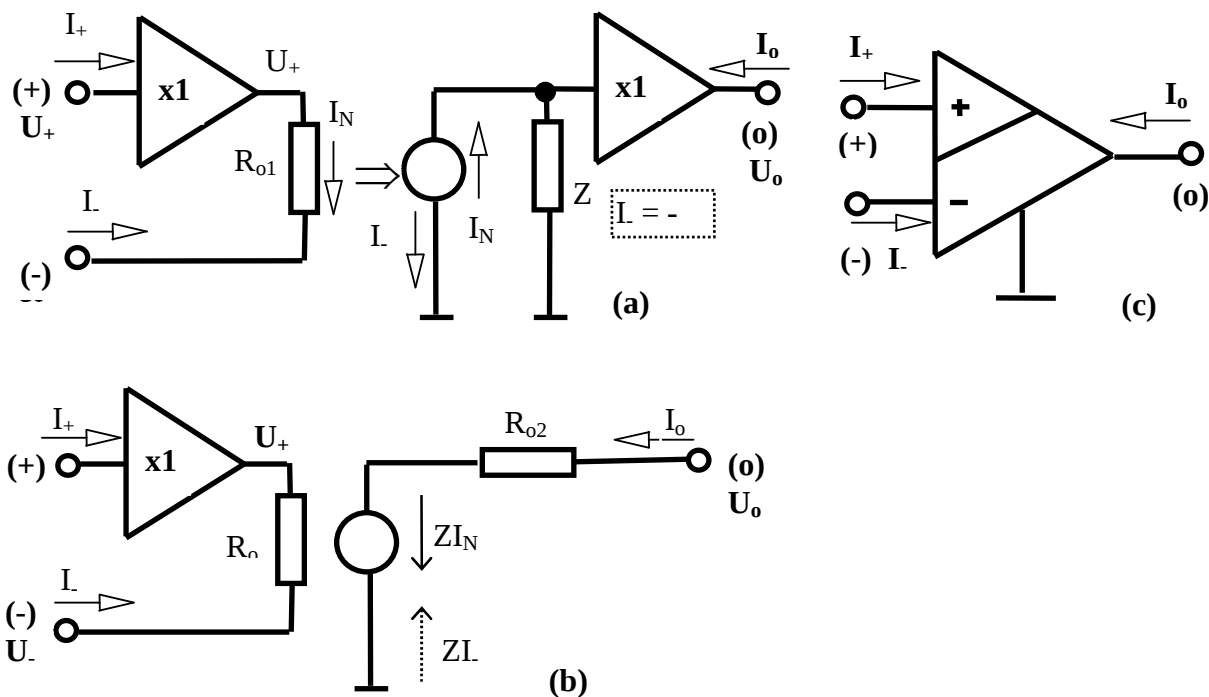
Pokud chceme získat admitanční popis modelu, musíme i nyní vyjádřit proudy I_+ , I_- a I_o jako funkci napětí U_+ , U_- a U_o . Pro ideální zesilovač platí, že Z a $G_{o1,2} \rightarrow \infty$, tedy $U_+ = U_-$; dále $I_+ = 0$ a $I_- = -I_N = 0$ pro libovolné výstupní napětí U_o .

Z poměrů na obr.2.8b snadno určíme, že

$$I_+ = 0 \cdot U_+ + 0 \cdot U_- + 0 \cdot U_o$$

$$I_- = (U_- - U_+)/R_{o1} = -G_{o1} U_+ + G_{o1} U_- + 0 \cdot U_o$$

$$I_o = (U_o - Z I_N)/R_{o2} = (U_o + Z I_-)/R_{o2} = -G_{o1} G_{o2} Z U_+ + G_{o1} G_{o2} Z U_- + G_{o2} U_o$$



Obr.2.8. a) Náhradní signálové schéma zesilovače s proudovou zpětnou vazbou; b) modifikace pro výpočty a možný symbol - c)

Admitanční popis transimpedančního zesilovače je tím jednoznačně určen

	(+)	(-)	(o)
(+)	0	0	0
(-)	$-G_{01}$	$+G_{01}$	0
(o)	$-G_{01}G_{02}Z$	$G_{01}G_{02}Z$	G_{02}

$$= \begin{matrix} U_+ \\ U_- \\ U_o \end{matrix} = \begin{matrix} I_+ \\ I_- \\ I_o \end{matrix} \quad (2.22)$$

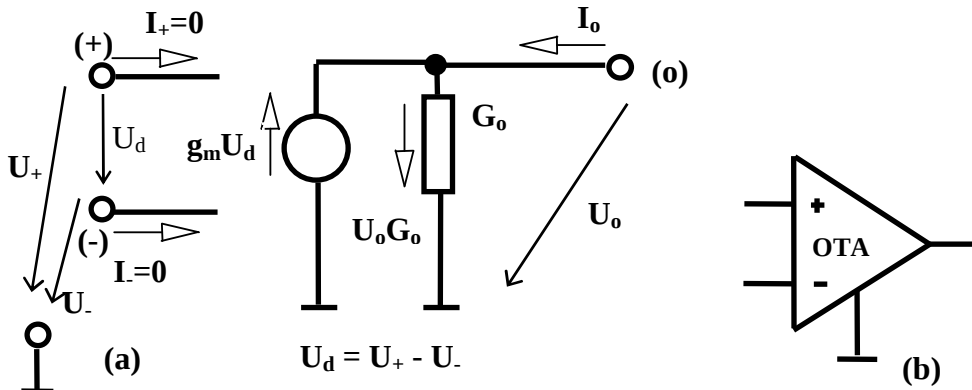
Frekvenční vlastnosti jsou „skryty“ v symbolu pro transimpedanci, tedy Z . Vstupní impedanci sledovače lze i zde jednoduše zahrnout do pasívní části obvodu.

Ze stavů nakrátko si určíme pro příklad parametr

$$y_{o+} = I_o/U_+ = \left| \text{při } U_o = U_- = 0; I_o = (U_o - ZI_N)G_{02}; I_N = U_+G_{01}; I_o = -G_{01}G_{02}Z U_+ \right| = -G_{01}G_{02}Z$$

2.6. Admitanční model transadmitančního zesilovače (OTA)

Podrobný popis možné struktury transadmitančního zesilovače je uveden např. v [7]. Jedná



Obr.2.9. Signálové schéma OTA - a) a jeho symbolická značka - b)

se o zdroj proudu řízený rozdílovým napětím U_d . Vztah mezi řídicím napětím U_d a výstupním proudem I_o je definován převodní strmostí g_m (transkonduktancí, obecněji transadmitancí). Neideálnost zdroje proudu je popsána výstupní vodivostí G_o . Neideálnosti vstupů (různé vstupní impedance) lze při analýze zahrnout do „pasívního“ popisu obvodu, není nutné je definovat „v matici“ OTA. Idealizovaný signálový popis je zřejmý z obr.2.9 (idealizovány jsou právě vstupní impedance).

Pro $I_+ = I_- = 0$ můžeme jistě psát

$$I_+ = 0 \cdot U_+ + 0 \cdot U_- + 0 \cdot U_o$$

$$I_- = 0 \cdot U_+ + 0 \cdot U_- + 0 \cdot U_o$$

$$I_o = -g_m(U_+ - U_-) + G_o U_o = -g_m U_+ + g_m U_- + G_o U_o$$

a admitanční model je zřejmý

	(+)	(-)	(o)
(+)	0	0	0
(-)	0	0	0
(o)	$-g_m$	g_m	G_o

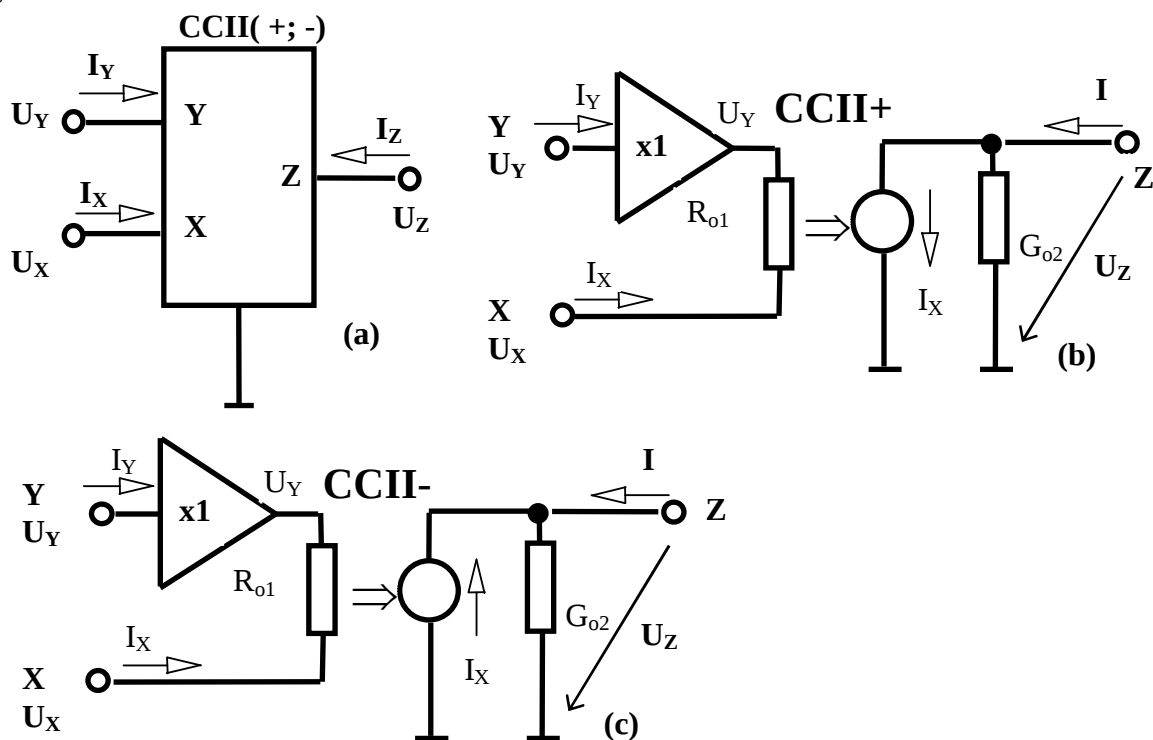
$$\begin{bmatrix} U_+ \\ U_- \\ U_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_+ \\ I_- \\ I_o \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Ideálně platí $G_o = 0$ ($R_o \rightarrow \infty$) a v podstatě i G_o by bylo možné zahrnout do pasívní části (popisu) obvodu.

V integrované podobě jsou OTA doplněny téměř vždy oddělovacím zesilovačem se zesílením $K = 1$ (sledovačem), který umožňuje oddělit impedance následujících obvodů od impedance připojené na výstup OTA.

2.7. Admitanční model proudových konvektorů (CCII)

Jedna možná struktura CCII je uvedena a podrobně popsána v [7]. Její signálový model je na obr.2.10. Vstup Y je vstupem napěťového sledovače. Ideálně platí $I_Y = 0$. Vstup X je výstu-



Obr.2.10. a) Symbolická značka proudového konvektoru; b) signálové schéma CCII+ (pozitivní); c) signálové schéma CCII- (negativní)

pem napěťového sledovače. Výstupní odpor sledovače R_{o1} je v ideálním případě nulový, potom platí $U_X = U_Y$. Proud I_X je převáděn pomocí proudových zrcadel (zdrojů proudu řízených proudy) na výstup Z struktury. Absolutní hodnota přenosu je v ideálním případě rovna jedné. Vodivost G_{o2} reprezentuje parazitní vlastnost zdroje proudu - ideálně je nulová.

Platí-li orientace proudů podle obr.2.10b, platí ideálně $I_Z = I_X$, hovoříme o struktuře CCII+ (pozitivní)^{2,3)}.

2.3) CCII+ je součástí každého CFA - viz obr.2.8a. Stačí si uvědomit, že platí $I = -I_N \equiv I_X$ - vyznačeno přerušovaně. Transimpedance Z „hraje roli“ G_{o2} , následuje sledovač.

Platí-li orientace proudů podle obr.2.10c, platí v ideálním případě $I_Z = -I_X$, hovoříme o struktuře CCII- (negativní).

2.7.1. Maticový popis CCII+

Na základě uvedeného popisu je možné definovat ideální CCII+ takto:

$$I_Y = 0; \quad U_Y = U_X; \quad I_Z = I_X$$

platí orientace šipek podle obr.2.10b.

Maticový popis získáme opět jednoduchými formálními úpravami elementárních vztahů plynoucích z obr.2.10b:

$$I_X = (U_X - U_Y)/R_{o1} = G_{o1}U_X - G_{o1}U_Y + 0.U_Z$$

$$I_Y = 0.U_X + 0.U_Y + 0.U_Z$$

$$I_Z = I_X + G_{o2}U_Z = G_{o1}U_X - G_{o1}U_Y + G_{o2}U_Z$$

Systému tří rovnic odpovídá maticový zápis

$$\begin{array}{c} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} \end{array} \begin{array}{ccc} \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} \\ \hline \mathbf{G}_{o1} & -\mathbf{G}_{o1} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{G}_{o1} & -\mathbf{G}_{o1} & \mathbf{G}_{o2} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{U}_X \\ \mathbf{U}_Y \\ \mathbf{U}_Z \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{I}_X \\ \mathbf{I}_Y \\ \mathbf{I}_Z \end{array} \quad (2.24)$$

2.7.2. Maticový popis CCII-

V ideálním případě platí pro CCII- (obr.2.10c), že

$$I_Y = 0; \quad U_Y = U_X; \quad I_Z = -I_X$$

Maticový popis dostaneme z „reálné“ situace na obr.2.10c:

$$I_X = (U_X - U_Y)/R_{o1} = G_{o1}U_X - G_{o1}U_Y + 0.U_Z$$

$$I_Y = 0.U_X + 0.U_Y + 0.U_Z$$

$$I_Z = -I_X + G_{o2}U_Z = -G_{o1}U_X + G_{o1}U_Y + G_{o2}U_Z$$

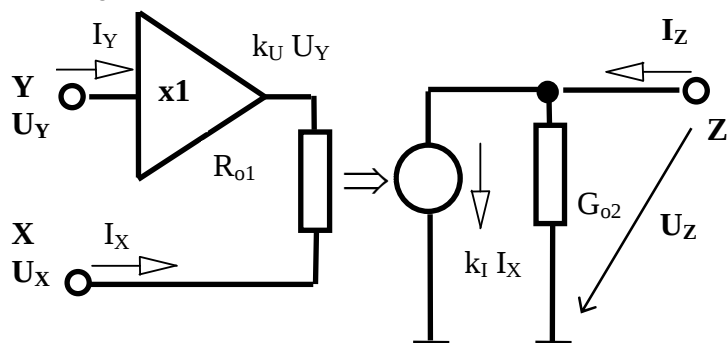
Odsud je admitanční model CCII-:

$$\begin{array}{c} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} \end{array} \begin{array}{ccc} \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} \\ \hline \mathbf{G}_{o1} & -\mathbf{G}_{o1} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline -\mathbf{G}_{o1} & \mathbf{G}_{o1} & \mathbf{G}_{o2} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{U}_X \\ \mathbf{U}_Y \\ \mathbf{U}_Z \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{I}_X \\ \mathbf{I}_Y \\ \mathbf{I}_Z \end{array} \quad (2.25)$$

Matice ze zápisu (2.24) a (2.25) můžeme snadno idealizovat tak, že položíme G_{o2} rovno nule; v případě potřeby můžeme G_{o2} snadno zahrnout i do pasívní části analyzovaného obvodu.

2.7.3. Zobecněný popis CCII

Pro CCII+ i CCII- můžeme použít obecnější popis, definujeme-li proudový přenos k_I - obr.2.11. Současně můžeme zahrnout i vliv přenosu sledovače, definujeme-li napěťový přenos k_U .



Obr.2.11. Obecný signálový model CCII

Pro $k_U = 1$ a $k_I = 1$ se jedná o dříve popsany CCII+. Platí-li $k_U = 1$ a $k_I = -1$, jedná se o CCII-. Další možnosti jsou popsány např. v [65]; pro $k_U = -1$ se jedná o **invertující proudový konvektor: ICCII**.

Přenosy k_U a k_I umožňují v případě potřeby zavést frekvenční degradaci vlastností obvyklým způsobem^{2,4)}

$$k_U = \frac{K_U \omega_{1U}}{p + \omega_{1U}}; \quad k_I = \pm \frac{K_I \omega_{1I}}{p + \omega_{1I}} \quad (2.26)$$

přičemž zřejmým ideálem je

$$K_U = K_I = 1$$

$$\omega_{1U} = \omega_{1I} \rightarrow \infty$$

2.4) Stejná poznámka platí i pro $X = A, K, g_m, Z$ v předchozích strukturách. Nejjednodušší frekvenční degradaci u stejnosměrně vázaných struktur lze vždy popsat vztahem $X = X_0 \omega_1 / (p + \omega_1)$, kde ω_1 je kmitočtový zlom (pól) přenosové veličiny.

Při idealizaci vstupního proudu $I_Y = 0$ určíme snadno

$$I_X = (U_X - k_U U_Y) / R_{01} = G_{01} U_X - k_U G_{01} U_Y + 0 \cdot U_Z$$

$$I_Y = 0 \cdot U_X + 0 \cdot U_Y + 0 \cdot U_Z$$

$$I_Z = k_I I_X + G_{02} U_Z = k_I G_{01} U_X - k_I k_U G_{01} U_Y + G_{02} U_Z$$

a odsud je admitanční model CCII

	X	Y	Z
X	G_{01}	$-k_U G_{01}$	0
Y	0	0	0
Z	$k_I G_{01}$	$-k_I k_U G_{01}$	G_{02}

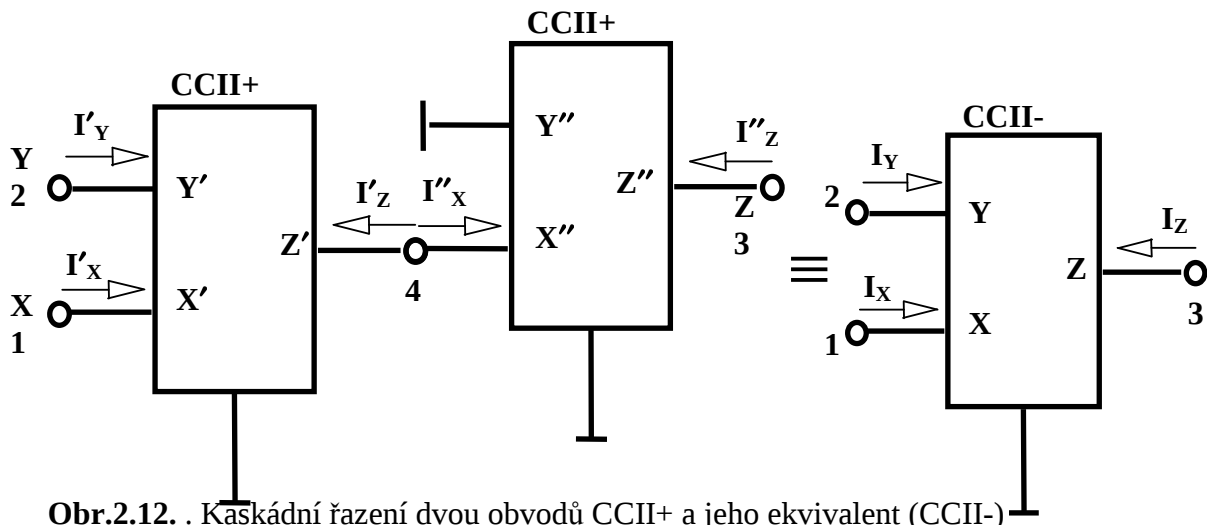
$$= \begin{matrix} U_X \\ U_Y \\ U_Z \end{matrix} = \begin{matrix} I_X \\ I_Y \\ I_Z \end{matrix} \quad (2.27)$$

přičemž pro CCII+ je ideálně $k_I = +1$

pro CCII- je ideálně $k_I = -1$

2.7.4. Kaskádní řazení CCII

Na obr.2.12 je kaskádní řazení dvou obvodů CCII+ stejných vlastností. Dokážeme si, že tuto kaskádu lze nahradit jedním obvodem CCII- (zanedbáváme vliv $G_{02} = 0$).



Obr.2.12. Kaskádní řazení dvou obvodů CCII+ a jeho ekvivalent (CCII-)

Pro $G_{02} = 0$ ($k_U = 1$) platí na obr.2.12

$$I_X = I'_X = G_{01} U'_X - G_{01} U'_Y + 0, U'_Z = G_{01} U_X - G_{01} U_Y + 0 \cdot U_Z$$

$$I_Y = I'_Y = 0 = 0 \cdot U_X + 0 \cdot U_Y + 0 \cdot U_Z$$

$$I'_Z = G_{01} U'_X - G_{01} U'_Y + 0, U'_Z = G_{01} U_X - G_{01} U_Y + 0 \cdot U_Z$$

$$I''_X = -I'_Z = -G_{01} U_X + G_{01} U_Y + 0 \cdot U_Z$$

$$I''_Y = 0$$

a při daném zjednodušení ($G_{02} = 0$) přímo platí^(2.5)

$$I_Z = I''_Z = I''_X = -I'_Z = -G_{01} U_X + G_{01} U_Y + 0 \cdot U_Z$$

2.5) Úvahu lze udělat přímo pro ideální CCII+: $I_Z = I''_Z = I''_X = -I'_Z = -(I'_X) = -I_X$, ale to platí

právě pro CCII-

Vybereme-li pouze rovnice pro „vnější“ proudy I_X , I_Y a I_Z , odpovídají rovnice právě popisu (2.25) - při $G_{02} = 0$. Jedná se tedy o CCII-.

V literatuře [4, 6] je uváděn pro systém n neznámých [vztah (2.28)], z nichž n -tá neznámá X_n nás nezajímá a má nulovou pravou stranu, následující postup pro redukci této neznámé X_n (a_{ik} - prvky matice; X_i - zde neznámé veličiny; Y_i - zde „pravá“ strana rovnic):

VÝCHOZÍ SYSTÉM

(2.28)

	1		s		n
1	a_{11}	a_{12}		a_{1s}	a_{1n}
	a_{21}	a_{22}		a_{2s}	a_{2n}
r	a_{r1}	a_{r2}		a_{rs}	a_{rn}
n-1	$a_{n-1,1}$	$a_{n-1,2}$		$a_{n-1,s}$	$a_{n-1,n}$
n	a_{n1}	a_{n2}		a_{ns}	a_{nn}

 $\times$

X_1
X_2
X_s
X_{n-1}
X_n

 $=$

Y_1
Y_2
Y_r
Y_{n-1}
0

Po výpočtu X_n z posledního řádku, dosazení za X_n do předcházejících řádků a úpravách dostaneme upravený - redukováný - systém, který již neobsahuje formálně veličinu X_n :

REDUKOVANÝ SYSTÉM (2.29)

	1		s		n-1			
1	a'_{11}	a'_{12}		a'_{1s}		$a'_{1,n-1}$	X_1	Y_1
	a'_{21}	a'_{22}		a'_{2s}		$a'_{2,n-1}$	X_2	Y_2
r	a'_{r1}	a'_{r2}		a'_{rs}		$a'_{r,n-1}$		Y_r
n-1	$a'_{n-1,1}$	$a'_{n-1,2}$		$a'_{n-1,s}$		$a'_{n-1,n-1}$	X_{n-1}	Y_{n-1}

$$\mathbf{X} = \mathbf{Y}$$

přičemž pro prvky redukované struktury platí v řádku r a sloupci s

$$a'_{rs} = a_{rs} - a_{rn}a_{ns}/a_{nn} \quad (2.30)$$

Tento postup můžeme použít i k redukci „nezajímavého“ uzlu $X'' \equiv Z'$ uvnitř kaskády. „Umístíme“ jej „na konec“ matice; „žádané“ uzly X, Y, Z uspořádáme běžným způsobem a uděláme incidenci „malých“ matic (2.24) na tuto matici (neredukovanou; inciduují spolu „zvlášť“ jednočárkové a „zvlášť“ dvojčárkové prvky)

	1 $\equiv X$;	2 $\equiv Y$;	3 $\equiv Z$;	4;
	X'	Y'	Z''	$Z'; X''$
1; X'	G_{01}	$-G_{01}$	0	0
2; Y'	0	0	0	0
3; Z''	0	0	G_{02}	G_{01}
4; $Z'; X''$	G_{01}	$-G_{01}$	0	$G_{02} + G_{01}$

(2.31)

V matici (2.31) budeme redukovat uzel 4. Použijeme vztah (2.30) a postup uvedený v [4] ($r_{\max} = s_{\max} = n - 1$). Pro náš případ je $n = 4$ a proto $r_{\max} = s_{\max} = n - 1 = 3$. Pro příklad určíme:

$$a'_{11}(r=1, s=1) = a_{11} - a_{14}a_{41}/a_{44} = G_{01} - 0 \cdot G_{01}/(G_{01} + G_{02}) = G_{01}$$

...

$$a'_{23}(r=2, s=3) = a_{23} - a_{24}a_{43}/a_{44} = 0 - 0 \cdot 0/(G_{01} + G_{02}) = 0$$

....

$$a'_{31}(r=3, s=1) = a_{31} - a_{34}a_{41}/a_{44} = 0 - G_{01} \cdot G_{01}/(G_{01} + G_{02}) = -G_{01}/(G_{01} + G_{02})$$

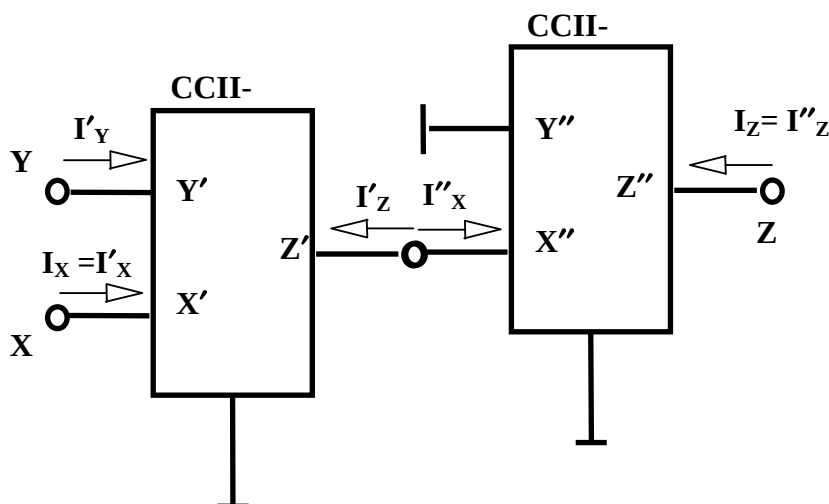
Celá redukovaná matice řazení CCII+ na obr.2.12 je dána vztahem (2.32):

	X	Y	Z
X	G_{01}	$-G_{01}$	0
Y	0	0	0
Z	$-G_{01}/(1 + G_{02}/G_{01})$	$G_{01}/(1 + G_{02}/G_{01})$	G_{02}

(2.32)

Pro $G_{01} \gg G_{02}$ je matice (2.32) identická s admitanční maticí (2.25).

V případě potřeby je možné redukovat opakováním postupu i více vnitřních uzlů (uzlů bez vnějšího buzení), pokud si je vhodně zařadíme „na konec“ matice.



Obr.2.13. . Kaskádní řazení dvou CCII-

Jednoduchou úvahou zjistíme, že kaskádní řazení dvou obvodů CCII- na obr.2.13 nepřináší nic nového, celek se opět chová jako CCII-. Za ideální situace platí při zvolené šipkové konvenci ($I_Z = -I_X$):

$$I_Z = I''_Z = -I''_X = | I''_X = -I'_Z | = -(-I'_Z) = | I'_Z = -I'_X | = -(-(-I'_X)) = -I_X$$

Vztah mezi „vnějšími“ proudy odpovídá opět CCII-. Řazení na obr.2.13 nepřináší z technického hlediska žádný nový užitek.

2.8. Shrnutí kapitoly 2

V kapitole 2 jsou získány admitanční popisy (modely) moderních funkčních bloků (struktur). Tyto modely budou dále využívány při analýze lineárních elektronických obvodů. Vstupní impedance lze vždy zahrnout do popisů pasívních částí obvodů. Výstupní odpory (vodivosti) modely popisují. Frekvenční vlastnosti lze do modelů zahrnout snadno, známe-li frekvenční popis přenosů, viz čl.2.7.3, pozn. 2.4.

Výsledky jsou proto vhodné i pro zkoumání vlivů reálných vlastností popisovaných struktur - tak jak jsou často definovány v katalogích výrobců.

Pro analýzu obvodů s ideálními prvky musíme stanovit patřičné limity. Například pro nulové výstupní odpory R_o to znamená určovat limitu pro $G_o = 1/R_o \rightarrow \infty$.

3. LINEÁRNÍ STRUKTURY S OPERAČNÍMI ZESILOVAČI

Idealizovaný signálový model OZ je na obr.2.2 v čl.2.2. Modelu odpovídá admitanční matice (2.12). Zesílení A je vždy frekvenčně závislé [5, 7, 60, ...] a v nejjednodušším případě popsáno vztahem

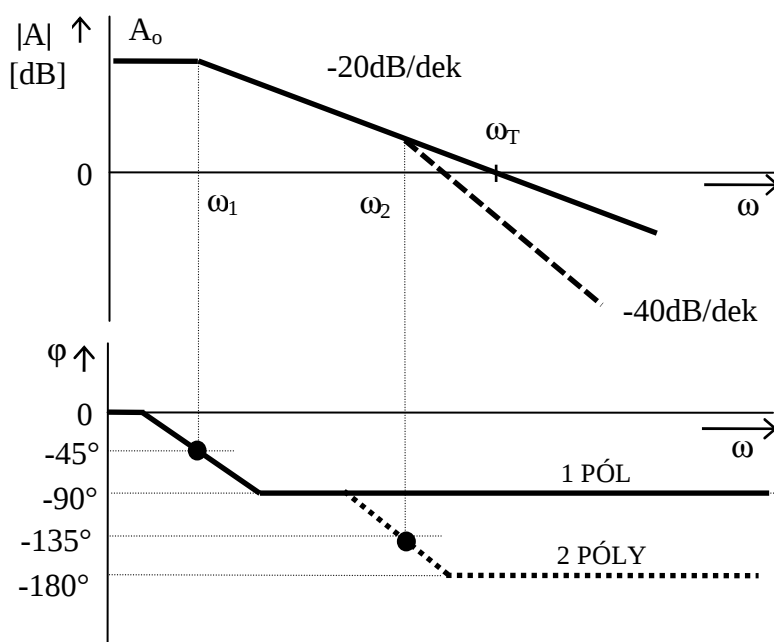
$$A(p) = A_o \omega_1 / (p + \omega_1) = \omega_T / (p + \omega_1) \quad (3.1)$$

kde $p = j\omega$ (v ustáleném stavu)

A_o je stejnosměrné zesílení zesilovače

ω_1 je dominantní (první) pól zesílení (přenosu)

Odpovídající modulová a fázová charakteristika je na obr.3.1.



Obr.3.1. Modulová a fázová charakteristika odpovídající vztahu (3.1) - plné čáry; přerušova-
ně vyznačena situace při existenci dalšího pólu ω_2

Pro frekvence $\omega \gg \omega_1$ lze vztah (3.1) zjednodušit

$$A(p) \cong A_o \omega_1 / p = \omega_T / p = -j\omega_T / \omega \quad (3.2)$$

kde $\omega_T \cong A_o \omega_1$ je extrapolovaný tranzitní kmitočet^{3.1)}.

3.1) Při existenci dalšího pólu ω_2 platí vztah (3.2) pouze pro $\omega < \omega_2$. Je-li $\omega_2 < \omega_T$, platí
 $|A(\omega_T)| < 1$ (0 dB), fáze klesá pod -90° .

Právě ze vztahu (3.2) je zřejmé, že desetinásobnému zvětšení frekvence ω (dekádě) odpovídá desetinásobný pokles zesílení, tedy změna zesílení pro $\omega > \omega_1$ je -20dB/dek . Pro $\omega = \omega_T$ je $|A(\omega_T)| = |-j| = 1$, fáze je pro $\omega > \omega_1$ a jednopólový model stále -90° .

Zkoumáme-li frekvenční stabilitu elektronické struktury s operačními zesilovači, je vhodné používat vícepólové modely pro zesílení A [7, 5].

Frekvenční závislost přenosu vnáší, jak se ukáže, největší chybu do „chování“ elektronických struktur proti požadovanému ideálu, proti předpokladu $A \rightarrow \infty$.

Výstupní impedanci Z_o lze většinou považovat za ohmickou, tedy R_o [5]. Pouze pro velmi vysoké frekvence se projeví induktivní charakter vývodů pouzder - zejména klasických, s „dlouhými“ přívodními vodiči (zde jsou výhodná rozměrově malá pouzdra pro povrchovou montáž). Ideálně je výstupní odpor R_o nulový, tedy výstupní vodivost $G_o = 1/R_o \rightarrow \infty$.

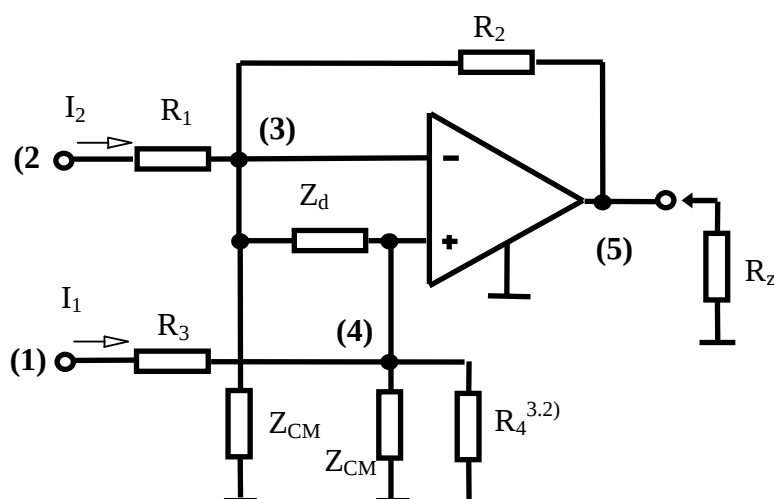
Idealizace modelu OZ v oblasti vstupních impedancí lze snadno napravit tak, že vstupní impedance zahrneme přímo do „pasívní“ části obvodu.

3.1. Základní zesilovací struktury

Podle [5] není obecně vhodné zkoumat současně několik degračních činitelů (reálných parametrů OZ). U některých základních struktur si však můžeme tento přístup dovolit, protože je to matematicky zvládnutelné při vynaložení přiměřené námahy.

3.1.1. Neidealizovaný operační zesilovač

Na obr.3.2 je zapojení OZ se čtyřmi vnějšími rezistory R_1, R_2, R_3, R_4 (obecně se může jednat o impedance). Symbol Z_d reprezentuje vstupní diferenční impedanci OZ (ideálně nekonečná), symbol Z_{CM} reprezentuje impedanci vstupů OZ proti zemi (předpokládáme stejné hodnoty



Obr.3.2. . Zapojení zesilovací struktury se dvěma vstupy; Z_d , Z_{CM} degrační parametry OZ (oba ideálně nekonečně velké)

pro oba vstupy, i zde se jedná ideálně o nekonečnou hodnotu). Obvod je zatížen odporem R_z (obecně impedancí Z_z).

Nejdříve předpokládáme, že struktura je buzena zdroji proudu I_1, I_2 a sestavme způsobem popsaným v kapitolách 1 a 2 admitanční popis, který modeluje lineární obvod na obr.3.2 (po přiřazení čísel uzlům). Sestavení „pasívního popisu“ (zkrácené matice) je elementární záležitostí, incidence s „maticí (2.12)“ jsou rovněž vyznačeny:

	1	2	3(-)	4(+)	5(o)		
1	G_3	0	0	$-G_3$	0	U_1	I_1
2	0	G_1	$-G_1$	0	0	U_2	I_2
3(-)	0	$-G_1$	$G_1+G_2+Y_d+Y_{CM}$	$-Y_d$	$-G_2$	U_3	$=0$
4(+)	$-G_3$	0	$-Y_d$	$G_3+G_4+Y_d+Y_{CM}$	0	U_4	0
5(o)	0	0	$-G_2+AG_o$	$-AG_o$	$G_2+G_z+G_o$	U_5	0

(3.3)

3.2) Při buzení z proudového zdroje nebo přes vazební kapacitu musí být vždy připojen vhodný R_4 , pouze tak je zaručen svod nenulového vstupního proudu reálného OZ. Při stejnosměrném buzení (bez vazebních kapacit) platí totéž pro paralelní kombinaci R_3 a R_4 , tedy stačí i vhodná velikost samotného odporu R_3 , R_4 potom není nutný.

Předpokládejme nyní, že je struktura buzena ideálními zdroji napětí U_1 a U_2 . Neznámými veličinami jsou potom proudy I_1 a I_2 , nikoliv uzlová napětí U_1 a U_2 . Systém (3.3) můžeme, spíše je vhodné musíme, upravit - viz čl.1.7:

	3	4	5
-1	0	0	$-G_3$
0	-1	$-G_1$	0
3	0	$G_1+G_2+Y_d+Y_C$	$-Y_d$
4	0	$-Y_d$	$G_3+G_4+Y_d+Y_C$
5	0	$-G_2+AG_0$	$-AG_0$

I_1	$-G_3U_1$
I_2	$-G_1U_2$
U_3	G_1U_2
U_4	G_3U_1
U_5	0

$$= \quad (3.4)$$

Z popisu (3.4) plyne, že I_1 a I_2 neovlivňují určení napětí U_3 , U_4 , U_5 . Po určení těchto napětí jsme ovšem schopni určit z prvních dvou řádků (rovnice) i proudy I_1 a I_2 . Stačí proto řešit systém (3.4) „po částech“ - nejdříve bez prvních dvou řádků a sloupců:

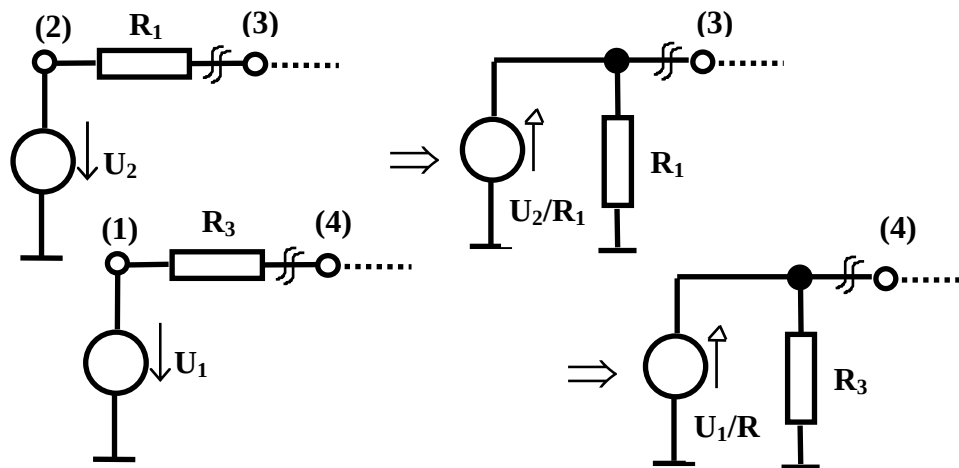
	3	4	5
3	$G_1+G_2+Y_d+Y_C$	$-Y_d$	$-G_2$
4	$-Y_d$	$G_3+G_4+Y_d+Y_C$	0
5	$-G_2+AG_0$	$-AG_0$	$G_2+G_z+G_0$

U_3	G_1U_2
U_4	G_3U_1
U_5	0

$$= \quad (3.5)$$

To už je opět „čistě admitanční“ popis. Uvědomíme-li si, že vnitřní odpor ideálního zdroje napětí je nulový, odpovídá jeho připojení „signálovému zkratu“, zde uzlů 1 a 2. Jakýkoliv „průnik“ (ovlivnění) z ostatních uzlů není možný. Zdroje napětí U_1 a U_2 jsou poměry v obvodu neovlivnitelné. Tomu odpovídá „automatické“ škrtnutí řádků 1 a 2 - při napětovém buzení uzlů 1 a 2 jde o nadbytečné rovnice. Řádek 1 a 2 jsme při napětovém buzení ani nemuseli sestavovat, počet neznámých uzlových napětí o dvě neznámé klesl.

Samy zdroje U_1 a U_2 ovšem poměry v obvodu určují. Tomu odpovídá převod „zbytků“ sloupců 1 a 2 „vpravo“ (v řádcích 3, 4, 5). Tím jsou popsány účinky napětí U_1 a U_2 (proudy, které by tekly přes G_1 a G_3 při $U_3 = U_4 = 0$; souvisí s principem superpozice).



Obr.3.3. Přepočítání zdrojů napětí U_1 , U_2 na zdroje proudu

Ke stejnému výsledku se dopravujeme i aplikací Nortonova teorému při napětovém buzení do uzlů 1 a 2. Zdroj napětí U_1 s odporem R_3 a zdroj napětí U_2 s odporem R_1 přepočítáme na ekvivalentní zdroje proudu - obr.3.3. Uzly 1 a 2 zanikají, zbývají uzly 3, 4 a 5 a popis po úpravě na obr.3.3 zase povede ke vztahu (3.5), bez uzlů 1 a 2.

Matematický admitanční model (3.5) v sobě zahrnuje všechny nedokonalosti (lineární) reálného operačního zesilovače. Je tedy možné jejich vlivy zkoumat, či, podle požadavků, některé z nich idealizovat ($Y_d, Y_{CM} \rightarrow 0$; $A, G_o \rightarrow \infty$). Pro nekonečně velké hodnoty jsme nuceni určit odpovídající limity.

Ze souboru rovnic (3.5) jsme schopni určit vlastnosti struktury na obr.3.2 s reálným OZ, jehož vlastnosti jsou definovány parametry A, G_o, Y_d a Y_{CM} .

Nejdříve určíme determinant soustavy (čl.1.5):

$$\begin{aligned} D = & G_o[(G_1+G_2+Y_{CM})(G_3+G_4+Y_{CM})+Y_d(G_1+G_2+G_3+G_4+2Y_{CM})+AG_2(G_3+G_4+Y_{CM})]+... \\ & ... + G_2[(G_1+Y_{CM})(G_3+G_4+Y_{CM})+Y_d(G_1+G_2+G_3+G_4+2Y_{CM})]+... \\ & ... + G_z[(G_1+G_2+Y_{CM})(G_3+G_4+Y_{CM})+Y_d(G_1+G_2+G_3+G_4+2Y_{CM})] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Determinant „příslušný“ napětí U_3 [je v (3.5) na „prvním“ místě] získáme záměnou „pozičně“ prvního sloupce (označen „historicky“ jako 3) pravou stranou systému (3.5):

$$D_3 = U_2G_1(G_3+G_4+Y_d+Y_{CM})(G_2+G_o+G_z) + U_1G_3[Y_d(G_2+G_o+G_z) + AG_2G_o] \quad (3.7)$$

Stejným postupem stanovíme i determinanty D_4 a D_5 pro určení napětí U_4 a U_5 :

$$D_4 = U_2G_1(G_2+G_o+G_z)Y_d + U_1G_3[(G_1+Y_d+Y_{CM})(G_2+G_o+G_z) + G_2G_z + G_2G_o(1+A)] \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} D_5 = & U_1G_3[AG_o(G_1+G_2+Y_{CM})+Y_dG_2] -... \\ & ...-U_2G_1[AG_o(G_3+G_4+Y_{CM})-G_2(G_3+G_4+Y_d+Y_{CM})] \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.1.2. Operační zesilovač s nekonečným zesílením (ideální)

Uvažujme nejdříve nejzákladnější idealizaci, nekonečně velkou hodnotu zesílení. Vytkneme-li ve vztahu (3.6) členy obsahující A , jsou ostatní členy za uvedené idealizace zanedbatelné a platí vztah (3.6a)

$$D(A \rightarrow \infty) \rightarrow AG_oG_2(G_3+G_4+Y_{CM}) \quad (3.6a)$$

Stejná úvaha platí i pro ostatní určené determinanty:

$$D_3(A \rightarrow \infty) \rightarrow U_1G_3AG_2G_o \quad (3.7a)$$

$$D_4(A \rightarrow \infty) \rightarrow U_1G_3G_2G_o(1+A) \rightarrow U_1G_3G_2G_oA \quad (3.8a)$$

$$D_5(A \rightarrow \infty) \rightarrow AG_o [U_1G_3(G_1+G_2+Y_{CM}) - U_2G_1(G_3+G_4+Y_{CM})] \quad (3.9a)$$

Za uvedené idealizace je napětí na obou vstupech zesilovače za všech okolností stejné (diferenční napětí je nulové, což skutečně nekonečnému zesílení odpovídá) a rovno hodnotě

$$\begin{aligned} U_3 = U_4 = D_3/D = D_4/D = U_1G_3G_2G_oA/[AG_oG_2(G_3+G_4+Y_{CM})] = \\ = U_1G_3/(G_3+G_4+Y_{CM}) = U_1(R_4//Z_{CM})/(R_3 + R_4//Z_{CM}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

kde zápis $R_4//Z_{CM}$ reprezentuje paralelní řazení odporu R_4 a souhlasné impedance operačního zesilovače Z_{CM} .

Ze vztahu (3.6a) plyne i jiná významná skutečnost. Za běžných podmínek nemůže nabýt nulové hodnoty. Napětí v žádném uzlu nemůže proto dosáhnout nekonečně velké hodnoty. To neznamená nic jiného než to, že systém je stabilní, nekmitá.

Určeme dále výstupní napětí uzlu 5:

$$U_5 = D_5/D = U_1 \frac{G_3}{G_2} \cdot \frac{G_1 + G_2 + Y_{CM}}{G_3 + G_4 + Y_{CM}} - U_2 \frac{G_1}{G_2} \quad (3.11)$$

Platí-li $G_1 + G_2 + Y_{CM} = G_3 + G_4 + Y_{CM}$, tedy $G_1 = G_2$ a $G_3 = G_4$, dostaneme

$$U_5 = (U_1 - U_2)R_2/R_1 \quad (3.11a)$$

Výstupní napětí U_5 je dáno pouze rozdílem napětí $(U_1 - U_2)$ - **rozdílový** (diferenční) **zesilovač**. Vliv Y_{CM} (Z_{CM}) je za daných předpokladů nulový - vstupy OZ jsou zapojeny do diagonály vyváženého můstku.

Vztah (3.11) můžeme upravit i jiným způsobem

$$U_5 = \left(U_1 \frac{1 + G_2/G_1 + Y_{CM}/G_1}{1 + G_4/G_3 + Y_{CM}/G_3} - U_2 \right) \frac{G_1}{G_2}$$

Jsou-li členy Y_{CM}/G_1 a Y_{CM}/G_3 zanedbatelné, není třeba zaručovat shodu $G_1 = G_3$ a $G_2 = G_4$, stačí pouze, aby byly splněny relace $G_2/G_1 = G_4/G_3$, tedy i $R_2/R_1 = R_4/R_3$, a opět platí (3.11a). Vliv Y_{CM} zde již není obecně kompenzován - pro určení U_5 .

Ze vztahů (3.10) a (3.11) je zřejmé, že nekonečně velké zesílení A „idealizuje“ parametry Y_d a G_o absolutně, prostě nemají žádný vliv. Současně je **výstupní odpor** struktury **nulový**, napětí U_5 totiž není funkcí zatěžovacího odporu R_z . To ve smyslu Théveninova teorému nulovému výstupnímu odporu odpovídá.

Ani $A \rightarrow \infty$ ovšem neidealizuje vliv Z_{CM} . Známe-li U_3 a U_4 , můžeme určit proudy I_1 a I_2 a následně i vstupní impedance uzlů 1 a 2. Pro uzel 1 platí (obr.3.2)

$$I_1 = (U_1 - U_4)/R_3 = U_1/(R_3 + R_4//Z_{CM})$$

tedy

$$Z_{vst1} = U_1/I_1 = R_3 + R_4//Z_{CM} \quad (3.12)$$

Pro uzel 2 platí:

$$I_2 = (U_2 - U_3)/R_1 = \frac{U_2}{R_1} \left(1 - \frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{R_4//Z_{CM}}{R_3 + R_4//Z_{CM}} \right)$$

tedy

$$Z_{vst2} = U_2/I_2 = R_1 / \left(1 - \frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{R_4//Z_{CM}}{R_3 + R_4//Z_{CM}} \right) \quad (3.13)$$

Impedance Z_{vst2} je funkcí obou napětí. Obě vstupní impedance jsou i funkcí Z_{CM} (v praxi hodnoty nad $100M\Omega$ i u bipolárních OZ). Mohlo by se zdát, že vliv Z_{CM} je zanedbatelný. To ale nemusí platit vždy. Požadujeme-li velké vstupní impedance a hodnoty R_3 , R_4 jsou proto velké, může mít i $100M\Omega$ „svou váhu“. Navíc vedou k významným degradacím i parazitní kapacity struktury (montážní, pouzdra). Uvažujme například kapacitu 5 pF paralelně ke $100M\Omega$. Tomu odpovídá charakteristický „degradační“ kmitočet $\omega_d = 1/(10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-12}) = 2 \cdot 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$, tedy $f_d = 2000/(2\pi) \approx 330 \text{ Hz}$. Nad frekvence 330 Hz se „modul“ $100M\Omega$ zmenší s každým zdvojením frekvence na $1/2$ předchozí hodnoty.

Poměry na obr.3.2 si zaslouží ještě další diskusi. Uzel 2 je vstupem invertujícím, uzel 1 je vstupem neinvertujícím.

Zkratujeme-li uzel 1 na zem (referenční uzel), získáme schéma invertujícího zesilovače. Při dané idealizaci ($A \rightarrow \infty$, $U_1 = 0 \text{ V}$) obdržíme snadno z odvozených vztahů

$$U_5 = -U_2 R_2 / R_1 ; \quad U_5 / U_2 = -R_2 / R_1 \quad (3.14)$$

$$Z_{vst2} = R_1 \quad (3.15)$$

Výstupní odpor zůstává stále nulový.

Zkratujeme-li uzel 2 na zem, získáváme schéma neinvertujícího zesilovače, pro který platí ($A \rightarrow \infty$, $U_2 = 0$ V)

$$U_5 = \frac{U_1 G_3 \cdot [1 + (G_1 + Y_{CM}) / G_2]}{G_3 + G_4 + Y_{CM}} = |Y_{CM} \langle G_1 | = U_1 (1 + R_2 / R_1) \frac{R_4}{R_3 + R_4 + R_3 R_4 / Z_{CM}}$$

Snadno nahlédneme, že zesílení samotného zesilovače (bez R_3 - na chvíli položíme $R_3 = 0$) v neinvertujícím zapojení je

$$U_5 / U_4 = 1 + R_2 / R_1 \quad (3.16)$$

a mezi uzly 1 a 4 je zařazen dělič složený z impedancí R_3 a $R_4 // Z_{CM}$, tedy

$$U_4 / U_1 = (R_4 // Z_{CM}) / (R_3 + R_4 // Z_{CM}) = \frac{R_4}{R_3 + R_4 + R_3 R_4 / Z_{CM}}$$

Vstupní odpor je určen vztahem (3.13). Pro $R_3 \rightarrow 0$ a $R_4 \rightarrow \infty$ je vstupní odpor (při dané idealizaci) určen pouze souhlasnou impedancí Z_{CM} neinvertujícího vstupu OZ. Výstupní odpor je při $A \rightarrow \infty$ stále nulový.

Výsledky z čl.3.1.2 jsou shrnuty v tabulce 3.1, všechny údaje jsou vztaženy k obr.3.2.

ZESILOVAČ	INVERTUJÍCÍ	NEINVERTUJÍCÍ $R_3 = 0; R_4 \rightarrow \infty$	DIFERENČNÍ $R_1 = R_3; R_2 = R_4$
vstup	UZEL 2	UZEL 1	UZLY 1 a 2
uzemněn	UZEL 1	UZEL 2	žádný
zesílení	$-R_2 / R_1$	$1 + R_2 / R_1$	R_2 / R_1
vstup. impedance	R_1	Z_{CM}	vztahy (3.12) a (3.13)*
výst. impedance	0	0	0

Tabulka 3.1. Výsledky diskuse k obr.3.2 pro zesilovač jehož $A \rightarrow \infty$ a souhlasná impedance je Z_{CM} ; *) (3.13) pouze pro stejná ω pro obě vstupní napětí, viz čl.3.1.8

Výstupní napětí U_5 diferenčního (rozdílového) zesilovače lze určit také jako superpozici „vlivu“ napětí U_2 , zde $(-R_2 / R_1) U_2$, a „vlivu“ (příspěvku) napětí U_1 poděleného děličem (R_3 , $R_4 // Z_{CM}$) a zesíleného činitelem $(1 + R_2 / R_1)$. Pro $R_4 \ll |Z_{CM}|$ proto platí, že

$$U_5 = -\frac{R_2}{R_1} U_2 + \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_1 (1 + R_2 / R_1) = |R_4 = R_2; R_3 = R_1| = (U_1 - U_2) R_2 / R_1$$

3.1.3. Zesilovač s neideálním zesílením A, chybový člen E_A

V tomto článku budeme zkoumat pouze vliv neideálnosti zesílení A; předpokládáme $Y_d = Y_{CM} = 0$, $G_o \rightarrow \infty$. Použijeme stejný postup jako v článku předchozím. Určíme hodnoty všech determinantů pro $G_o \rightarrow \infty$ (členy bez G_o jsou zanedbatelné):

$$D(G_o \rightarrow \infty) \rightarrow G_o [(G_1 + G_2)(G_3 + G_4) + G_2 A (G_3 + G_4)] \quad (3.6b)$$

$$D_3(G_o \rightarrow \infty) \rightarrow G_o U_2 G_1 (G_3 + G_4) + G_o A G_2 U_1 G_3 \quad (3.7b)$$

$$D_4(G_o \rightarrow \infty) \rightarrow U_1 G_3 G_o [G_1 + G_2 (1 + A)] \quad (3.8b)$$

$$D_5 (G_o \rightarrow \infty) \rightarrow U_1 G_3 A G_o (G_1 + G_2) - U_2 G_1 A G_o (G_3 + G_4) \quad (3.9b)$$

Zkoumejme nejdříve invertující strukturu, kdy $U_1 = 0$. Potom z (3.9b) a (3.6b) určíme

$$U_5 = D_5/D = -U_2 A G_1 / (G_1 + G_2 + A G_2)$$

a zesílení (přenos) je

$$U_5/U_2 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + (1 + R_2/R_1)/A} \quad (3.17)$$

První člen součinu definuje ideální hodnotu zesílení $(-R_2/R_1)$ pro $A \rightarrow \infty$, druhý člen definuje chybu proti ideálu, je to chybový člen E_A . Prvky R_3, R_4 nemají za daných předpokladů na invertující strukturu vliv. Vztah (3.17) můžeme formálně přepsat do podoby

$$U_5/U_2 = (U_5/U_2)_{id} \cdot E_A \quad (3.18)$$

$$(U_5/U_2)_{id} = -R_2/R_1$$

$$E_A = 1/[1 + (1 + R_2/R_1)/A] \quad (3.19)$$

Do vztahu (3.19) lze dosadit ze vztahu (3.2) a získat tak nejjednodušší možnou frekvenční závislost E_A :

$$E_A = \frac{1}{1 + (1 + R_2/R_1)j\omega/\omega_T} = \frac{\omega_3}{j\omega + \omega_3} = |\text{ust. stav}| = \frac{\omega_3}{p + \omega_3} \quad (3.20)$$

kde

$$\omega_3 = \omega_T / (1 + R_2/R_1) \quad (3.21)$$

je frekvence poklesu chybového členu, a tedy i přenosu, o 3 dB. Pro $\omega = \omega_3$ totiž platí

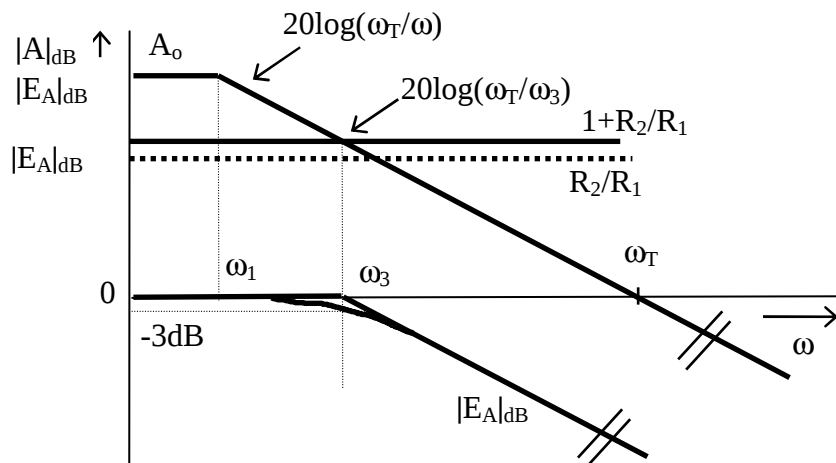
$$E_A(\omega_3) = 1/(1 + j) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j45^\circ}$$

Modul je $1/\sqrt{2} = 0,707$ (tedy $20 \cdot \log 0,707 = -3$ dB) a fázový posuv $\varphi_E(\omega_3)$ je právě -45° . Ideální hodnota chybového členu je rovna 1 (0 dB).

Malou formální úpravou vztahu (3.21) obdržíme

$$\omega_T/\omega_3 = 1 + R_2/R_1 = |A(\omega = \omega_3)|$$

Zvážíme-li význam vztahu (3.2), je zřejmé, že frekvence ω_3 je právě v místě incidence hodnoty $1 + R_2/R_1$ s modulem přenosu samotného OZ - obr.3.4.



Obr.3.4. . Zobrazení modulu chybového členu

(pro $R_2/R_1 \gg 1$ čáry „ $1 + R_2/R_1$ “ a „ R_2/R_1 “ prakticky splynou)

Pro $\omega \ll \omega_3$ je $|E_A|_{dB} \cong 0dB$, pro $\omega \gg \omega_3$ platí $|E_A|_{dB} \cong 20\log(\omega_3/\omega)$. Tomu odpovídá změna (strmost) $-20dB/dek$. Vyjádříme-li modul vztahu (3.18) v dB, dostaneme

$$|U_5/U_2|_{dB} = 20\log(R_2/R_1) + 20\log|E_A|$$

Popis „pomocí“ ω_3 je snad vhodný pro oblast zpracování akustických signálů. Vždyť $-3dB$ znamenají totéž, jako pokles modulu přenosu o 29,3% (na 0,707). Pro měřicí účely budou jistě požadovány chyby podstatně menší, tedy vhodné pracovní kmitočty budou jistě podstatně pod hodnotou ω_3 . Potom pro $\omega/\omega_3 \ll 1$ lze určit^{3.3)}

$$E_A = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_3} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_3)^2}} e^{j\varphi_E} \cong [1 - 0,5(\omega/\omega_3)^2] e^{j\varphi_E} \quad (3.20a)$$

kde $\varphi_E = -\arctg(\omega/\omega_3)$.

$$3.3) \ 1/\sqrt{1+x^2} \approx 1 - 0,5x^2 \text{ pro } x^2 \ll 1$$

Chybu modulu ΔE_A proti ideální hodnotě 1 lze potom vyjádřit vztahem

$$\Delta E_A \cong -0,5(\omega/\omega_3)^2 \quad (3.20b)$$

nebo v procentuálním popisu

$$\Delta E_{AP} \cong -50(\omega/\omega_3)^2 \quad (3.20c)$$

Chyba fáze je dána vztahem^{3.4)}

$$\varphi_E = -\arctg(\omega/\omega_3) \quad (3.22)$$

3.4) Chyba modulu ΔE_A a fáze φ_E určují spolu vektorovou chybu. Její význam může být značný - větší, než plyne z posouzení pouhé ΔE_A .

Pro určení vstupní impedance invertující struktury musíme zjistit napětí U_3 , abychom mohli určit proud I_2 „do struktury“ ze zdroje napětí U_2 ($U_1 = 0$):

$$U_3 = D_3/D = U_2 G_1/(G_1 + G_2 + AG_2)$$

Potom $I_2 = (U_2 - U_3)/R_1$ a $Z_{vst2} = U_2/I_2$. Po dosazení a úpravách obdržíme

$$Z_{vst2} = R_1 + R_2/(1+A) \quad (3.23)$$

Výstupní odpor je nulový, protože výstupní napětí U_5 není funkcí zatěžovacího odporu R_z .

Stejným způsobem prošetříme neinvertující strukturu. Při daných zjednodušeních a $U_2 = 0$ zkoumáme pouze účinky napětí U_1 . Ze vztahu (3.9b) určíme

$$D_5 \rightarrow U_1 G_3 A G_0 (G_1 + G_2)$$

a proto

$$U_5 = D_5/D = U_1 \frac{R_4}{R_3 + R_4} (1 + R_2/R_1) \frac{1}{1 + (1 + R_2/R_1)/A} \quad (3.24)$$

Pokud nás zajímá pouze přenos „samotné“ neinvertující struktury bez děliče (R_3, R_4), položíme $R_3 = 0$ a

$$(U_5/U_1)_{R3=0} = (1 + R_2/R_1) \frac{1}{1 + (1 + R_2/R_1)/A} \quad (3.24a)$$

I vztah (3.24a) je možné vyjádřit pomocí chybové funkce (3.19) definované již pro invertující strukturu

$$(U_5/U_1)_{R_3=0} = (U_5/U_1)_{id} \cdot E_A \quad (3.24b)$$

kde

$$(U_5/U_1)_{id} = 1 + R_2 / R_1$$

Platí proto i všechny úvahy tam udělané.

Nyní již jen určíme ($Z_{CM} \rightarrow \infty$), že $Z_{vst1} \cong R_3 + R_4$. Ani přenos neinvertující struktury není při $G_0 \rightarrow \infty$ ($R_0 = 0$) funkcí R_z , výstupní odpor je proto opět nulový.

Pro určení přenosu rozdílové struktury musíme současně uvažovat členy s U_1 i U_2 . Oba „problémy“ však již byly po částech řešeny - můžeme použít princip superpozice a ze vztahů (3.18) a (3.24) určit

$$\begin{aligned} U_5 &= \frac{U_1 \cdot R_4 / R_3}{1 + R_4 / R_3} (1 + R_2 / R_1) E_A - U_2 \frac{R_2}{R_1} E_A = |R_4 / R_3 = R_2 / R_1| = \\ &= (U_1 - U_2) \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot E_A \end{aligned} \quad (3.25)$$

Chybový člen „působí“ i na rozdílové napětí ($U_1 - U_2$), opět platí dříve udělané úvahy.

Výstupní odpor je nulový. Vstupní impedance uzlu 1 je definována pouze součtem $R_3 + R_4$. Vstupní impedanci uzlu 2 musíme určit z U_3 a I_2 :

$$\begin{aligned} U_3 &= D_3 / D = \frac{U_2 G_1}{G_1 + G_2 + AG_2} + \frac{U_1 AG_3 G_2}{(G_1 + G_2)(G_3 + G_4) + AG_2(G_3 + G_4)} \\ I_2 &= (U_2 - U_3) / R_1 = G_1 \left(\frac{U_2 (G_2 + AG_2)}{G_1 + G_2 + AG_2} - \frac{U_1 G_3}{G_3 + G_4} \cdot \frac{AG_2}{G_1 + G_2 + AG_2} \right) \end{aligned}$$

Pro $|AG_2| \gg G_1 + G_2$, tedy $|A| \gg 1 + R_2/R_1$ a tudíž i pro $\omega < \omega_3$ (viz obr.3.4) platí i zde pro $Z_{CM} \rightarrow \infty$, že [viz (3.13)]

$$\begin{aligned} Z_{vst2} &= U_2 / I_2 = R_1 / \left(1 - \frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) = |R_4 / R_3 = R_2 / R_1| = \\ &= R_1 / \left(1 - \frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{R_2 / R_1}{1 + R_2 / R_1} \right) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Zkoumání vstupní impedance pro $\omega > \omega_3$ je možné, ale nemá již praktický význam.

3.1.4. Zesilovač s konečnou hodnotou A a výstupní vodivostí G_0

Až dosud byly zkoumány „neideálnosti“ Z_{CM} a A . Uvažujme nyní, že současně platí A , $G_0 \neq \infty$ a $Y_d = Y_{CM} = 0$. Potom musíme obecně odvozené determinanty uvažovat v podobě

$$D = G_0[(G_1 + G_2)(G_3 + G_4) + AG_2(G_3 + G_4)] + G_2[G_1(G_3 + G_4)] + G_z[(G_1 + G_2)(G_3 + G_4)] \quad (3.6c)$$

$$D_5 = U_1 G_3[AG_0(G_1 + G_2)] - U_2 G_1[AG_0(G_3 + G_4) - G_2(G_3 + G_4)] \quad (3.9c)$$

Výstupní napětí je definováno vztahem (po rozsáhlých úpravách)

$$\begin{aligned} U_5 &= D_5 / D = \dots = \left[U_1 \frac{R_4 / R_3}{1 + R_4 / R_3} (1 + R_2 / R_1) - U_2 \frac{R_2}{R_1} \right] \cdot E_{AG_0} + \dots \\ &\dots + U_2 \frac{R_0 // R_z}{R_1 + R_2 + (R_0 // R_z)(1 + AR_1 / R_0)} \end{aligned} \quad (3.27)$$

kde

$$E_{AG_0} = \frac{1}{1 + [1 + (R_2 + R_0) / R_1 + (1 + R_2 / R_1)(R_0 / R_z)] / A} \quad (3.28)$$

je chybový člen při uvedené idealizaci.

Člen obsahující paralelní řazení R_0 a R_z - symbol $(R_0 // R_z)$ - popisuje dopředný přenos napětí U_2 „do výstupního odporu“ OZ . Pro vysoké frekvence degraduje A k nule a dopředný přenos je určen pouze děličem $(R_1 + R_2)$ a $(R_0 // R_z)$. Pro $A \rightarrow \infty$ dopředný přenos mizí, vliv R_0 je absolutně potlačen.

Pro $R_0 \rightarrow 0$ přejde vztah (3.28) ve vztah (3.19). Pro $A \rightarrow \infty$ je chybový člen roven jedné. Důležitým jevem je to, že pro $R_0 \neq 0$ je chybový člen (a tedy i přenos) určen i odporem R_z . Znamená to, že výstupní odpor struktury je nenulový.

Dosadíme-li do vztahu (3.28) za zesílení A ze vztahu (3.2), bude chybový člen formálně shodný se vztahem (3.20), tedy $E_{AG_0} = \omega_3 / (p + \omega_3)$, ale platí

$$\omega_3 = \frac{\omega_T}{1 + (R_2 + R_0) / R_1 + (1 + R_2 / R_1)(R_0 / R_z)} \quad (3.29)$$

Pro $R_0 = 0$ se mění (3.29) ve vztah (3.21), bez ohledu na hodnotu R_z .

Vztah (3.28) umožňuje i určení výstupního odporu struktury R_{os} . Ve stavu naprázdno ($R_z \rightarrow \infty$) platí, že

$$E_{AG_0}(R_z \rightarrow \infty) = \frac{1}{1 + [1 + (R_2 + R_0) / R_1] / A}$$

Dopředný přenos je pro $R_0 \ll R_1 + R_2$ pro tuto úvahu zanedbatelný. Ve smyslu Théveninova teorému musí výstupní napětí U_5 klesnout na polovinu hodnoty bez zátěže, právě je-li $R_z = R_{os}$; to znamená, že musí platit i pro chybový člen $E_{AG_0}(R_z \rightarrow \infty) / 2 = E_{AG_0}(R_z = R_{os})$:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + [1 + (R_2 + R_0) / R_1] / A} = \frac{1}{1 + [1 + (R_2 + R_0) / R_1 + (1 + R_2 / R_1)(R_0 / R_{os})] / A}$$

Po úpravách určíme pro výstupní odpor systému vztah

$$R_{os} = \frac{R_0}{1 + AR_1 / (R_1 + R_2) + R_0 / (R_1 + R_2)} \quad (3.30)$$

který odpovídá výsledkům získaným prostředky (postupy) teorie zpětné vazby. Člen $R_0 / (R_1 + R_2)$ ve jmenovateli jen odpovídá skutečnosti, že zpětnovazební dělič (sít') přenáší energii i „opačným“ (dopředným) směrem - od vstupu k výstupu, „do R_0 “. Tato skutečnost se v teorii zpětné vazby obvykle zanedbává, předpokládá se, že $R_0 / (R_1 + R_2) \ll 1 + AR_1 / (R_1 + R_2)$, což je oprávněné.

Vztah (3.30) ovšem může být splněn pouze pro reálnou hodnotu A , protože symbolu R_{os} vždy formálně přiřazujeme reálné číslo (odpor). Je-li A definováno frekvenčně závislým modelem $A(j\omega)$, situace se v zásadě nemění. Uděláme formální substituci $R_{os} \rightarrow Z_{os}$ a hovoříme prostě o výstupní impedanci. Vhodněji proto píšeme

$$Z_{os} = \frac{R_0}{1 + AR_1 / (R_1 + R_2) + R_0 / (R_1 + R_2)} \quad (3.30a)$$

Vždyť již na obr.3.2 jsme mohli zcela obecně uvažovat zatěžovací impedanci Z_z ($Y_z = 1/Z_z$). Po dosazení z (3.1) a úpravách platí pro výstupní impedanci vztah

$$Z_{os} = [R_o // (R_1 + R_2)] \cdot \frac{p + \omega_1}{p + \omega_1 \left[1 + \frac{A_o}{1 + (R_2 + R_o) / R_1} \right]} \quad (3.31)$$

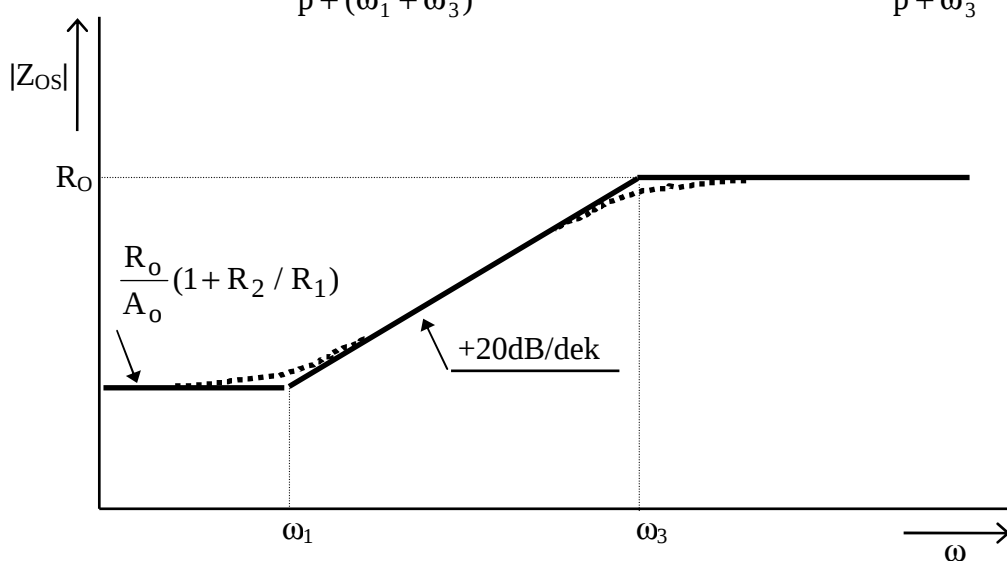
Pro $\omega \rightarrow \infty$ je $Z_{os}(\omega \rightarrow \infty) = R_o // (R_1 + R_2)$; odpory $(R_1 + R_2)$ se řadí paralelně k R_o , jejich vliv není „upravován“ dostatečným zesílením A .

Platí, že

$$\frac{\omega_1 A_o}{1 + (R_2 + R_o) / R_1} = \frac{\omega_T}{1 + (R_2 + R_o) / R_1} \approx \omega_3$$

a vztah (3.31) nabývá podoby

$$Z_{os} = [R_o // (R_1 + R_2)] \cdot \frac{p + \omega_1}{p + (\omega_1 + \omega_3)} = |\omega_3 \rangle \omega_1| = [R_o // (R_1 + R_2)] \cdot \frac{p + \omega_1}{p + \omega_3} \quad (3.31a)$$



Obr.3.5. . Asymptotické zobrazení výstupní impedance struktury pro $R_o \ll R_1 + R_2$

Modul výstupní impedance lze zobrazit (asymptoticky) - obr.3.5, platí totiž ($p = j\omega$):

a) $\omega \ll \omega_1 \ll \omega_3$: $Z_{os} \cong [R_o // (R_1 + R_2)] \omega_1 / \omega_3 = |R_o \ll R_1 + R_2| \cong R_o(1 + R_2/R_1)/A_o$

b) $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_3$: $Z_{os} \cong [R_o // (R_1 + R_2)] p / \omega_3 = |R_o \ll R_1 + R_2| \cong j \omega R_o(1 + R_2/R_1) / \omega_T$

Tomu odpovídá ekvivalentní výstupní indukčnost

$$L_{oe} = R_o(1 + R_2/R_1) / \omega_T = R_o / \omega_3$$

c) $\omega \gg \omega_3$: $Z_{os} \cong [R_o // (R_1 + R_2)] = |R_o \ll R_1 + R_2| \cong R_o$

3.1.5. Vliv diferenční impedance Z_d a zesílení A

Předpokládáme nyní, že $R_o = 0$ ($G_o \rightarrow \infty$) a $Y_{CM} = 0$. Ze základních vztahů pro D až D_5 určíme obdobně jako v čl.3.1.2 ($Y_d = 1/Z_d$)

$$D(A, Y_d) \rightarrow G_o[(G_1 + G_2)(G_3 + G_4) + Y_d(G_1 + G_2 + G_3 + G_4) + AG_2(G_3 + G_4)]$$

$$D_3(A, Y_d) \rightarrow U_2 G_1 G_o (G_3 + G_4 + Y_d) + U_1 G_3 G_o [Y_d + A G_2] \quad (3.32)$$

$$D_4(A, Y_d) \rightarrow U_2 G_1 G_o Y_d + U_1 G_3 G_o [(G_1 + Y_d) + G_2(1 + A)]$$

$$D_5(A, Y_d) \rightarrow U_1 G_3 A G_o (G_1 + G_2) - U_2 G_1 A G_o (G_3 + G_4)$$

Určíme výstupní napětí

$$U_5 = D_5(A, Y_d) / D(A, Y_d) = \left[U_1 \frac{R_4 / R_3}{1 + R_4 / R_3} (1 + R_2 / R_1) - U_2 \frac{R_2}{R_1} \right] \cdot E_{AY_d} \quad (3.33)$$

Chybová funkce je za uvedených idealizací určena vztahem

$$E_{AY_d} = \frac{1}{1 + \left[1 + R_2 / R_1 + \frac{R_2}{Z_d} \left(1 + \frac{R_3 // R_4}{R_1 // R_2} \right) \right] / A} \quad (3.34)$$

Pro $Z_d \rightarrow \infty$ ($Y_d = 0$) obdržíme ze vztahu (3.34) vztah (3.19).

„Ideální“ část výrazu zůstává, samozřejmě, stále stejná. Pro $R_4 = R_2$ a $R_3 = R_1$ se vztah formálně zjednoduší (diferenční zesilovač)

$$E_{AY_d} (R_3 // R_4 = R_1 // R_2) = \frac{1}{1 + \left[1 + R_2 / R_1 + \frac{2R_2}{Z_d} \right] / A} \quad (3.34a)$$

a

$$U_5 = (U_1 - U_2) \frac{R_2}{R_1} \cdot E_{AY_d} (R_3 // R_4 = R_1 // R_2) \quad (3.33a)$$

Uvažujme nejdříve pouze reálnou hodnotu R_d , tedy $Z_d \rightarrow R_d$. Za A dosadíme z (3.2). Potom

$$E_{AY_d} = \frac{1}{1 + j\omega / \omega_3}$$

kde

$$\omega_3 = \frac{\omega_T}{1 + R_2 / R_1 + \frac{R_2}{R_d} \left(1 + \frac{R_3 // R_4}{R_1 // R_2} \right)} \quad (3.35)$$

Ze vztahu (3.35) plyne, že v invertující struktuře ($U_1 = 0$) není příliš vhodné ponechat zbytečně rezistory $R_3 // R_4$. „Zvětšují“ totiž význam podílu R_2 / R_d . Pro $R_2 \ll R_d$ není tato úvaha významná; hodnota ω_3 je dominantně omezena žádaným poměrem R_2 / R_1 .

Je-li idealizován výstupní odpor zesilovače R_o , je i výstupní odpor celé struktury vždy roven nule, problém není třeba vůbec řešit.

Pro $R_1, R_2 \ll R_d$ a $\omega \ll \omega_3$ lze odhadnout vstupní impedanci invertujícího vstupu podle vztahu (3.26). Můžeme ovšem i zcela obecně určit vliv Y_d následujícím postupem.

Určeme nejdříve vstupní impedanci „čisté“ invertující struktury ($U_1 = 0, R_3 = 0, R_4$ potom nemá vliv). Pro napětí U_3 platí

$$U_3 = D_3(A, Y_d) / D(A, Y_d) = \frac{U_2 G_1}{G_1 + G_2 + Y_d + A G_2}$$

a proud

$$I_2(U_1 = 0, R_3 = 0) = (U_2 - U_3) / R_1 = U_2 G_1 \frac{G_2 + Y_d + A G_2}{G_1 + G_2 + Y_d + A G_2}$$

Vstupní impedance struktury (invertující) je

$$Z_{vst2} = U_2 / I_2 = R_1 + Z_d / [R_2 / (1 + A)] \quad (3.36)$$

Tvoří ji tři složky: samotný R_1 a do série řazená paralelní kombinace Z_d a $R_2/(1+A)$ - viz i (3.23) a [7, str.91].

Rozeberme situaci pro „čistě“ neinvertující strukturu, kdy $U_2 = 0$. Současně uvažujme i $R_4 \rightarrow \infty$ ($G_4 = 0$). Potom z (3.32) určíme

$$U_4 = D_4(A, Y_d) / D(A, Y_d) = \frac{U_1 G_3 [G_1 + Y_d + G_2 (1 + A)]}{(G_1 + G_2) G_3 + Y_d (G_1 + G_2 + G_3) + G_2 A G_3}$$

Proud

$$I_1 = (U_1 - U_4) / R_3$$

a po úpravách platí pro $|R_2/Z_d| \ll 1$, že

$$Z_{vst1} = R_3 + Z_d [1 + A / (1 + R_2 / R_1)] \quad (3.37)$$

Ekvivalentní vstupní impedance Z_{EZ} samotného OZ je (bez Z_{CM} a R_3)

$$Z_{EZ} = Z_d [1 + A / (1 + R_2 / R_1)] \quad (3.38)$$

a budeme-li nyní uvažovat i odpor R_4 , snadno určíme, že

$$Z_{vst1} = R_3 + R_4 / Z_{EZ} \quad (3.39)$$

Při diskusi vztahu (3.34) jsme uvažovali pouze reálnou hodnotu $Z_d = R_d$ a zesílení A definované vztahem (3.2). Uvažujme nyní, že impedance Z_d je tvořena paralelní kombinací R_d a kapacity C_d , tedy

$$Z_d = \frac{R_d \cdot 1 / (p C_d)}{R_d + 1 / (p C_d)} = R_d \frac{\omega_d}{p + \omega_d} \quad (3.40)$$

$\omega_d = 1/(R_d C_d)$ je charakteristická frekvence (pól) diferenční vstupní impedance Z_d . Tuto situaci však budeme řešit až v dalším článku.

3.1.6. Chybový člen 2. řádu

Předpokládejme, že $R_3/R_4 = R_1/R_2$ (situace pro $R_3/R_4 = 0$ se bude lišit jen nepatrně a není obtížné ji zkoumat). Potom ze vztahů (3.34) a (3.40) obdržíme chybový člen $[A - \text{vztah (3.2)}]$

$$E_{AYd} = \frac{\omega_k^2}{p^2 + p\omega_k / Q + \omega_k^2} \quad (3.41)$$

kde charakteristický kmitočet je

$$\omega_k^2 = \frac{\omega_T}{2R_2C_d} = \frac{R_d}{2R_2} \omega_T \omega_d \quad (3.42)$$

a činitel jakosti Q je definován vztahem (ξ - log. dekrement útlumu)

$$2\xi = 1/Q = \frac{1}{\sqrt{2R_2C_d\omega_T}} \cdot (1 + R_2/R_1 + 2R_2/R_d) = \omega_k/\omega_3 \quad (3.43)$$

Prakticky nejčastějším dalším případem je stav, kdy $R_3/R_4 = 0$. Naprosto stejným způsobem zjistíme z (3.34), že

$$\omega_k^2 = \frac{\omega_T}{R_2C_d} = \frac{R_d}{R_2} \omega_T \omega_d \quad (3.42a)$$

$$2\xi = 1/Q = \frac{1}{\sqrt{R_2C_d\omega_T}} \cdot (1 + R_2/R_1 + R_2/R_d) = \omega_k/\omega_3 \quad (3.43a)$$

přičemž ω_3 je vždy definováno vztahem (3.35).

Systém nyní obsahuje dva póly přenosu a je-li činitel jakosti větší než $1/\sqrt{2} = 0,707$, vykazuje modulová charakteristika („typu“ dolní propust) rezonanční převýšení na frekvenci

$$\omega_m = \omega_k \cdot \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad (3.44)$$

přičemž maximální hodnota chybového členu^{3.5)} na frekvenci ω_m je

$$|E_{AYd}|_{\max} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (3.45)$$

3.5) Vztahy (3.44) a (3.45) plynou z určení extrému modulu chybové hodnoty (3.41)

Celá situace je znázorněna na obr.3.6.

Důležitost vztahů (3.41) až (3.45) lze demonstrovat na příkladu OZ s unipolárními tranzistory (JFET, MOSFET). Předpokládejme, že $f_T = 1$ MHz, $R_d > 10^{12}\Omega$, $C_d = 5$ pF a požadujeme ideálně $1 + R_2/R_1 = 10$. Za těchto podmínek dostaneme ze vztahu (3.42)

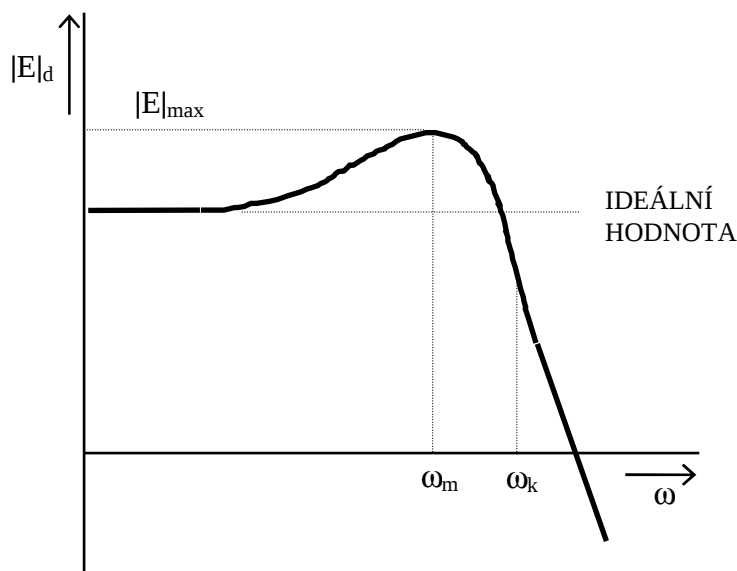
$$f_k = \sqrt{f_T / (4\pi R_2 C_d)} = 1,262 \cdot 10^8 / \sqrt{R_2}$$

a ze vztahu (3.43)

$$2\xi = 1/Q = \frac{1}{\sqrt{R_2C_d4\pi f_T}} \cdot (1 + R_2/R_1 + 2R_2/R_d) = \frac{1,262 \cdot 10^2 (10 + 2R_2/R_d)}{\sqrt{R_2}}$$

Údaje pro zvolené hodnoty R_2 jsou shrnuty v tabulce 3.2^{3.6)}.

3.6) Pro $R_3/R_4 = 0$ stačí hodnoty f_k a 2ξ násobit $\times \sqrt{2}$; hodnotu Q dělit $\sqrt{2}$; f_m , $|E|_{\max}$ nutno dopočítat.



Obr.3.6. Modul chybového členu 2. řádu

Nyní zkoumejme vliv změny členu $1+R_2/R_1$ při $R_3/R_4 = R_1/R_2$, $R_2 = 9000 \text{ k}\Omega$, $f_T = 1 \text{ MHz}$, $C_d = 5 \text{ pF}$. Pro dané poměry platí $f_k = 42,052 \text{ kHz}$ a

$$2\xi = \frac{1}{\sqrt{R_2 C_d 4\pi f_T}} \cdot \left(1 + R_2 / R_1 + 2 \cdot 9 \cdot 10^6 / R_d\right) \cong 0,04205(1 + R_2 / R_1)$$

Výsledky jsou shrnuty v tabulce 3.3^{3.6)}.

R_2 [k Ω]	f_k [kHz]	2ξ [-]	Q [-]	f_m [kHz]	$ E _{\max}$ [-]
9	1330	13,30	0,075	*	*
90	420,5	4,205	0,238	*	*
900	133,0	1,330	0,752	45,18	1,007
2700	76,78	0,768	1,302	64,48	1,411
4700	58,19	0,582	1,719	53,04	1,796
9000	42,05	0,421	2,378	40,15	2,433
27000	24,28	0,243	4,119	23,92	4,149

*) nevzniká převýšení (maximum)

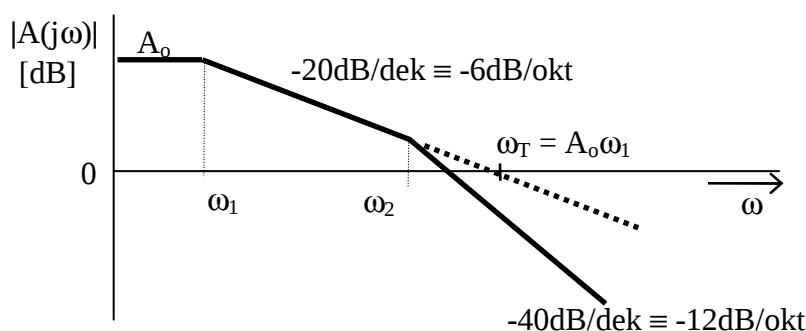
Tabulka 3.2. Určení charakteristických parametrů chybového členu - závislost na R_2 ($R_d > 10^{12} \Omega$; $C_d = 5 \text{ pF}$, $f_T = 1 \text{ MHz}$; $1+R_2/R_1 = 10$; $R_3/R_4 = R_1/R_2$)

$1+R_2/R_1$ [-]	2ξ [-]	f_m [kHz]	$ E _{\max}$ [-]
1	0,042	42,03	23,79
2	0,084	41,98	11,90
5	0,210	41,58	4,782
10	0,421	40,15	2,433
20	0,841	33,81	1,311
30	1,262	19,00	1,022
50	2,103	*	*

Tabulka 3.3. Charakteristické parametry chybového členu v závislosti na $1+R_2/R_1$; odpovídající R_1 lze dopočítat; (pro $R_d > 10^{12}\Omega$; $C_d = 5$ pF; $f_T = 1$ MHz; $R_2 = 9000$ k Ω ; $R_3/R_4 = R_1/R_2$)

*) nevzniká převýšení (maximum)

Už při $R_2 = 1$ M Ω může sehrát diferenční kapacita 5 pF velmi vážnou roli, zvláště pro malé požadované hodnoty $1+R_2/R_1$ („silnou“ zpětnou vazbu). Pro OZ s bipolárními tranzistory na vstupu, jejichž R_d je cca 2 M Ω , má smysl používat hodnoty $R_2 < 100$ k Ω a $C_d = 5$ pF nebude činit žádné problémy.



Obr.3.7. Modul přenosu OZ se dvěma póly (zlomy; ω_1, ω_2)

K chybovému členu 2. řádu lze ovšem dospět i jiným způsobem. Stačí vyjít ze vztahu (3.19) a uvažovat složitější (a přesnější) model přenosu OZ - se dvěma póly přenosu (což je zcela běžné, i když ne vždy v katalogích výrobců uváděné):

$$A(p) = \frac{A_o \omega_1}{p + \omega_1} \cdot \frac{\omega_2}{p + \omega_2} \quad (3.46)$$

Tomu odpovídá modulová charakteristika $|A(j\omega)|$ na obr.3.7. Dosadíme-li z (3.46) do (3.19), obdržíme po úpravách opět chybový člen 2. řádu:

$$E_A = \frac{\omega_k^2}{p^2 + p\omega_k / Q + \omega_k^2}$$

který je formálně shodný s (3.41), ovšem zde platí

$$\omega_k^2 = \omega_2 \omega_T / (1 + R_2 / R_1) \cong \omega_2 \omega_3 \quad (3.47)$$

[ω_3 - viz (3.21)] a činitel jakosti je definován vztahem

$$1/Q = 2\xi = \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_T / (1 + R_2 / R_1)}} = \sqrt{\omega_2 / \omega_3} = \sqrt{\omega_2 \omega_3 / \omega_3^2} = \omega_k / \omega_3 \quad (3.48)$$

který je formálně shodný s (3.43).

Posuneme-li ω_2 „do nekonečna“, bude E_A opět určeno vztahem (3.20).

Předpokládejme pro ilustraci i nyní, že $1 + R_2/R_1 = 10$, $f_T = 1$ MHz, a zkoumejme vliv polohy 2. pólu OZ - tedy ω_2 . Potom:

$$f_3 = \omega_3 / (2\pi) = f_T / (1 + R_2/R_1) = 10^5$$

$$f_k = \sqrt{f_2 f_3} = \sqrt{f_2} \cdot 10^5$$

$$2\xi = 1/Q = \sqrt{f_2} / 10^5$$

f_2 [MHz]	f_k [MHz]	2ξ [-]	f_m [kHz]	$ E _{\max}$ [-]	$1 + R_2/R_1$ [-]
2	1,414	1,414	0	1	1
1,5	1,225	1,225	612,5	1,033	
1	1,000	1,000	707,1	1,155	
0,5	0,707	0,707	612,4	1,512	
0,2	0,447	0,447	424,3	2,478	
2	0,447	4,472	*	*	10
1	0,316	3,162	*	*	
0,5	0,224	2,236	*	*	
0,2	0,141	1,414	0	1	
0,15	0,123	1,225	61,24	1,033	
0,1	0,100	1,000	70,71	1,155	

Tabulka 3.4. Charakteristické parametry chybového členu 2. řádu pro $f_T = 1$ MHz při $1 + R_2/R_1 = 1$ a 10 v závislosti na „poloze“ ω_2

*) - nevzniká rezonanční převýšení

Pomocí obecně platných vztahů (3.44) a (3.45) určíme charakteristické parametry chybového členu 2. řádu - tabulka 3.4, stejně jako pro $1 + R_2/R_1 = 1$ ($f_3 = f_T$; $f_k = \sqrt{f_2 f_3} = \sqrt{f_2 \cdot f_T}$; $2\xi = \sqrt{f_2 / f_T}$).

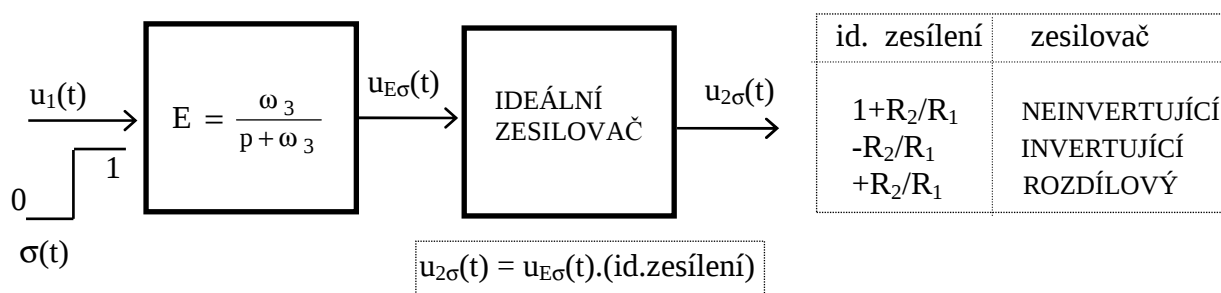
Nejnebezpečnější je zřejmě situace pro $1 + R_2/R_1 = 1$. I zde však stačí, aby $f_2/f_T > 2$ a k rezonančnímu převýšení vůbec nedochází. Obecně stačí, aby $f_2 \gg f_3 \cong f_T / (1 + R_2/R_1)$, což je pro větší požadované hodnoty $1 + R_2/R_1$ (a tedy zesílení) u moderních OZ vždy splněno.

Kombinací vztahů (3.46), (3.34) a (3.40) bychom dospěli k chybovému členu 3. řádu (obsahuje p^3). Řešena by musela být kubická rovnice.

Z udělaných rozborů plyne, že pro $R_2 < 1$ MΩ a $f_2 > f_T$ si v podstatě nemusíme dělat starosti. Frekvenční omezení struktury lze s dostatečnou přesností posuzovat pomocí jednoduchých vztahů pro ω_3 .

3.1.7. Chování zesilovače v časové oblasti

Předpokládejme, že jsou splněny podmínky uvedené v závěru čl.3.1.6 a chybový člen stačí uvažovat v jednoduché podobě (3.20), tedy $E_A(p) = \omega_3/(p+\omega_3)$, kde $\omega_3 \equiv \omega_T/(1+R_2/R_1)$. Z uvedeného popisu plyne, že stačí vyšetřovat chování členu $E_A(p)$ v časové oblasti, abychom zjistili časové odezvy dosud analyzovaných struktur (invertující, neinvertující, rozdílové). Neideální zesilovač je možné modelovat kaskádním řazením zesilovače ideálního a bloku s přenosem E , který „realizuje“ chybový člen - obr.3.8. Na pořadí stupňů při kaskádním řazení nezáleží.



Obr.3.8. Model složený z chybového bloku E a ideálního zesilovače

Na vstup bloku E přivádíme jednotkový skok $\sigma(t)$, tedy $u_1(t) = \sigma(t)$, na jeho výstupu je napětí $u_{E\sigma}(t)$. Ideální člen již nic „nekazí“, průběh jen ideálně zesílí. Laplaceovým obrazem jednotkového skoku $\sigma(t)$ je výraz $1/p$ [6, 23, 38]. V „časové oblasti“ je p tzv. komplexní kmitočet, který má obecně reálnou i imaginární složku (v ustáleném stavu zbude ve stabilních systémech při imitancích popisech jen složka imaginární, $p \rightarrow j\omega$). Výstupní napětí „chybového“ bloku (jeho Laplaceův obraz) proto je

$$U_{E\sigma}(p) = U_1(p) \cdot E(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{\omega_3}{p + \omega_3} \quad (3.49)$$

Přechodovou charakteristiku $u_{E\sigma}(t)$ (odezvu na jednotkový skok) získáme zpětnou Laplaceovou transformací $[L^{-1}]$ vztahu (3.49), nejvhodněji rozkladem na parciální zlomky a použitím slovníku (dodatek D.2):

$$u_{E\sigma}(t) = L^{-1}\left(\frac{1}{p} \cdot \frac{\omega_3}{p + \omega_3}\right) = L^{-1}\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p + \omega_3}\right) = 1 - e^{-\omega_3 t} \quad (3.50)$$

Odezva celé struktury na jednotkový skok je potom

$$u_{2\sigma}(t) = [\text{ideální zesílení}] \cdot (1 - e^{-\omega_3 t}) \quad (3.51)$$

Situace je znázorněna na obr.3.9.

Je-li náběžná hrana (čelo) t_n definována jako interval mezi hodnotami 10% a 90% ideální ustálené hodnoty výstupního napětí $|U_{id}|$, platí zřejmě - viz obr.3.9, že

$$0,1 |U_{id}| = |U_{id}| \cdot (1 - e^{-\omega_3 t_a})$$

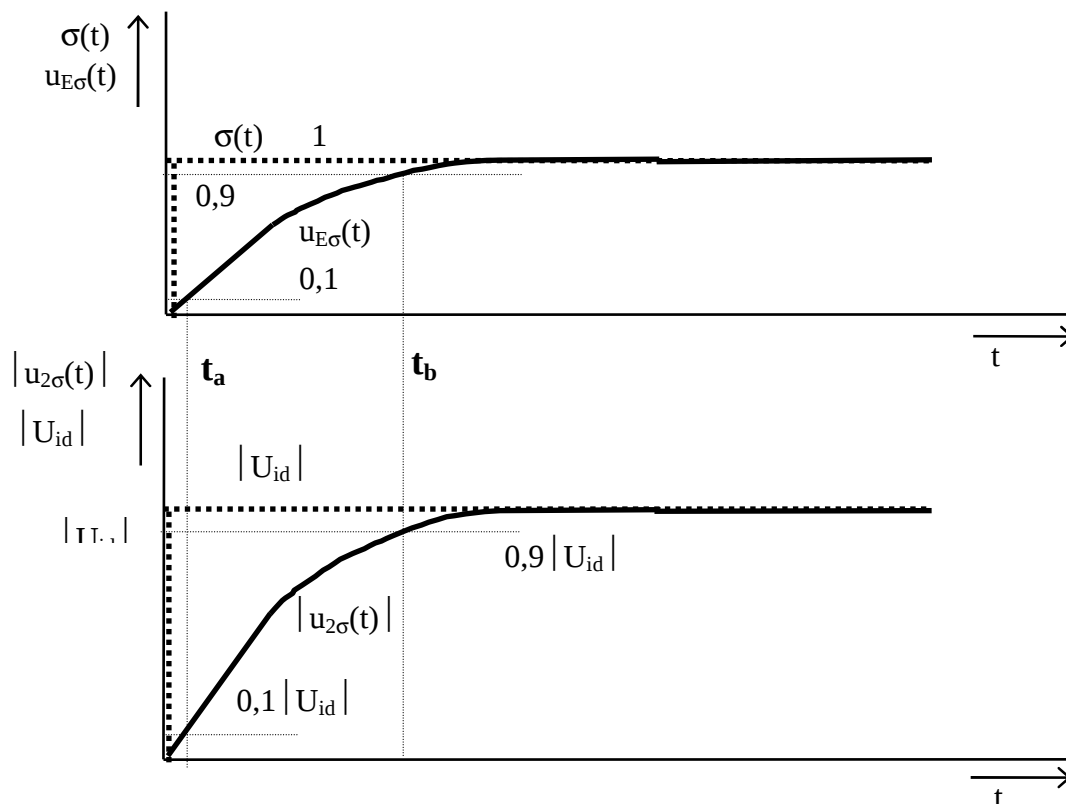
$$0,9 |U_{id}| = |U_{id}| \cdot (1 - e^{-\omega_3 t_b})$$

Základními úpravami určíme, že

$$t_n = t_b - t_a = \ln(9/\omega_3) = 2,1972/\omega_3 = 0,35/f_3 \quad (3.52)$$

Tento vztah platí obecně, pro jakoukoliv dolní propust 1. řádu^{3.7)} s charakteristickým kmitočtem ω_3 (pokles přenosu o 3 dB). Po dosazení za ω_3 dostáváme

$$t_n \cong \frac{0,35}{f_T} \cdot (1 + R_2 / R_1) \quad (3.53)$$



Obr.3.9. . Přechodová odezva systému s jedním pólem (ω_3 ; typu dolní propust)

3.7) Lze odvodit [76], že pro ideální dolní propust (nekonečně složitou) platí pro náběžnou hranu $t_n \cong 0,5/f_{DP}$, kde f_{DP} je frekvence, nad níž je přenos nulový (obdélníková přenosová charakteristika). Dolní propust 1. řádu je „rychlejší“, protože „část“ frekvencí procházejících nad f_3 ještě „vylepšuje“ náběžnou hranu.

Náběžnou hranu lze zkracovat (při požadovaném zesílení) pouze zvětšováním f_T - tedy výběrem lepšího (a tím i dražšího) operačního zesilovače.

Odezvy systémů 2. řádu je možné nalézt v [5, 73, ...].

3.1.8. Shrnutí

Výsledky pro ideální OZ jsou shrnuty v tabulce 3.1. Vstupní impedanci invertující struktury lze vždy odhadnout pomocí vztahu (3.36)

$$Z_{vst2} \cong R_1 + Z_d // [R_2 / (1 + A)]$$

Vliv Z_{CM} není nutné u invertující struktury uvažovat, vždy platí, že

$$|Z_{CM}| \gg |Z_d // [R_2 / (1 + A)]| \cong |R_2 / (1 + A)|$$

Vstupní impedanci neinvertující struktury Z_+ lze vždy odhadnout pomocí (3.38) s uvážením vlivu Z_{CM} . Paralelně k R_4 je nutné uvažovat vstupní impedanci Z_+ vstupu OZ:

$$Z_+ = Z_{CM} // \{Z_d [1 + A/(1 + R_2 / R_1)]\} \quad (3.54)$$

Pokud jsou zapojeny odpory R_3 a R_4 - vztah (3.12) - platí nyní, že

$$Z_{vst1} = R_3 + R_4 // Z_+ \quad (3.55)$$

Pro odhad výstupní impedance stačí vždy vztah (3.31), který pro $\omega > \omega_1$ vede k výrazu ($R_o \ll R_1 + R_2$)

$$Z_{os} \cong R_o \cdot p / (p + \omega_3)$$

pokud pro druhý pól OZ platí $\omega_2 > \omega_T$ a také platí $\omega_k \gg \omega_3$ - viz čl.3.1.6. Frekvenci ω_3 je možné určit z (3.21), nebo i z přesnějších uváděných vztahů - podle okolností.

Z údajů v čl.3.1.6 dospějeme k závěru, že snahou vždy je, aby číslo $\sqrt{\omega_2/\omega_3}$ bylo co největší - vztah (3.48). Totéž platí pro ω_k - vztah (3.42), také má být co největší. Obecně to vede k honbě za velikými hodnotami f_T a co nejmenšími parazitními kapacitami struktury. Není vhodné zbytečně zvětšovat hodnotu R_2 a ponechávat „kombinaci“ $R_3/R_4 \neq 0$, pokud to není nutné z jiných důvodů (např. kompenzace vlivu vstupních proudů).

Za diskusi stojí vstupní impedance diferenčního zesilovače. Pro neinvertující vstup - uzel 1, obr.3.2 - platí vždy vztahy (3.54) a (3.55). Se vstupní impedancí invertujícího vstupu je to složitější. Vztahy (3.13) a (3.26) platí pouze tehdy, máme-li signály u_1 a u_2 stejné frekvence (nebo stejnosměrné). Plyne to ze způsobu řešení ustálených stavů v oboru komplexních čísel - např. [30, 26, 25, 24, 4, ...]. O imitancích lze hovořit pouze tehdy, „vyskytuje-li“ se v obvodu jediná frekvence ω . Pouze pak lze používat fázory a komplexory (dodatek D.3).

Pro signály různých frekvencí platí pro Z_{vst2} i zde vztah (3.36), protože ideální zdroj napětí U_1 „představuje“ pro frekvenci $\omega_2 \neq \omega_1$ zkrat; jeho vnitřní odpor je nulový. Napětí u_1 se při určování vstupní impedance prostě „nepočítá“, je-li $\omega_2 \neq \omega_1$.

Naprosto stejná úvaha platí i pro chybový člen diferenčního zesilovače^{3.8)} a výstupní impedanci. Platí pouze pro U_1 a U_2 stejné frekvence. Pokud tomu tak není, musíme počítat chybový člen i výstupní impedanci pro každé napětí (frekvenci) zvlášť. Výsledek převedeme z „oboru“ komplexních čísel (imitanční popis) do oblasti časové. Teprve „časové“ výsledky můžeme složit, superpozice účinků v lineárním obvodu stále platí..

3.8) Pro invertující a neinvertující strukturu se vždy používá jen jeden vstup, problém s odlišnými frekvencemi tak vůbec nevzniká.

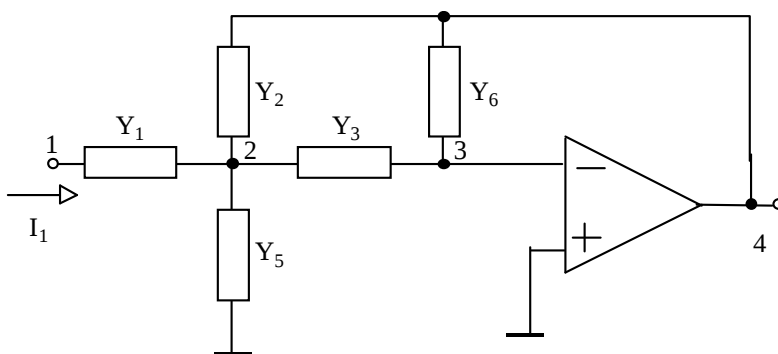
3.2. Filtry 2. řádu s „invertujícím“ operačním zesilovačem

Každý dále uvedený obvod by bylo možné řešit „od začátku“, sestavit matici atd. Ale v čl. 2.3 byla udělána analýza struktury, která již řešení poskytuje. Různých typů ideálních přenosů lze dosáhnout vhodnou volbou admitancí Y_i na obr.2.4. Uvažujme nyní poněkud zjednodušenou situaci na obr.3.10 ($Y_4 = 0$, je použit pouze invertující vstup OZ, tedy ideálně $K \rightarrow -\infty$).

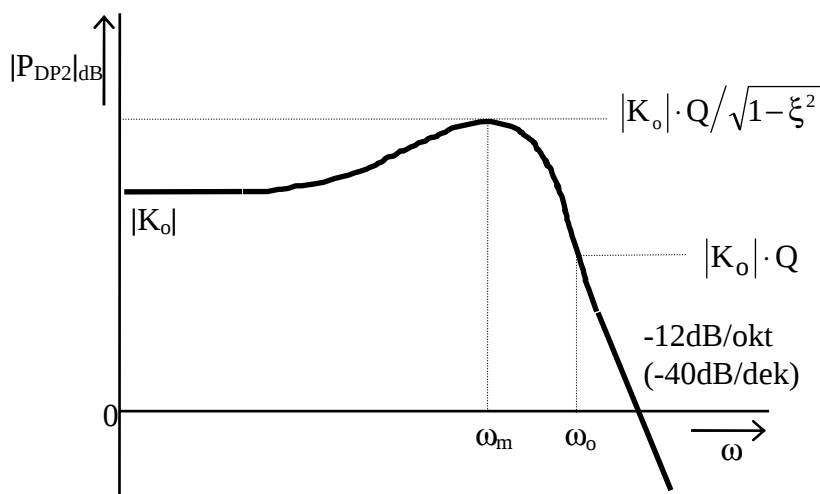
a) Dolní propust 2. řádu (invertující)

Přenos dolní propusti 2. řádu (DP2) je definován vztahem (obr.3.11)

$$P_{DP2} = K_o \frac{\omega_o^2}{p^2 + p\omega_o / Q + \omega_o^2} = K_o \frac{\omega_o^2}{p^2 + 2\xi\omega_o p + \omega_o^2} \quad (3.56)$$



Obr.3.10. Bridgmanova - Brennarova struktura ($Y_4 = 0$)



Obr.3.11. Modul přenosu dolní propusti 2. řádu (DP2)

Vyšetřením modulu přenosu zjistíme, že k maximálnímu přenosu (pro $\xi < 1$; $2\xi = 1/Q$)

$$|P_{DP2}|_{\max} = \frac{K_o}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{K_o Q}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{K_o Q}{\sqrt{1-1/(4Q)^2}} \quad (3.57)$$

dochází na frekvenci

$$\omega_m = \omega_o \cdot \sqrt{1-2\xi^2} = \omega_o \cdot \sqrt{1-1/(2Q^2)} \quad (3.58)$$

Volíme-li na obr.3.10: $Y_1 = G_1$, $Y_2 = G_2$, $Y_3 = G_3$, $Y_5 = pC_5$ a $Y_6 = pC_6$, získáme po dosazení do (2.16a) a úpravách

$$P_{DP2} = U_4 / U_1 = - \frac{1/(R_1 R_3 C_5 C_6)}{p^2 + p \frac{1}{C_5} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{1}{R_2 R_3 C_5 C_6}} = \left| \begin{array}{l} \text{úprava do} \\ \text{normované} \\ \text{podoby} \end{array} \right| = \quad (3.59)$$

$$= - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1/(R_2 R_3 C_5 C_6)}{p^2 + p \frac{1}{C_5} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{1}{R_2 R_3 C_5 C_6}}$$

Srovnáním s (3.56) snadno určíme, že charakteristický kmitočet je definován vztahem

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_2 R_3 C_5 C_6} \quad (3.60)$$

Základní přenos (na nízkých kmitočtech)

$$K_0 = -\frac{R_2}{R_1} \quad (3.61)$$

a dále

$$2\xi\omega_0 = \omega_0 / Q = \frac{1}{C_5} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Po dosazení z (3.60) a úpravách obdržíme pro činitel jakosti Q vztah

$$1/Q = 2\xi = \sqrt{\frac{C_6}{C_5}} \cdot \left(\sqrt{\frac{R_2 R_3}{R_1^2}} + \sqrt{\frac{R_3}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_3}} \right) \quad (3.62)$$

Při navrhování obvodu požadujeme v praxi ω_0 , Q a K_0 . K dispozici však máme pouze tři analytické rovnice - (3.60), (3.61) a (3.62). Určit však musíme pět prvků obvodu. Chybějí dvě rovnice, tedy dva prvky musíme volit. Nejčastěji se volí $C_5 = C$ a relace mezi C_5 a C_6 , tedy $C_6 = m C_5$. Zbývající tři prvky (R_1 , R_2 , R_3) musíme „dopočítat“ z vyjmenovaných rovnic „pomocí“ ω_0 , Q , K_0 , C a mC . Po výpočtech dostáváme

$$R_1 = \frac{1}{2 \cdot |K_0| \cdot Q \cdot m \cdot \omega_0 \cdot C} \left[1 \pm \sqrt{1 - 4m(|K_0| + 1)Q^2} \right]$$

$$R_2 = |K_0| \cdot R_1$$

$$R_3 = \frac{1}{\omega_0^2 R_2 m C^2} \quad (3.63)$$

Aby řešení mělo fyzikální smysl, musí být R_1 reálné číslo. Proto musí platit, že $1 - 4m(|K_0| + 1)Q^2 \geq 0$. Hraniční je právě případ, kdy

$$m = 1 / \left[4Q^2 (|K_0| + 1) \right]$$

R_1 je nyní určen jednoznačně a po úpravách získáváme vztahy

$$R_1 = \frac{1}{2 \cdot |K_0| \cdot Q \cdot \omega_0 \cdot m \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot |K_0| \cdot Q \cdot \omega_0 \cdot C_6}$$

$$R_2 = |K_0| \cdot R_1 = \frac{1}{2 \cdot Q \cdot \omega_0 \cdot C_6} \quad (3.64)$$

$$R_3 = \frac{1}{2 \cdot Q \cdot (|K_0| + 1) \cdot \omega_0 \cdot C_6}$$

přičemž

$$C_5 = C_6 / m = C_6 \left[4Q^2 (|K_0| + 1) \right]$$

Potom se může, při „zamlčení“ jakéhokoli m , objevit následující postup syntézy DP2 (požaduje se: ω_0 , Q a K_0):

- I. Zvolte vhodnou^{3.9)} hodnotu C_6
- II. Určete R_1 , R_2 , R_3 a C_5 podle vztahů (3.64)

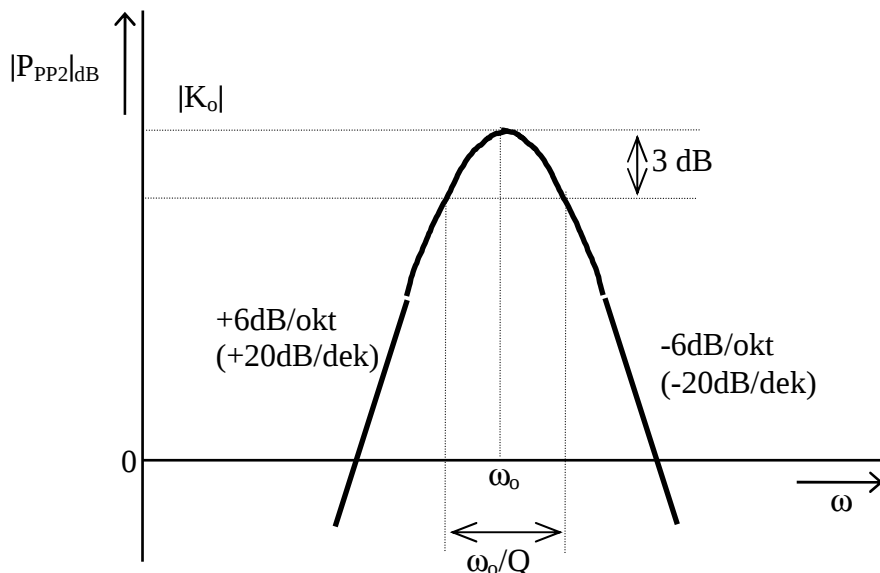
3.9) Žádná kapacita by neměla klesnout pro běžné OZ pod 100 pF a odpory pod 2 kΩ.

b) Pásmová propust 2. řádu (invertující)

Přenos pásmové propusti je definován obecně vztahem

$$P_{PP2} = K_o \frac{p\omega_o / Q}{p^2 + p\omega_o / Q + \omega_o^2} \quad (3.65)$$

jemuž odpovídá modul přenosu na obr.3.12.



Obr.3.12. Modul přenosu pásmová propusti 2. řádu (PP2)

Volíme-li na obr.3.10: $Y_1 = G_1$, $Y_2 = pC_2$, $Y_3 = pC_3$, $Y_5 = G_5$, $Y_6 = G_6$ a dosadíme opět do vztahu (2.16a), je „vyhověno“ vztahu (3.65), přičemž platí při $C_2 = C_3 = C$, že

$$\omega_o^2 = \frac{1}{(R_1 // R_5) R_6 C^2} \quad (3.66)$$

$$K_o = -R_6 / (2R_1) \quad (3.67)$$

$$2\xi = 1/Q = 2 \cdot \sqrt{\frac{R_1 // R_5}{R_6}} \quad (3.68)$$

Jedná se opět o vztahy analytické - vhodné pro analýzu daného obvodu.

Požadujeme-li nyní opět ω_o , Q a K_o a zvolíme vhodnou hodnotu^{3.9)} kondenzátorů $C_3 = C_2 = C$, můžeme ze tří rovnic právě dopočítat tři neznámé odpory pomocí požadovaných a zvolených parametrů:

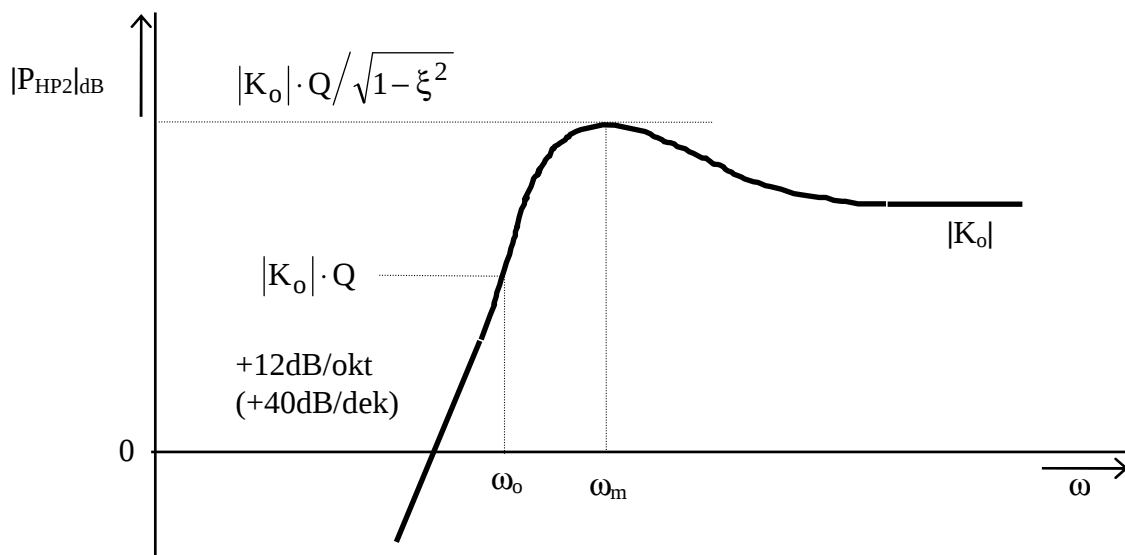
$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{Q}{|K_o| \cdot \omega_o \cdot C} \\ R_5 &= \frac{Q}{(2Q^2 - |K_o|) \cdot \omega_o \cdot C} \\ R_6 &= \frac{2Q}{\omega_o \cdot C} \end{aligned} \quad (3.69)$$

Ani zde nemůže R_5 nabývat záporné hodnoty, proto při volbě $C_3 = C_2 = C$ musí platit, že $2Q^2 > |K_o|$

c) Horní propust 2. řádu (invertující)

Přenos horní propusti 2. řádu (HP2) je určen obecným vztahem

$$P_{HP2} = K_o \frac{p^2}{p^2 + p\omega_o / Q + \omega_o^2} \quad (3.70)$$



Obr.3.13. Modul přenosu horní propusti 2. řádu (HP2)

Modul přenosu je znázorněn na obr.3.13. Vyšetřením extrémů modulu přenosu zjistíme, že maximální přenos ($\xi < 1$)

$$|P_{HP2}|_{\max} = |P_{DP2}|_{\max} = \frac{K_o Q}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (3.71)$$

je na frekvenci

$$\omega_m = \omega_o / \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad (3.72)$$

Volíme-li na obr.3.10: $Y_1 = pC_1$, $Y_2 = pC_2$, $Y_3 = pC_3$, $Y_5 = G_5$, $Y_6 = G_6$ a dosadíme opět do vztahu (2.16a), zjistíme, že se opravdu jedná o HP2, pro niž platí analytické rovnice:

$$\omega_o^2 = \frac{1}{R_5 R_6 C_2 C_3} \quad (3.73)$$

$$K_o = -C_1 / C_2 \quad (3.74)$$

$$\omega_o / Q = \left(\frac{C_1}{C_2 C_3} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) / R_6 \quad (3.75)$$

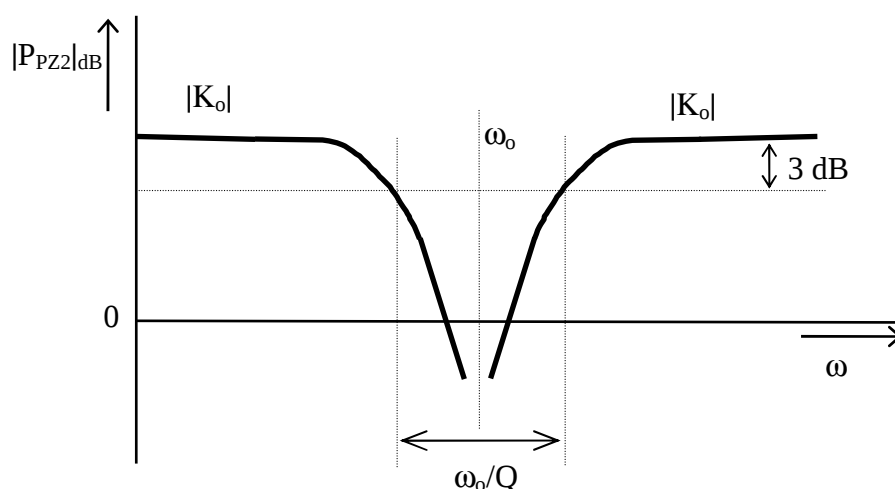
Budeme-li volit hodnoty kondenzátorů $C_1 = C_3 = C$ (pochopitelně jsou možné i jiné volby), lze z výše uvedených vztahů určit vzorce pro syntézu

$$\begin{aligned}
 C_2 &= C / |K_o| \\
 R_5 &= |K_o| / [(2 \cdot |K_o| + 1) Q \omega_o C] \\
 R_6 &= Q (2 \cdot |K_o| + 1) / (\omega_o C)
 \end{aligned}
 \tag{3.76}$$

d) Pásmová zadrž 2. řádu

Přenos pásmové zadrž 2. řádu (PZ2) je definován vztahem

$$P_{PZ2} = K_o \frac{p^2 + \omega_o^2}{p^2 + p\omega_o / Q + \omega_o^2}
 \tag{3.77}$$



Obr.3.14. . Modul přenosu pásmové zadrž 2. řádu (PZ2)

Modul přenosu je znázorněn na obr.3.14. Za pozornost stojí to, že P_{PZ2} obdržíme sečtením P_{HP2} a P_{DP2} (při stejných hodnotách K_o , ω_o , Q). V technické praxi tedy můžeme získat funkci P_{PZ2} sečtením výstupů HP2 a DP2 stejných vlastností (K_o , ω_o , Q). Součet může být udělán „na odporech“ (pasívně) nebo pomocí součtového zapojení OZ.

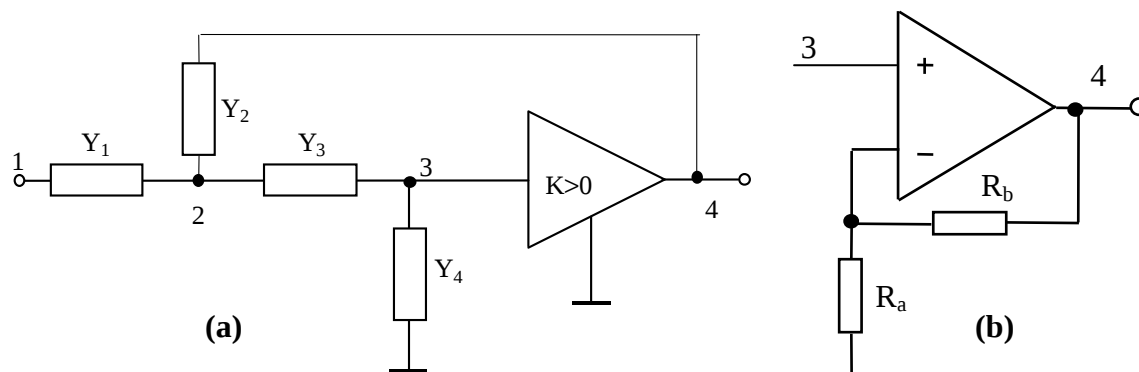
Základní „fyzikální analýzu“ obvodu předvedeme na příkladu dolní propusti ($Y_5 = pC_5$ a $Y_6 = pC_6$, zbytek jsou odpory, obr.3.10). Pro nízké frekvence jsou C_5 a C_6 „rozpojeny“, nemají vliv. Zesílení struktury je dáno pouze Y_2 a Y_1 , tedy pro nízké frekvence je $-R_2/R_1 = K_o$. Pro vysoké frekvence představují C_5 a C_6 „zkrat“, výstupní napětí je nulové. Jde tedy opravdu o dolní propust. Skutečné chování mezi nulovou frekvencí a „nekonečnem“ již musíme určit pomocí odvozených vztahů.

Uvedenými příklady nebyly vyčerpány všechny možnosti volby. Dostatečně však byla předvedena produktivnost zvoleného postupu a současně demonstrován i elementární cyklus analýza - syntéza. Po analýze obvodů byly získané vztahy analytické vždy přepracovány ve vztahy návrhové - tedy vztahy zajišťující splnění určitých požadavků pomocí vybraného obvodu - vztahy pro syntézu obvodů.

3.3. Filtry 2. řádu s neinvertujícím zesilovačem

Stejně jako v čl.3.2. vyjdeme ze struktury na obr.2.4. Poněkud zjednodušená situace je na obr.3.15 ($Y_5 = Y_6 = 0$), neinvertující zesilovač je realizován pomocí OZ^{3.10)} - obr.3.15b.

3.10) Samozřejmě jsou možné i jiné realizace kladného zesílení.



Obr.3.15. Zjednodušená Bridgmanova - Brennarova struktura (filtry Sallen - Key)

Vhodnou volbou Y_i lze i nyní zajistit různé přenosové charakteristiky (při první analýze uvažujeme, že vše je „ideální“ - tedy i přenosové charakteristiky) - pracujeme opět se vztahem (2.16b).

a) Dolní propust 2. řádu (neinvertující)

Volíme-li (obr.3.15a): $Y_1 = G_1$, $Y_2 = pC_A$, $Y_3 = G_3$, $Y_4 = pC_B$ a dosadíme do vztahu (2.16b), získáme po úpravách následující relace vůči vztahu (3.56):

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_3 C_A C_B}$$

$$2\xi = 1/Q = \sqrt{\frac{R_3 C_B}{R_1 C_A}} + \sqrt{\frac{R_1 C_B}{R_3 C_A}} + \sqrt{\frac{R_1 C_A}{R_3 C_B}} \cdot (1 - K) \quad (3.78)$$

$$K_0 \equiv K$$

Pro nízké frekvence jsou kondenzátory $C_{A,B}$ „rozpojeny“, přenos je určen pouze hodnotou K (předpokládá se, že $R_1 + R_2$ je podstatně menší než vstupní odpor neinvertujícího zesilovače se zesílením K). Pro vysoké frekvence představují kondenzátory „zkrat“, signál na výstup struktury neprochází. V oblasti „mezi nulou a nekonečnem“ zavádí C_A kladnou zpětnou vazbu, jejíž význam je omezován kapacitou C_B . Zřejmě tedy poměr C_B/C_A definuje kvalitu jevů - viz i (3.78).

V praxi se často volí $R_1 = R_3 = R$ a $C_B = C_A = C$. Potom zbývá jediný stupeň volnosti - nastavení velikosti K , tedy i K_0 . Za této triviální situace zřejmě platí^{3.11)}

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R^2 C^2}$$

$$2\xi = 1/Q = 3 - K \quad (3.79)$$

Při návrhu můžeme požadovat ω_0 , Q ; K vyjde „automaticky“:

I. Volíme vhodnou hodnotu^{3.9)} C

II. Dopočítáme $R = 1/(\omega_0 C)$

III. Dopočítáme $K = 3 - 1/Q = 3 - 2\xi$

IV. $1 + R_b/R_a = 3 - 1/Q$, tedy $R_b/R_a = 2 - 1/Q$

Volíme-li vhodnou hodnotu R_a , snadno dopočítáme $R_b = (2 - 1/Q)R_a$

Při jiné realizaci K musíme bod IV. upravit podle okolností.

3.11) Má-li být systém stabilní, musí platit $2\xi > 0$, tedy $K < 3$. Změna K_0 s požadovaným Q není většinou kritická. Požadovanou hodnotu přenosu lze totiž „dohnat“ v jiném místě přenosové cesty, kterou signál prochází.

Jinou běžnou volbou je $R_1 = R_3 = R$ a $K = K_0 = 1$. Potom

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R^2 C_A C_B} \quad (3.80)$$

$$2\xi = 1/Q = 2 \cdot \sqrt{C_B/C_A}$$

Při návrhu nelze ani zde volit K_0 , ale ze vztahů (3.80) snadno stanovíme vztahy obsažené v následujícím návrhovém algoritmu:

I. Volíme vhodnou hodnotu^{3.9)} R

II. Dopočítáme

$$C_A = \frac{2Q}{\omega_0 R}; \quad C_B = \frac{1}{2Q\omega_0 R} \quad (3.81)$$

Tím je návrh ukončen ($K = 1$, $R_b \rightarrow 0$, $R_a \rightarrow \infty$; sledovač).

b) Horní propust 2. řádu (neinvertující)

Horní propust 2. řádu získáme ze zapojení na obr.3.15 volbou: $Y_1 = pC_1$, $Y_2 = G_2$, $Y_3 = pC_3$, $Y_4 = G_4$. Po dosazení do vztahu (2.16b) získáme - vůči vztahu (3.70) - následující relace:

- při volbě $C_1 = C_3 = C$, $R_2 = R_4 = R$ (analytické vztahy; pro K platí pozn. 3.11))

$$\omega_0^2 = \frac{1}{(RC)^2}; \quad 2\xi = 1/Q = 3 - K; \quad K_0 = K \quad (3.82)$$

- při volbě $C_1 = C_3 = C$, $K = 1$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{C^2 R_2 R_4}; \quad 2\xi = 1/Q = 2 \cdot \sqrt{R_2/R_4}; \quad K_0 = 1 \quad (3.83)$$

Ze vztahů (3.82) lze vyvodit následující algoritmus syntézy HP2 (neinvertující):

I. Volíme vhodnou hodnotu C ($=C_1 = C_3$)

II. Dopočítáme $R=1/(\omega_0 C)$

III. Dopočítáme $K = 3-1/Q$ a tedy i $R_b = R_a(2-1/Q)$, volíme-li R_a (viz i postup při návrhu DP2)

Ze vztahů (3.83) určíme obdobně

I. Volíme vhodnou hodnotu C

II. Dopočítáme

$$R_2 = \frac{1}{2Q\omega_0 C}; \quad R_4 = \frac{2Q}{\omega_0 C} \quad (3.84)$$

Tím je návrh ukončen ($K_o = K = 1$).

3.4. Kaskádní realizace filtrů

V předchozí části byly popsány některé filtry 2. řádu - filtry, u kterých se mění modul přenosu se strmostí 12 dB/okt ($\equiv 40$ dB/dek). Nestačí-li to, musíme použít přenosové funkce vyšších řádů - tedy i složitější struktury. Některé nejzákladnější úvahy jsou v [7]. Mnohem podrobnější výklad lze nalézt např. v [34].

Podstatou je rozklad aproximačních funkcí na součiny dílčích polynomů nejčastěji 1. a 2. řádu (někdy až 3. řádu). Součinu polynomů potom vyhoví kaskádní řazení^{3.12)} odpovídajících filtrů nejvýše 2. řádu (3. řádu).

Konstrukce filtrů vyšších řádů vede k použití přesných a stabilních (tedy i dražších) součástek. Stavba a oživení vyžadují značné experimentální zkušenosti. Každý „dílčí“ filtr musí být precizně nastaven podle požadavků plynoucích z aproximace. Tyto problémy jsou již náplní monotematických prací a zde na ně pouze upozorňujeme, aby nebyly podceněny v případech, kdy vznikne skutečná potřeba složitější filtry realizovat.

3.12) Například kaskádním řazením DP2 a HP2 získáme pásmovou propust 4. řádu, protože přenos kaskádní struktury je definován součinem přenosů:

$$\left(\frac{p^2}{p^2 + p\omega_0/Q + \omega_0^2} \right) \left(\frac{\omega_0^2}{p^2 + p\omega_0/Q + \omega_0^2} \right) = \left(\frac{p\omega_0}{p^2 + p\omega_0/Q + \omega_0^2} \right)^2$$

$$= Q^2 \cdot \left(\frac{p\omega_0/Q}{p^2 + p\omega_0/Q + \omega_0^2} \right)^2$$

srovnej se vztahem (3.65).

3.5. Oscilátory

U dosud zkoumaných struktur jsme požadovali, aby výstupní signál byl vždy determinován signálem vstupním. To je vlastně základní definice stability.

Vztahy (1.14) až (1.16) definují uzlová napětí při vstupním proudu I_1 . Naprosto stejné vztahy platí i pro struktury s větším počtem uzlů. Uzlová napětí porostou nade všechny meze i pro $I_1 \rightarrow 0$, jestliže hodnota determinantu soustavy D se blíží k nule. Systém bude pro $D = 0$ nestabilní, podrobně viz [4; str. 258 až 267]. Protože se jedná obecně o komplexní číslo, získáme pro „nestabilitu“ dva vztahy

$$\operatorname{Re}[D] = 0 ; \quad \operatorname{Im}[D] = 0 \quad (3.85)$$

nulová musí být složka reálná (Re) i imaginární (Im) determinantu soustavy.

Zkoumáme-li problém stability (nestability) v Laplaceově popisu, lze snadno usoudit, že kořeny polynomu v čitateli $D(p)$ jsou póly uzlových napětí. Znamená to, že reálná část kořenů čitatele musí být záporná pro stabilní systémy, nulová nebo kladná pro systémy nestabilní.

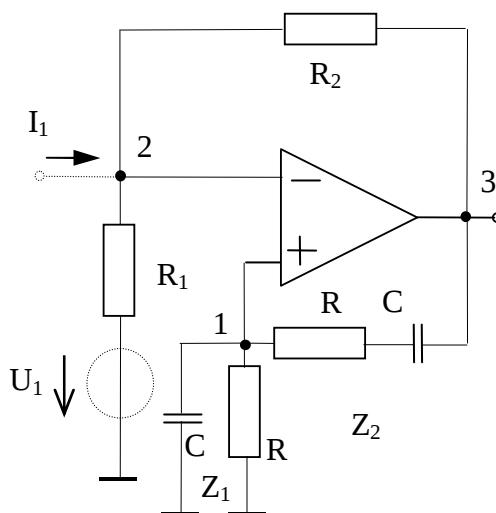
Existují systémy, ve kterých nestabilitu z principu vyžadujeme. Jsou to oscilátory, kde požadujeme harmonické kmity^{3.13)} na frekvenci ω_0 . Podmínkou rozkmitání bude právě nestabilita, tedy $D(j\omega_0) \rightarrow 0$. Nebo reálné části komplexně sdružených kořenů čitatele $D(p)$ - v Laplaceově transformaci - musí jít k nule.

3.13) Ošetření amplitudy kmitů je většinou již nelineární „problém“.

3.5.1. Wienův oscilátor

Pro příklad analyzujeme běžný Wienův oscilátor na obr.3.16. U oscilátorů nejsou žádné budicí zdroje nutné. Admitanční poměry se však nijak nemění, přivedem-li do libovolného uzlu signálový proud (zdroj proudu představuje nekonečný vnitřní odpor, tedy nulovou admitanci) - například I_1 do uzlu (2). Stejně se admitanční poměry nezmění, zapojíme-li napětový zdroj (nulový vnitřní odpor) do libovolné větve - například U_1 „k R_1 “. To nám umožňuje sestavit admitanční model struktury na obr.3.16, uvažovat budeme například I_1 .

Obr.3.16. Zapojení Wienova oscilátoru



Označme:

$$Z_1 = R/(1+pCR); \quad Y_1 = 1/Z_1 = G + pC$$

$$Z_2 = R + 1/(pC); \quad Y_2 = pCG/(G + pC)$$

Obvyklým způsobem lze určit determinant systému

	1 (+)	2 (-)	3(o)		
1(+)	Y_1+Y_2	0	$-Y_2$	U_1	I_1
2(-)	0	G_1+G_2	$-G_2$	U_2	0
3(o)	$-AG_0-Y_2$	$-G_2+AG_0$	$G_2+Y_2+G_0$	U_3	0

Lze určit determinant soustavy

$$D = G_0[A(G_2Y_1 - G_1Y_2) + (Y_1+Y_2)(G_1+G_2)] + G_2G_1(Y_1+Y_2) + Y_1Y_2(G_1+G_2) \quad (3.86)$$

Uvažujeme-li ideální operační zesilovač, jehož zesílení je nekonečně velké, platí

$$D(A \rightarrow \infty) = G_0A(G_2Y_1 - G_1Y_2)$$

(ostatní členy „poděleny A“ jsou nulové) a po dosazení za Y_1 a Y_2 a úpravách platí

$$D(A \rightarrow \infty) = G_0AG_2C^2[p^2 + pG(2 - G_1/G_2)/C + G^2/C^2]/(G + pC)$$

Má-li být reálná část kořenů v „Laplaceově prostoru“ nulová, musí být „člen u p “ v kvadratické rovnici právě roven nule, zde tedy

$$2 - G_1/G_2 = 0 \Rightarrow R_2/R_1 = 2 \quad (3.87)$$

Potom ovšem existují dva ryze imaginární kořeny, komplexně sdružené

$$p^2 + G^2/C^2 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \pm j/(RC) = \pm j\omega_0 \quad (3.88)$$

Struktura bude za těchto podmínek netlumeně kmitat na frekvenci $\omega_0 = 1/(RC)$. Pro polynomy vyšších řádů ovšem není situace tak jednoduchá a přehledná.

Zkoumejme problém ve frekvenční oblasti v ustáleném stavu. Platí potom, že $p = j\omega$ a

$$D(A \rightarrow \infty) = G_0AG_2C^2[(j\omega)^2 + j\omega(2 - R_2/R_1)/(RC) + 1/(R^2C^2)]/(G + j\omega C)$$

Má-li platit, že $D(\omega_0) \rightarrow 0$, musí být splněna rovnost

$$1/(R^2C^2) - (\omega_0)^2 + j\omega_0(2 - R_2/R_1)/(RC) = 0$$

tedy

$$(\omega_0)^2 = 1/(R^2C^2) \quad \text{a} \quad R_2/R_1 = 2$$

což souhlasí s předchozími závěry.

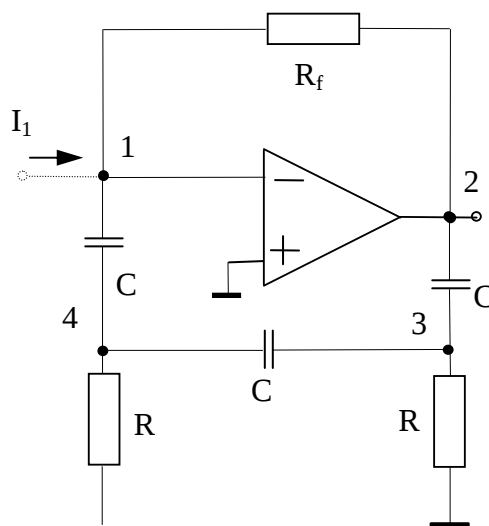
Situace pro reálnou hodnotu zesílení operačního zesilovače je analyzována v [87]. Za zesílení operačního zesilovače můžeme dosadit např. ze vztahu (3.2).

3.5.2. Oscilátor se členem RC posouvajícím fázi o 180°

Naprostojstejným způsobem jako v čl.3.5.1 můžeme řešit i oscilátor na obr.3.17 [39] - stačí sestavit admitanční model.

	1 (-)	2 (o)	3(o)	4
1(-)	$G_f + pC$	$-G_f$	0	$-pC$
2(o)	$-G_f + AG_0$	$G_f + pC + G_0$	$-pC$	0
3	0	$-pC$	$2pC + G$	$-pC$
4	$-pC$	0	$-pC$	$2pC + G$

Obr.3.17. Oscilátor se členem RC posouvajícím fázi o 180°



Budeme-li uvažovat ideální OZ ($A \rightarrow \infty$), stačí rozvinout odpovídající determinant podle 1. sloupce a uvažovat pouze členy „obsahující“ zesílení A. Potom ve frekvenční oblasti ($p=j\omega$) musí platit pro zajištění oscilací

$$-G_f(G^2 - 3\omega^2 C^2) - j\omega C(4G_f G - \omega^2 C^2) = 0$$

Z toho snadno určíme, že

$$(\omega_0)^2 = G^2 / (3C^2) = 1 / (3R^2 C^2) \quad (3.89)$$

a (při $\omega = \omega_0$)

$$R_f = 1/G_f = \frac{4}{R\omega_0^2 C^2} = 12.R \quad (3.90)$$

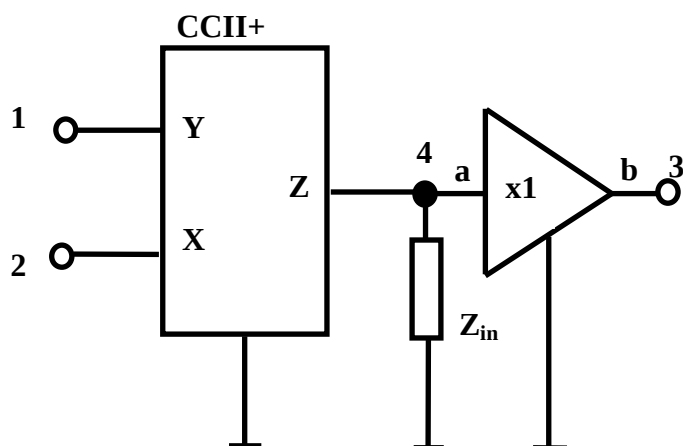
což se shoduje s údaji v [39].

Chceme-li vyšetřovat vliv vlastností operačního zesilovače, stačí dosadit odpovídající model, tedy A a G_o , úkol ovšem bude přiměřeně obtížnější.

4. ZESILOVAČE S PROUDOVOU ZPĚTNOU VAZBOU

Tento popis slouží k demonstraci práce s některými bloky popsanými v předchozích kapitolách. Konkrétně se zde jedná o proudový konvektor CCII+ a sledovač. Následně potom i o základní aplikaci zesilovače s proudovou zpětnou vazbou.

Vraťme se k pozn. 2.3 v čl. 2.7, která konstatuje, že zesilovač s proudovou zpětnou vazbou tvoří proudový konvektor CCII+ a sledovač napětí se vstupní impedancí Z_{in} . Tato situace je znázorněna na obr.4.1 [7].



Obr.4.1. Model CFA (transimpedančního zesilovače) složený z CCII+ a sledovače (se vstupní impedancí Z_{in})

Vodivosti CCII+ nechť jsou G_{01} , G_{02} [vztah (2.24)] a výstupní vodivost sledovače je G_o [vztah (2.14), $K = 1$]. Potom, po přiřazení čísel uzlům, můžeme rutinním způsobem určit admitanční matici struktury. Vnitřní uzel, který nás v konečném výsledku nezajímá, označíme nejvyšším číslem 4, aby byl „na konci“. S využitím vztahů (2.24) a (2.14) tak obdržíme

	1; Y	2; X	3; b	4; Z, a
1; Y	0	0	0	0
2; X	$-G_{01}$	G_{01}	0	0
3; b	0	0	G_o	$-G_o$
4; Z, a	$-G_{01}$	G_{01}	0	$Y_{in} + G_{02}$

Uzel 4 můžeme redukovat, čl.2.7.4, vztah (2.30). Například:

$$a'_{11}(r=1, s=1) = a_{11} - a_{14}a_{41} / a_{44} = 0 - 0 \cdot 0 / (G_{02} + Y_{in}) = 0$$

$$a'_{32}(r=3, s=2) = a_{32} - a_{34}a_{42} / a_{44} = 0 - (-G_o) \cdot (G_{01}) / (G_{02} + Y_{in})$$

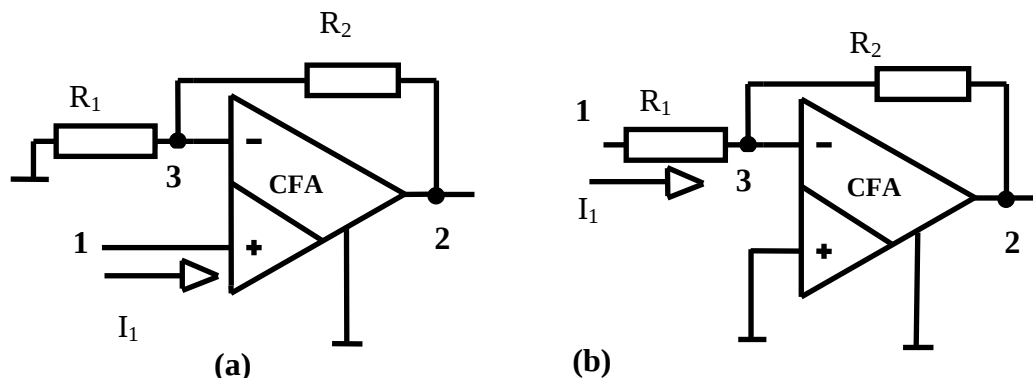
Definujme vhodně transimpedanci vztahem (zahrnutý současně dva parazitní parametry)

$$1/(G_{02} + Y_{in}) = Z$$

Po redukci uzlu 4 potom obdržíme admitanční matici

	1	2	3
1	0	0	0
2	$-G_{01}$	G_{01}	0
3	$-G_o G_{01} Z$	$G_o G_{01} Z$	G_o

kteřá je formálně shodná s maticí (2.22). Opravdu se jedná o zesilovač s proudovou zpětnou vazbou: 1 $\rightarrow$ (+), 2 $\rightarrow$ (-), 3 $\rightarrow$ (o). Formálně by se ještě měla přeznačit výstupní vodivost G_o na G_{o2} , ale to již není podstatné.



Obr.4.2. a) Neinvertující zapojení a b) invertující zapojení transimpedančního zesilovače

Neinvertující zapojení transimpedančního zesilovače je na obr.4.2a. Po přiřazení čísel uzlům můžeme obvyklým způsobem sestavit jeho admitanční model - pracujeme s maticí (2.22):

	1; (+)	2; (o)	3; (-)		
1; (+)	0	0	0	U_1	I_1
2; (o)	$-G_{o1}G_{o2}Z$	$G_{o2} + G_2$	$G_{o1}G_{o2}Z$	U_2	0
3; (-)	$-G_{o1}$	$-G_2$	$G_1 + G_2 + G_{o1}$	U_3	0

Určení napětového přenosu je běžným problémem (po určení U_1 a U_2 pomocí Cramerova pravidla):

$$U_2 / U_1 = \frac{G_1 + G_2}{G_2} \cdot \frac{1 + \frac{1}{ZG_{o2}(1 + G_1/G_2)}}{1 + \frac{1/G_2 + (1 + G_1/G_2)/G_{o1} + 1/G_{o2} + G_1/(G_{o1}G_{o2})}{Z}} \quad (4.1)$$

Jestliže platí, že $G_{o2} \rightarrow \infty$ ($R_{o2} \rightarrow 0$), obdržíme pro přenos jednodušší vztah

$$U_2 / U_1 = (1 + R_2 / R_1) \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_2}{Z} \cdot [1 + R_{o1} / (R_1 // R_2)]} \quad (4.1a)$$

výraz $(R_1 // R_2)$ reprezentuje paralelní řazení. Tento výsledek souhlasí s výsledkem uvedeným v [7], proto platí i diskuse tam udělaná. Dalším idealizačním krokem je předpoklad $G_{o1} \rightarrow \infty$ ($R_{o1} \rightarrow 0$). Potom

$$U_2 / U_1 = (1 + R_2 / R_1) \cdot \frac{1}{1 + R_2 / Z} \quad (4.1b)$$

a je-li transimpedance Z popsána vztahem (zde Z_o reálná hodnota)

$$Z = Z_o \omega_1 / (\omega_1 + j\omega) = |\omega \gg \omega_1| \cong Z_o \omega_1 / (j\omega) \quad (4.2)$$

dosáhne chybový člen $1/(1 + R_2/Z)$ hodnoty $1/(1 + j)$ (pokles modulu o 3 dB) právě na frekvenci

$$\omega_3 = Z_o \omega_1 / R_2 \quad (4.3)$$

Při změně přenosu změnou R_1 se za dané idealizace ($R_{o1} = R_{o2} = 0$) nemění ω_3 (póly přenosu), a to je výhodné.

Jestliže idealizujeme pouze $R_{o2} = 0$, musíme použít pro určení ω_3 vztah (4.1a) - viz [7], pro $R_{o1}, R_{o2} \neq 0$ vztah (4.1). Kromě toho, že se ω_3 mění se změnou R_1 i R_2 , objeví se i dopředný přenos „do G_{o2} “ - o tom svědčí polynom v čitateli přenosu (tedy nuly přenosu) pro $|Z| < \infty$.

Pro $|Z| \rightarrow \infty$ obdržíme ideální hodnotu přenosu

$$U_2 / U_1 = (1 + R_2 / R_1)$$

Pro invertující zesilovač na obr.4.2b dostaneme obdobným postupem (pro $G_{o2} \rightarrow \infty$)

$$U_2 / U_1 = (-R_2 / R_1) \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_2}{Z} \cdot [1 + R_{o1} / (R_1 // R_2)]} \quad (4.4)$$

Chybový člen „proti“ ideální hodnotě $(-R_2/R_1)$ je stejný jako ve vztahu (4.1a), platí proto i stejné úvahy o změně frekvenčních vlastností přenosu.

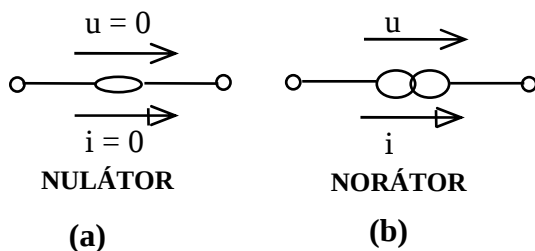
5. NULOROVÁ METODA ŘEŠENÍ OBVODŮ

Řešení lineárních obvodů rozložením problému na popis pasívní části obvodu a na popis aktivního prvku admitančními maticemi se ukázalo jako velmi účelné. Ze zkoumaných příkladů je však zřejmé, že admitanční popis aktivních prvků je zbytečně složitý, není-li nutné uvažovat vliv jejich reálných vlastností. Při řešení „základních situací“ s ideálními prvky se často osvědčuje spíše analýza pomocí nulorových modelů aktivních prvků.

5.1. Nulátor, norátor, nulor

Nulátor - obr.5.1a - představuje abstraktní dvojpól, jímž neprotéká proud a je na něm trvale nulový úbytek napětí.

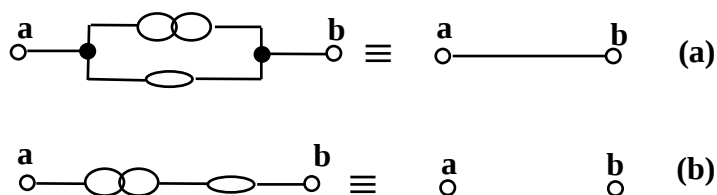
Norátor - obr.5.1b - představuje abstraktní dvojpól, jímž mohou protékat libovolné proudy bez ohledu na velikost přiloženého napětí.



Obr.5.1. Symbolická značka a) nulátoru a b) norátoru

Jsou to singulární (degenerované) dvojpóly a nemohou se (žádný z nich) vyskytovat samostatně. Počet nulátorů a norátorů v každé struktuře musí být stejný. Dvojici nulátor - norátor říkáme nulor [4, 48, 27, 20].

Paralelní řazení nulátoru a norátoru tak reprezentuje zcela obyčejný zkrat; nulátor „zajistí“ nulové napětí; norátor „propustí“ libovolný proud - i při nulovém napětí - obr.5.2a.



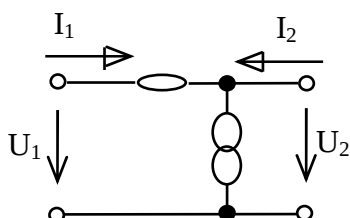
Obr.5.2. a) Paralelní řazení nulátoru a norátoru - zkrat;
b) sériové řazení nulátoru a norátoru - rozpojený obvod

Sériové řazení nulátoru a norátoru naopak reprezentuje rozpojený obvod. Nulátorem „neprojde“ žádný proud a norátor „vydrží“ libovolné napětí (i při nulovém proudu) - viz i obr. 5.2.b.

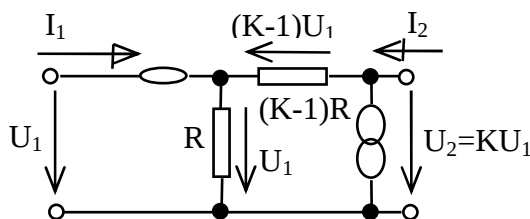
Na základě těchto triviálních vlastností lze sestavit (objasnit) modely zesilovacích struktur (funkčních bloků), se kterými budeme dále pracovat.

5.2. Modely prvků (struktur)

Začneme od nejjednodušších modelů. Na obr.5.3 je ideální napět'ový sledovač. Nulátor zaručuje rovnost $U_1 = U_2$ a současně i nulový proud vstupní - I_1 , tedy nekonečný vstupní odpor. Norátor zaručuje nezávislost napětí U_2 na proudu I_2 , tedy nulový výstupní odpor.

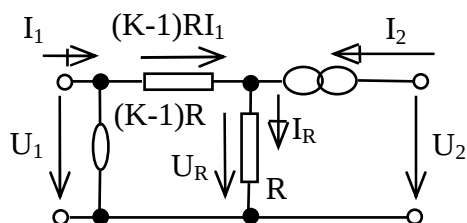


Obr.5.3. Sledovač napětí

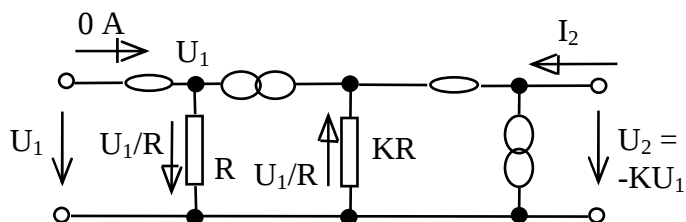


Obr.5.4. Ideální zesilovač napětí (zdroj napětí řízený napětím; často se volí $R = 1 \Omega$)

Na obr.5.4 je model ideálního napět'ového zesilovače s jedním vstupem. Nulátor zaručuje napětí U_1 na odporu R . Proud U_1/R protéká i odporem^{5.1)} o velikosti $(K-1)R$. Na výstupní bráně je tedy napětí $U_2 = (K-1)U_1 + U_1 = KU_1$. Vstupní proud $I_1 = 0$ ($R_{vst} = U_1/I_1 \rightarrow \infty$), výstupní napětí není funkcí výstupního proudu (díky norátoru), to znamená, že výstupní odpor je nulový.



Obr.5.5. Ideální zesilovač proudu (zdroj proudu řízený proudem)



Obr.5.6. Invertující zesilovač napětí (při $K > 0$ jsou všechny odpory „kladné“)

5.1) V ryze matematických modelech může být i $K < 0$, potom je zesilovač invertující. Pokud požadujeme kladné hodnoty odporů, musíme inverzi zajistit jiným způsobem - viz např. obr.5.6.

Na obr.5.5 je ideální zesilovač proudu. Pro libovolný proud I_1 je $U_1 = 0$ (vstupní odpor U_1/I_1 je tedy rovněž nulový). Proud I_1 musí protéci odporem $(K-1)R$ a vytvoří na něm napětí $(K-1)RI_1$. Napětí U_R na odporu R je určeno vztahem (2. Kirchhoffův zákon „přes“ nulátor)

$$U_R = -(K-1)RI_1$$

a proud I_R odporem R je tedy

$$I_R = U_R/R = -(K-1)I_1$$

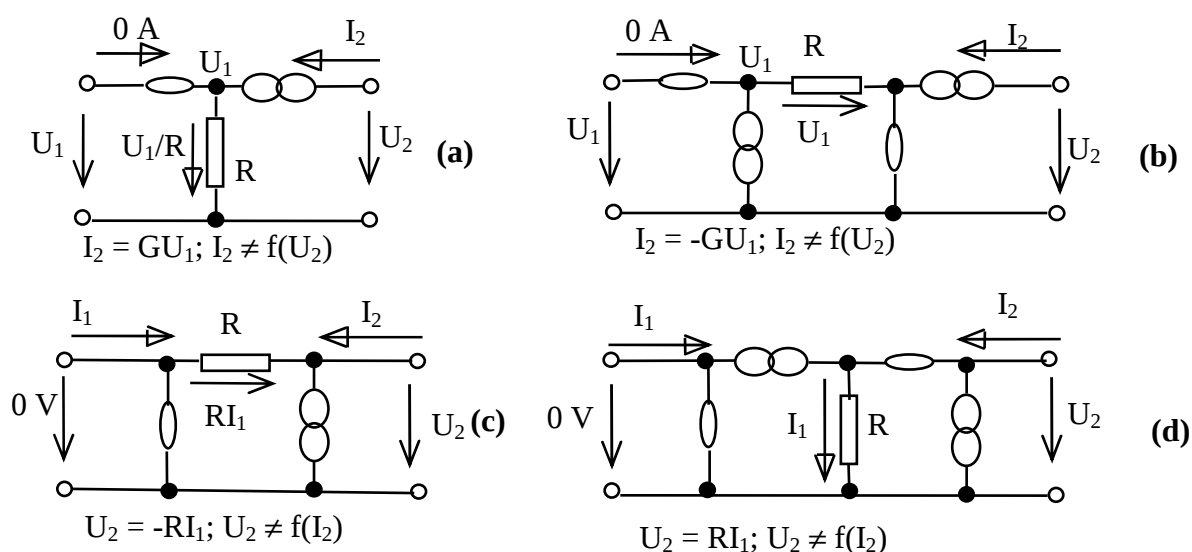
Z 1. Kirchhoffova zákona snadno určíme, že výstupní proud je

$$I_2 = I_R - I_1 = -(K-1)I_1 - I_1 = -KI_1$$

a to nezávisle na U_2 (díky nulátoru). To znamená, že výstupní odpor je nekonečný, protože $dI_2/dU_2 = 0$, tedy $dU_2/dI_2 \rightarrow \infty$.

Možný způsob inverze (proti obr.5.4) je zřejmý z obr.5.6. Výstupní napětí $U_2 = -KU_1$ není ani zde funkcí výstupního proudu I_2 , i tato struktura má nulový výstupní odpor. Vstupní proud je trvale nulový, vstupní odpor je proto nekonečný.

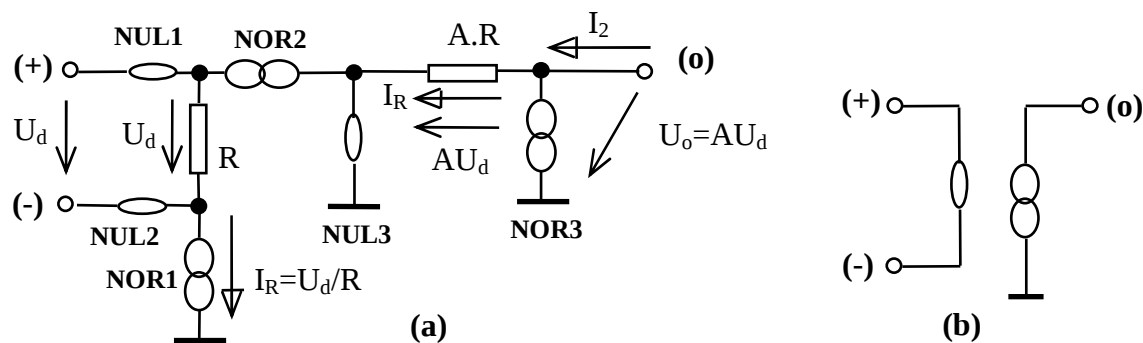
Další „inspiraci“ lze čerpat z příkladů shrnutých na obr.5.7.



Obr.5.7. . a) Neinvertující a b) invertující zdroj proudu řízený napětím (transadmitanční zesilovače); c) invertující a d) neinvertující zdroje napětí řízené proudem (transimpedanční zesilovače)

5.2.1. Nulorový model diferenčního zesilovače a operačního zesilovače

Základní model diferenčního zesilovače je na obr.5.8a. Výstupní odpor je idealizován (nulový díky NOR3), zesílení (přenos) A je určeno poměrem odporů R a (AR) . Informace o „polaritě“ vstupů je zachována [49].



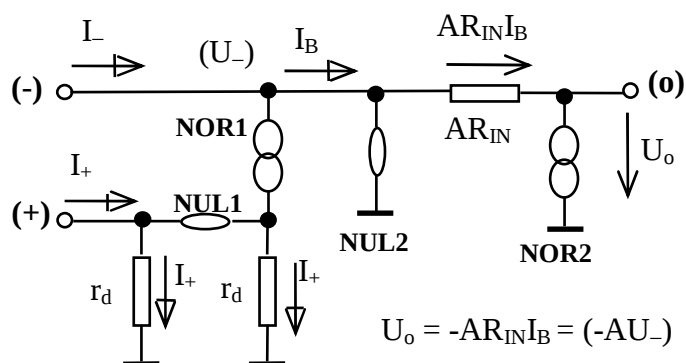
Obr.5.8. a) Nulorový model diferenčního zesilovače; b) nulorový model operačního zesilovače

Pro nekonečně velkou hodnotu zesílení A musí platit, že odpor $(AR) \rightarrow \infty$, prostě je vynechán. Potom se řazení NOR2 a NUL3 chová jako rozpojený obvod a lze je rovněž vynechat. Odpojem R nyní neprotéká proud, je na něm nutně nulové napětí. To znamená, že oba vstupní nulátory (NUL1, NUL2) nahradíme nulátorem jedním a zcela zbytečný NOR1 vypustíme.

Na obr.5.8b je výsledný nulorový model diferenčního zesilovače s nekonečně velkým vstupním odporem, s nulovým výstupním odporem a s nulovým diferenčním napětím U_d pro libovolné výstupní napětí U_o , tedy s nekonečně velkým zesílením A . Je to nulorový model operačního zesilovače. V modelu na obr.5.8b je již informace o „polaritě“ vstupů „ztracena“ – běžně se neuvádí. Samotný nulátor ji nijak nezachycuje, přestože ve skutečnosti je záměna polarity vstupů fatální - z hlediska správné funkce obvodu.

5.2.2. Nulorový model Nortonova zesilovače

Signálový model Nortonova zesilovače je na obr.2.6 (čl.2.4). Jestliže si uvědomíme, že tranzistor T1 (v diodovém režimu) je reprezentován diferenčním odporem r_d , potom NUL1 a NOR1 (obr.5.9) tvoří opravdu proudové zrcadlo „ I_+ ; I_+ “ „nezávislé na napětí $U_- = R_{IN}I_B$ “. Dále tvoří NUL2, NOR2 a odpor AR_{IN} opravdu invertující zesilovač napětí, jehož výstupní napětí $U_o = -AR_{IN}I_B = -AU_-$. Výstupní odpor je idealizován (nulový), díky NOR2. Vstup (-) je rovněž idealizován - díky NUL2 - stále nulové napětí. Vstup (+) si „ponechává“ reálný dynamický odpor r_d tranzistoru v diodovém zapojení.



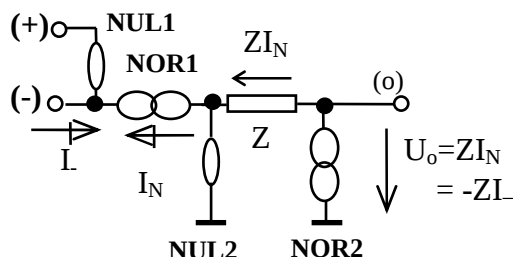
Obr.5.9. Nulorový model Nortonova zesilovače

5.2.3. Nulorový model zesilovače s proudovou zpětnou vazbou (transimpedančního zesilovače; CFA)

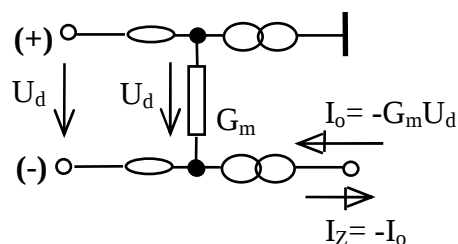
Signálový model transimpedančního zesilovače je na obr.2.8b, čl.2.5. Na obr.5.10 je nulorový model tohoto zesilovače. Nulátor NUL1 zajišťuje ideální rovnost $U_+ = U_-$; norátory, druhý nulátor a přenosová impedance Z definují ideální hodnotu výstupního napětí

$$U_o = ZI_N = -ZI$$

Výstupní odpory R_{o1} a R_{o2} jsou nyní nulové - idealizovány.



Obr.5.10. Signálový nulorový model transadmitančního zesilovače (CFA, s proudovou zpětnou vazbou)



Obr.5.11. Nulorový model ideálního OTA

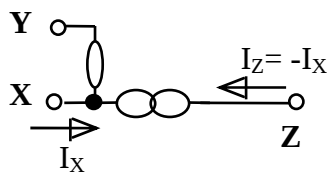
Za povšimnutí stojí skutečnost, že pro ideální zesilovač, kdy $Z \rightarrow \infty$, představují NOR1 a NUL2 rozpojený obvod a model na obr.5.10 přejde v model z obr.5.8b - tedy v ideální operační zesilovač.

5.2.4. Nulorový model transadmitančního zesilovače

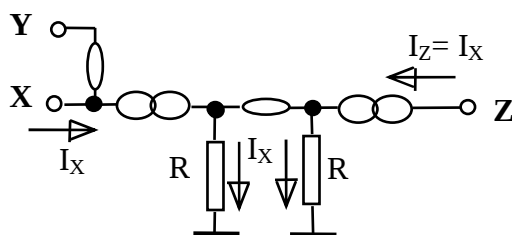
Nulorový model transadmitančního zesilovače je na obr.5.11. Výstupní vodivost G_o (obr.2.9) je nyní nulová (idealizována). Pokud bude transkonduktance (obecněji transadmitance) G_m nekonečně velká (tedy $R_m = 1/G_m = 0$), nahradíme R_m zkratem, oba nulátory potom nulátorem jedním, oba norátory rovněž jedním norátorem (proti zemi). I nyní dostaneme nulorový model OZ z obr.5.8b.

5.2.5. Nulorový model negativního a pozitivního proudového konveje (CCII-; CCII+)

Nulorový model CCII- je na obr.5.12. Nulátor zajišťuje ideální shodu $U_x = U_y$. Norátor zajišťuje kýženou rovnost $I_z = -I_x$. Tento model je velmi „pohodlný“ pro použití, protože je jednoduchý.



Obr.5.12. Nulorový model CCII-



Obr.5.13. Nulorový model CCII+

Poněkud složitější model CCII+ je na obr.5.13. Shoda napětí $U_{x,y}$ je opět zajišťována nulátorem. Další nulátor, dva norátory a dva odpory R definují rovnost $I_z = I_x$.

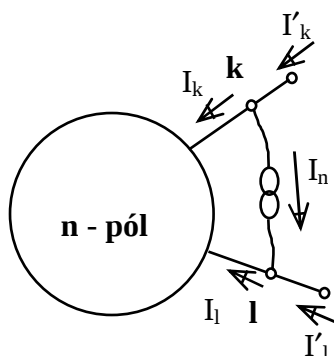
5.3. Nulorová „algebra“ v admitančním popisu

V předchozím článku jsme vytvořili dostatečnou „zásobu“ nulorových modelů aktivních struktur (funkčních bloků). Máme-li elektronický obvod, umíme sestavit i jeho nulorový model (nulorové schéma). Rovněž umíme sestavit admitanční matici s tím, že v první fázi neuvažujeme nulátory a norátory (nulory). Platí naprosto stejný postup jako v čl.1.1 - sestavení „pasívního“ popisu obvodu v podobě (1.1), přičemž platí vztahy (1.3) a (1.4).

Co se stane s tímto popisem, začneme-li zkoumat vliv připojení nulátorů a norátorů?

Připojme nulátor mezi póly r a t . Tím je zaručena rovnost pólových (uzlových) napětí $U_r = U_t$, aniž jsou ovlivněny proudové poměry. Označme tedy „společné“ napětí uzlů $U_{r,t} = U_t = U_r$, kde index (r,t) definuje jen to, že tyto póly byly propojeny nulátorem - můžeme hovořit o napětíovém propojení (nikoli zkratu, protože proud nulátorem je vždy nulový). V systému (1.1) to nutně povede k tomu, že se sečítají sloupce r a t a k součtu bude (z mnemotechnických důvodů) příslušet napětí $U_{r,t}$. Je-li např. pól r připojen nulátorem k referenčnímu bodu (zemi), platí prostě, že $U_r = 0$ a sloupec r v (1.1) se škrtná, ztrácí smysl.

Po připojení samotného nulátoru již není matice systému čtvercová. Tento „nedostatek“, jak se ukáže, lze odstranit připojením norátoru do systému. Proto musí být počet nulátorů a norátorů v reálném elektronickém systému stejný.



Obr.5.14. Připojení norátoru mezi uzly (póly) k a l ; I_n je proud norátorem

Připojme nyní norátor mezi póly k a l - obr.5.14. V řádku k původního popisu (1.1) bude nyní platit (1. Kirchhoffův zákon)

$$\dots = I'_k - I_n$$

a v řádku l

$$\dots = I'_l + I_n$$

„Levé“ strany zůstávají původní.

My ovšem víme, že napětí na norátoru (zde rozdíl mezi U_k a U_l) nesmí být funkcí proudu norátoru I_n . Toho se dá snadno dosáhnout přičtením řádku l k řádku k v popisu (1.1). Norátor představuje proudové propojení (zde řádků k a l). Tomu odpovídá zápis

$$\text{„řádek } k\text{“} + \text{„řádek } l\text{“} = I'_k + I'_l = I_{k,l}$$

Je-li některý pól propojen norátorem k zemi, musí se prostě odpovídající řádek škrtnout - pouze tak není napětí norátoru funkcí jeho proudu I_n .

Tím se matice opět vrací k vítané „čtvercové podobě“, systém rovnic je řešitelný tak, jak bylo popisováno v předchozích částech knihy. Jedná se o naprosto stejný „rovnicový formalismus“.

V tomto okamžiku je možné stanovit algoritmus pro řešení obvodů metodou uzlových napětí, jsou-li aktivní prvky nahrazeny nulorovými modely^{5.2)}:

- 1) *Aktivní prvky obvodu nahradíme nulorovými modely.*
- 2) *Určíme admitanční matici obvodu, ve kterém neuvažujeme nulátory a norátory.*
- 3) *Sjednotíme napětí uzlů propojených nulátory - tedy i odpovídající sloupce „pasívní“ matice. „Sjednocení“ s referenčním uzlem znamená nulové napětí a proto i škrtnutí příslušného sloupce.*
- 4) *Sjednotíme budící proudy uzlů propojených norátory - tedy i odpovídající řádky „pasívní“ matice. „Sjednocení“ s referenčním uzlem vede ke škrtnutí příslušného řádku (včetně budícího proudu uzlu).*

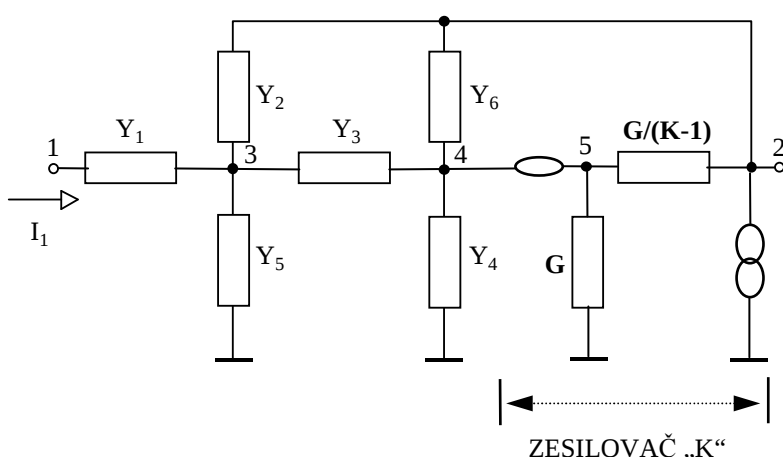
5.2) Kroky 3) a 4) lze zaměnit nebo dělat současně - podle „cviku“.

Výsledkem je maticový popis lineárního elektronického obvodu s aktivními prvky, jejichž nulorové modely byly použity^{5.3)}. Dále již jen řešíme získaný systém rovnic (model obvodu), stejně jako dříve.

5.3) Souvislost mezi klasickým a nulorovým řešením obvodů s OZ je demonstrována v [20].

5.4. Obvody řešené nulorovou metodou

V tomto okamžiku jsou známy nulorové modely řady aktivních funkčních bloků (struktur) - čl.5.2. Je znám i algoritmus pro řešení obvodů metodou uzlových napětí a nulorových modelů - čl.5.3. Na příkladech předvedeme efektivnost popsané metody.



Obr.5.15. Nulorový model obvodu z obr.2.4, odporu $R(K-1)$ odpovídá vodivost $G/(K-1)$, odporu R vodivost G

5.4.1. Nulorové modely některých struktur filtrů

Jako první řešíme problém Bridgmanovy - Brennarovy struktury na obr.2.4. Nulorový model (s využitím modelu na obr.5.4) je na obr.5.15 (to je první krok algoritmu). Nulorový model přidal navíc jeden uzel - uzel 5, to není příliš žádoucí.

Ve druhém kroku sestavíme popis „bez nuloru“, ovšem vodivosti G a $G/(K-1)$ již do „pasívní části“ popisu náleží. Je to „pasívní část“ modelu zesilovače se zesílením K .

	1	2	3	4	5
1	Y_1	0	$-Y_1$	0	0
2	0	Y_2+Y_6 $+G/(K-1)$	$-Y_2$	$-Y_6$	$-G/(K-1)$
3	$-Y_1$	$-Y_2$	Y_1+Y_2 $+Y_3+Y_5$	$-Y_3$	0
4	0	$-Y_6$	$-Y_3$	Y_3+Y_4 $+Y_6$	0
5	0	$-G/(K-1)$	0	0	$G+G/(K-1)$

U_1
U_2
U_3
U_4
U_5

 $=$

I_1
0
0
0
0

(5.1)

Díky nulátoru sjednotíme napětí U_4 a $U_5 \rightarrow U_{4,5}$, ke sloupci 4 přičteme sloupec 5. Současně škrtneme 2. řádek díky nulátoru (nikoliv napětí U_2 , sloupec neznámých napětí nepatří „do řádku“). Tím jsou udělány kroky 3 a 4 současně:

	1	2	3	4+5
1	Y_1	0	$-Y_1$	0
3	$-Y_1$	$-Y_2$	$Y_1+Y_2+Y_3+Y_5$	$-Y_3$
4	0	$-Y_6$	$-Y_3$	$Y_3+Y_4+Y_6$
5	0	$-G/(K-1)$	0	$GK/(K-1)$

U_1
U_2
U_3
$U_{4,5}$

 $=$

I_1
0
0
0

(5.2)

Pro prvky matice (5.2) platí

$$a'_{i(4+5)} = a_{i4} + a_{i5}$$

kde a_{i4} , a_{i5} jsou prvky matice (5.1), $i = 1, 3, 4, 5$.

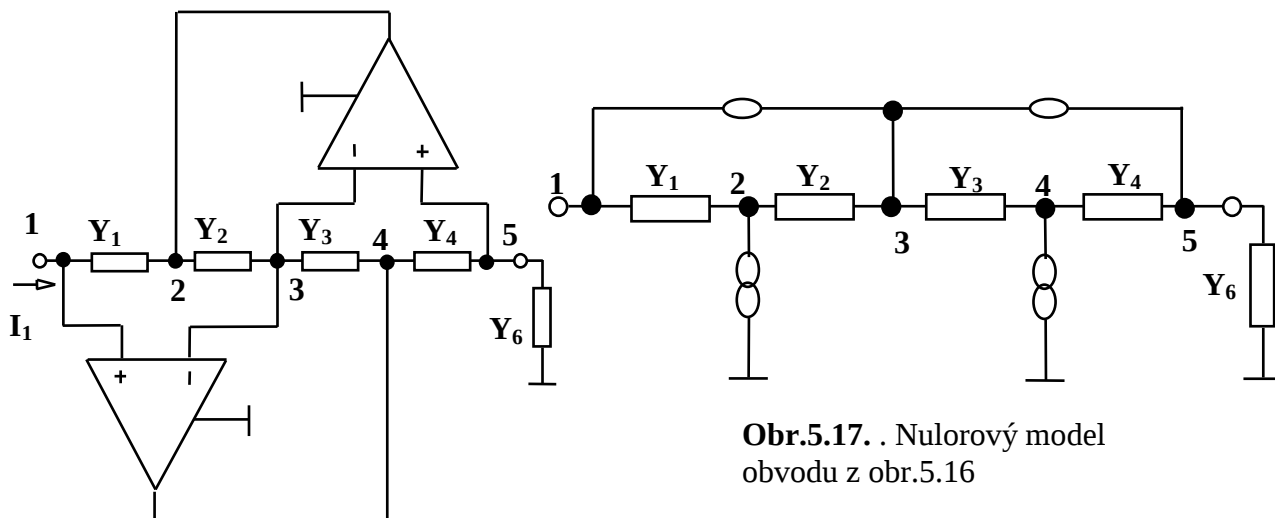
Ze zápisu je zřejmá „historie“ úprav - skutečnost, že mezi uzly 4 a 5 je připojen nulátor a z uzlu 2 je nulátor vůči zemi. Vztah (5.2) je matematickým modelem elektronického obvodu z obr.2.4 s ideálním zesilovačem napětí, jehož zesílení je K , vstupní odpor nekonečný a výstupní odpor nulový.

Můžeme požadovat (modelovat) i hodnoty $K < 1$ (tedy i zesílení $-\infty$). Přestože fyzikálně odpor $(K-1)R < 0$ neexistuje, v matematickém modelu to není ničemu na překážku.

Přenos U_2/U_1 určíme například pomocí Cramerových pravidel

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{KY_1Y_3}{Y_4(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_5) + Y_3(Y_1 + Y_5) + (1 - K)[Y_2Y_3 + Y_6(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_5)]}$$

To je výsledek shodný s (2.16), platí proto všechny další úvahy ze vztahu (2.16) vyvozené (filtry, atd.).



Obr.5.17. . Nulorový model obvodu z obr.5.16

Obr.5.16. Obvod schopný simulovat indukčnost (zobecněný impedanční konvertor)

Analyzujme nyní obvod na obr.5.16. Nulorový model je na obr.5.17. Škrtnat se bude řádek 2. a 4., ani je nemusíme sestavovat:

	1	2	3	4	5
1	Y_1	$-Y_1$	0	0	0
3	0	$-Y_2$	$Y_2 + Y_3$	$-Y_3$	0
5	0	0	0	$-Y_4$	$Y_4 + Y_6$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dále se sjednotí napětí $U_1 = U_3 = U_{1,3}$, ale současně platí $U_3 = U_5 = U_{3,5}$. To popíšeme takto: $U_1 = U_3 = U_5 = U_{1,3,5}$ a ke sloupci 1. přičítáme^{5.4)} sloupec 3. a také sloupec 5.:

5.4) Například $a'_{3(1+3+5)} = a_{31} + a_{33} + a_{35}$

	1+3+5	2	4
1	Y_1	$-Y_1$	0
3	$Y_2 + Y_3$	$-Y_2$	$-Y_3$
5	$Y_4 + Y_6$	0	$-Y_4$

$$\begin{bmatrix} U_{1,3,5} \\ U_2 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Determinant soustavy je $D = Y_1 Y_3 Y_6$; determinant „příslušný $U_{1,3,5}$ “ je $D_1 = I_1 Y_2 Y_4$. Proto napětí

$$U_{1,3,5} = D_1/D = I_1 Y_2 Y_4 / (Y_1 Y_3 Y_6)$$

a vstupní impedance je

$$Z_{vst} = U_{1,3,5}/I_1 = Y_2 Y_4 / (Y_1 Y_3 Y_6) \quad (5.3)$$

Je-li například $Y_1 = G_1$, $Y_2 = pC_2$, $Y_3 = G_3$, $Y_4 = G_4$ a $Y_6 = G_6$ (Riordanovo zapojení gyrátoru), obdržíme z (5.3)

$$Z_{vst} = pC_2 G_4 / (G_1 G_3 G_6)$$

V ustáleném stavu platí $p = j\omega$ a vstupní impedanci lze popsat ekvivalentní indukčností

$$L_{ekv} = C_2 G_4 / (G_1 G_3 G_6) \quad (5.4)$$

Volíme-li $Y_1 = pC_1$, $Y_2 = G_2$, $Y_3 = pC_3$, $Y_4 = G_4$ a $Y_6 = G_6$, platí

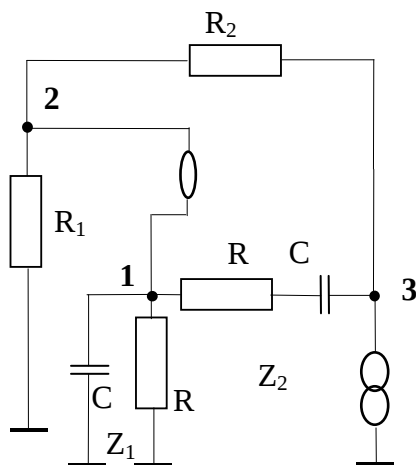
$$Y_{vst} = 1/Z_{vst} = p^2 C_1 C_3 G_6 / (G_2 G_4) = -\omega^2 D \quad (5.5)$$

kde $D = C_1 C_3 G_6 / (G_2 G_4)$.

Jedná se o tzv. kmitočtově závislý negativní rezistor [31 - bicistor; např. 47 - D-element], který se používá v syntéze filtrů, např. [67, 68].

5.4.2. Nulorový model Wienova oscilátoru

Ověřme ještě platnost úvah udělaných v čl.3.5. Na obr.5.18 je nulorový model Wienova oscilátoru z obr.3.16. Sestavíme admitanční matici a prošetříme, za jakých podmínek je determinant soustavy D roven nule - „kde“ bude systém oscilovat.



Obr.5.18. Nulorový model Wienova oscilátoru (s operačním zesilovačem) z obr.3.16

Uzel 3 je proudově propojen se zemí, řádek 3 není nutno sestavovat; stačí popis

	1	2	3
1	$Y_1 + Y_2$	0	$-Y_2$
2	0	$G_1 + G_2$	$-G_2$

Uzly 1 a 2 jsou propojeny nulátorem, proto se ke sloupci 1. přičítá sloupec 2., obdržíme následující admitanční matici:

	1+2	3
1	Y_1+Y_2	$-Y_2$
2	G_1+G_2	$-G_2$

jíž přísluší determinant

$$D = -G_2 Y_1 + G_1 Y_2 = -\frac{G_2 C^2}{G + j\omega C} \cdot \left[-\omega^2 + \frac{G^2}{C^2} + j\omega \frac{G}{C} \left(2 - \frac{G_1}{G_2} \right) \right]$$

Má-li být determinant nulový, musí platit $2-G_1/G_2 = 0$, tedy $R_2/R_1 = 2$, a současně $-\omega_0^2 + (G/C)^2 = 0$, tedy $\omega_0^2 = 1/(RC)^2$, což souhlasí s výsledky analýzy v čl.3.5.

5.5. Shrnutí

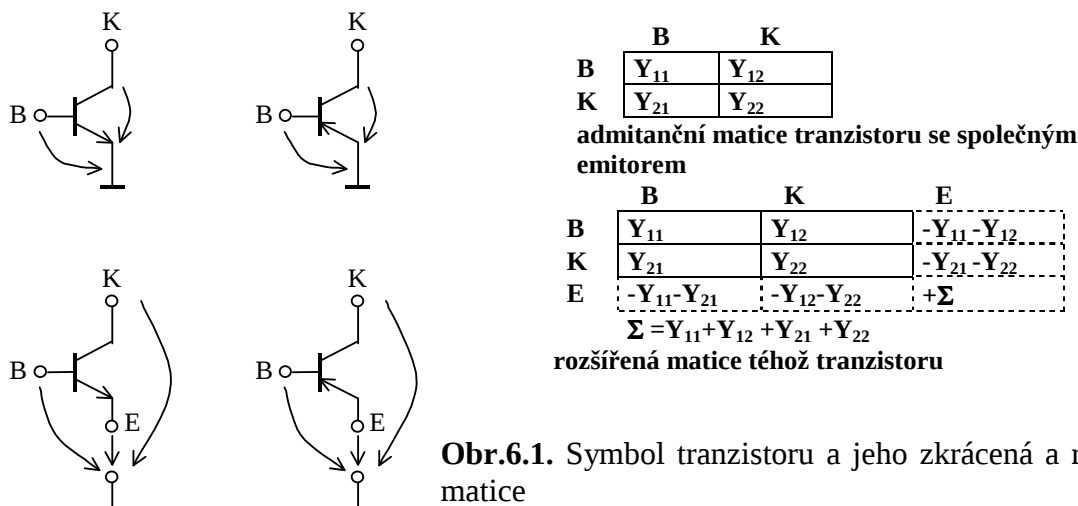
Nulorové modely dalších aktivních prvků lze nalézt v citované literatuře [32, 27, 40]. Je zřejmé, že příliš složité modely nejsou nejlepším řešením. Dobře vyhovují nulorové modely OZ (obr.5.8b), sledovače napětí (obr.5.3) a CCII- (obr.5.12). Na opačné straně výhodnosti jsou modely gyrátoru, kterých navíc existuje celá řada - např. [27]. Vždy je vhodné správnost modelu ověřit (dodržení definičních vztahů), protože v [27, tabulka 19 tam uvedená] i v [40, str.254] se vyskytují nepřesnosti.

6. ADMITANČNÍ MATICE TRANZISTORŮ

Historicky by měl být popis tranzistorů na začátku skript. Na tomto místě je uváděn pouze pro úplnost, v relativně minimalizované podobě. A správně by měly předcházet ještě i elektronky – viz např. [4] - které uvedeme velmi stručně až na konci. Další informace však zájemce snadno nalezne v citované literatuře.

6.1. Popis bipolárního tranzistoru (BJT – bipolar junction transistor)

Popis tranzistorového jevu je běžně „dostupný“ v citované literatuře – i jinde. V katalogu výrobců lze často nalézt popis parametrů tranzistoru v určitém pracovním bodě, nejčastěji v zapojení se společným emitorem E. Obecně není problémem převést jakékoliv parametry na parametry Y - vede to ke zkrácené admitanční matici na obr.6.1 - „obsahuje“ pouze bázi B a kolektor K, protože tranzistor je trojpól a pól E je referenční. Pomocí postupu uvedeného v čl. 1.2 však snadno získáme i rozšířenou matici, nemusíme tedy shánět další doplňující podklady (nebo dokonce dělat další měření). Získáme tak všechny teoreticky možné údaje o daném tranzistoru (v daném pracovním bodě).



Obr.6.1. Symbol tranzistoru a jeho zkrácená a rozšířená matice

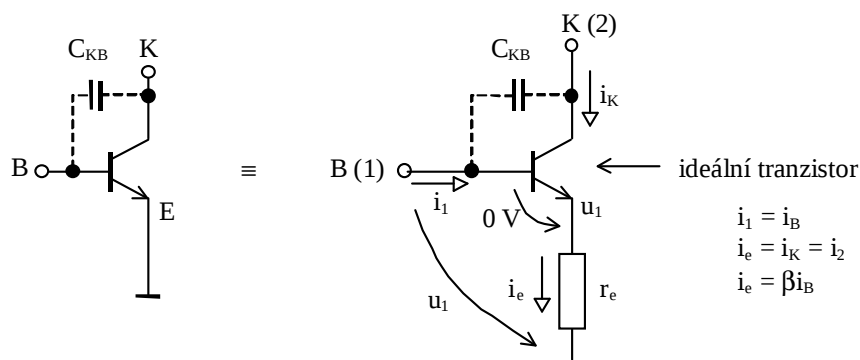
Pro nízkofrekvenční aplikace a méně náročné analýzy lze většinou předpokládat, že parametry Y_{12} a Y_{22} jsou nulové - jsou zanedbávány. Potom má idealizovaná rozšířená matice tvar:

	B	K	E
B	Y_{11}	0	$-Y_{11}$
K	Y_{21}	0	$-Y_{21}$
E	$-Y_{11}-Y_{21}$	0	$Y_{11}+Y_{21}$

(6.1)

Úplně elementární představu můžeme o tranzistoru získat z nejjednoduššího fyzikálního modelu, který je na obr.6.2. Tranzistor je nahrazen idealizovaným tranzistorem (napětřový úbytek mezi bází a emitorem je nulový) v jehož emitoru je zařazen pro signál emitorový odpor r_e . Proudový zesilovací činitel $\beta = H_{21}$ je konečný a určuje vztah mezi proudem emitoru i_e a proudem báze i_b :

$$i_e \cong \beta \cdot i_b \quad (6.2)$$



Obr.6.2. Zjednodušený model tranzistoru

Pro tranzistor platí základní rovnice (přibližná)

$$I_E \cong I_{E0} \cdot \exp(U_{BE}/U_T) \quad (6.3)$$

kde I_{E0} je konstanta tranzistoru (u diody je to závěrný saturační proud)

U_{BE} je napětí mezi bází a emitorem (vždy takové, aby byl přechod B-E otevřen)

$U_T = k \cdot T/q =$ (při 23° C) = 26 mV je teplotní napětí

k je Boltzmannova konstanta

T je teplota ve ° K

q je náboj elektronu

Snadno můžeme určit diferenční vodivost v emitoru tranzistoru

$$g_e = 1/r_e = dI_E/dU_{BE} = I_{E0} \exp(U_{BE}/U_T) / U_T = I_E / U_T \quad (6.4)$$

Je určena (v tomto jednoduchém modelu) pouze teplotním napětím U_T a stejnosměrným proudem emitoru I_E , stejně jako emitorový odpor (pro signálové změny)

$$r_e = 1/g_e = U_T/I_E \quad (6.5)$$

Ze situace v idealizované struktuře na obr.6.2 snadno určíme, že vstupní admitance je

$$Y_{11} = i_1/u_1 = (i_e/\beta)/u_1 = (i_e/u_1)/\beta = g_e/\beta = 1/(\beta r_e) = 1/H_{11} \quad (6.6)$$

a to je i převrácená hodnota vstupní impedance (H_{11} vyjádřeno v parametrech H).

Dále určíme parametr Y_{21} (strmost) pro malosignálové změny

$$Y_{21} = i_2/u_1 = i_e/u_1 = u_1 g_e / u_1 = g_e = H_{21}/H_{11} \quad (6.7)$$

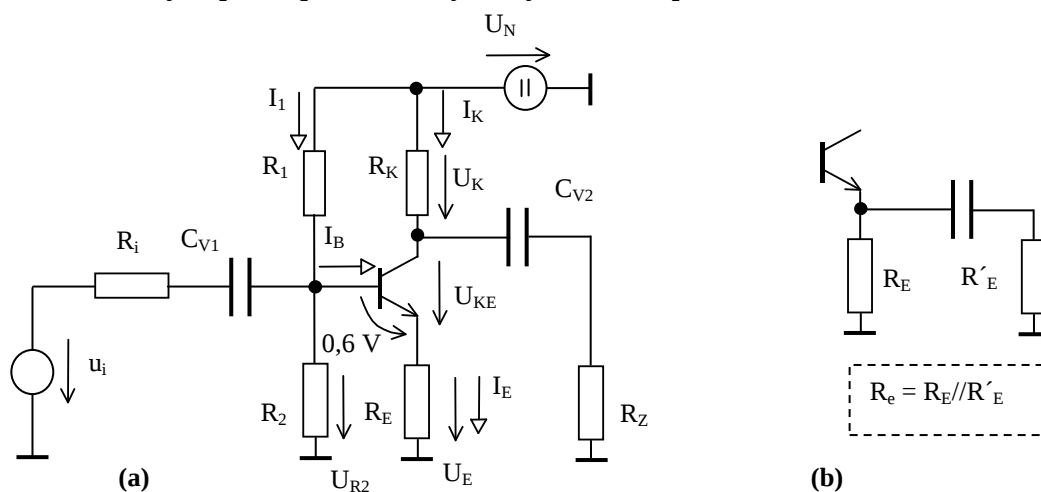
(přičemž vyjádřeno v parametrech H platí: $H_{21} = \beta$, $H_{11} = \beta r_e$).

Chceme-li jednoduchým způsobem zahrnout do modelu i základní frekvenční vlastnosti tranzistoru, můžeme uvažovat kapacitu kolektor - báze a zahrnout ji do „pasívní“ matice obvodu - viz přerušovaně vyznačená C_{KB} na obr.6.2.

Pochopitelné je, že nejpřesnější výsledky získáme, použijeme-li plnohodnotným způsobem získané parametry do matice v obr.6.1 (tedy změřené nebo alespoň výrobcem udané). Ale i zjednodušený model z obr.6.2 poskytuje velmi dobré orientační výsledky a umožňuje kvalifikovaný odhad chování tranzistorových (linearizovaných) struktur v běžných „obvodářských“ situacích.

6.1.1. Zapojení se společným emitorem (SE)

Základní zapojení SE^{6.1)} je na obr.6.3. Návrh zesilovače vychází z velikosti zatěžovacího odporu R_Z , což může být i vstupní odpor následujícího stupně zesilovacího řetězce. Vzhledem k tomu, že výstupní odpor struktury SE je roven odporu kolektorovému^{6.2)} R_K , musí se



Obr.6.3. Základní zapojení SE (vyznačeny stejnosměrné poměry; pro střídavý signál lze poměry upravit podle varianty b)

6.1) Zcela přesně platí toto pojmenování pro nulový emitorový odpor R_E

6.2) Bude odvozeno

volit $R_Z \gg R_K$, aby nedocházelo k podstatné změně napěťového přenosu. V praxi se volí obvykle $R_K \leq R_Z/5$. Napěťové zesílení (přenos z báze do kolektoru) je^{6.2)} $A_{UKSE} \cong -R_K/R_E$. V dalším kroku se proto určí emitorový odpor $R_E = R_K / |A_{UKSE}|$.

a) Stejnosměrný pracovní bod

Tranzistor musí mít nastaven vhodný pracovní bod. Vždy platí (2. Kirchhoffův zákon), že napájecí napětí U_N je dáno součtem napětí U_K na odporu R_K , U_{KE} mezi odpovídajícími vývody tranzistoru a U_E na emitorovém odporu R_E

$$U_N = U_K + U_{KE} + U_E$$

Má-li tranzistor proudový zesilovací činitel $\beta \gg 1$, platí pro proudy kolektoru I_K a emitoru I_E , že $I_E \cong I_K$ a tedy i

$$U_E/R_E \cong U_K/R_K.$$

Aby byla limitace signálu symetrická, volí se obvykle $U_K \cong U_{KE} = (U_N - U_E)/2$. Potom

$$I_K \cong I_E = (U_N - U_E)/(2R_K); \quad U_E = R_E I_E = (U_N - U_E)R_E/(2R_K).$$

Elementární úpravou dostaneme, že

$$U_E = U_N R_E / (2R_K + R_E)$$

Zřejmě platí, že stejnosměrné napětí na odporu R_2 musí být

$$U_{R2} = U_E + U_{BE} \cong U_E + 0,6 \text{ V}$$

$U_{BE} \cong 0,6 \text{ V}$ je typická hodnota napětí báze-emitor.

Volíme-li proud odpory R_1 a R_2 mnohonásobně větší než proud báze tranzistoru I_B (prakticky $I_1 \geq 5I_B$), lze považovat dělič R_1 , R_2 za nezatížený („tvrdý“) a platí

$$U_{NR2}/(R_1 + R_2) \cong U_E + 0,6 \text{ V}$$

Musíme proto volit příčný odpor děliče $R_1 + R_2$ tak, aby

$$U_N/(R_1 + R_2) > 5 \cdot I_B = 5 \cdot I_K/\beta$$

β je proudový zesilovací činitel tranzistoru (h_{21E}).

Potom

$$R_2 = (U_E + 0,6) \cdot (R_1 + R_2)/U_N \quad \text{a} \quad R_1 = (R_1 + R_2) - R_2$$

-

Příklad:

Nechť je $R_Z = 60 \text{ k}\Omega$. Volíme $R_K < R_Z/5 = 12 \text{ k}\Omega$, volíme $R_K = 10 \text{ k}\Omega$. Požadujeme zesílení $A_{UKSE} = -10$. Potom určíme $R_E = R_K/10 = 1 \text{ k}\Omega$. Pro $U_N = 12 \text{ V}$ je

$$U_E = U_N R_E / (2R_K + R_E) = 12 \cdot 1 / (2 \cdot 10 + 1) \cong 0,6 \text{ V}; \quad I_K \cong I_E = U_E / R_E = 0,6 \text{ mA};$$

$$I_B = I_K/\beta = | \beta = 100 | = 6 \mu\text{A}; \quad U_N/(R_1 + R_2) = 12/(R_1 + R_2) > 5 \cdot 6 \mu\text{A} = 30 \mu\text{A} \Rightarrow$$

$$(R_1 + R_2) < 12\text{V}/30\mu\text{A} = 400 \text{ k}\Omega.$$

$$\text{Zvolíme } R_1 + R_2 = 300 \text{ k}\Omega \text{ a dopočítáme nyní } R_2 = (U_E + 0,6) \cdot 300/12 = 30 \text{ k}\Omega$$

$$\text{a určíme } R_1 = (R_1 + R_2) - R_2 = 300 - 30 = 270 \text{ k}\Omega.$$

V praxi zvolíme $R_1 = 270 \text{ k}\Omega$ a místo R_2 zapojíme proměnný odpor složený z „pevné“ části $22 \text{ k}\Omega$ a trimru $15 \text{ k}\Omega$. Pracovní bod tak můžeme nastavit podle potřeby.

V tomto okamžiku je určen pracovní (stejnosměrný) bod tranzistoru, jehož proudový zesilovací činitel $\beta = 100$. Je zřejmé, že změny β , např. 100 ± 20 , nezpůsobí při daném návrhu žádné výrazné změny pracovního bodu. Rovněž změny napětí U_{BE} (např. s teplotou) jsou uvedeným zapojením potlačeny.

Nyní lze odhadnout, že při pokojové teplotě (23°C) je

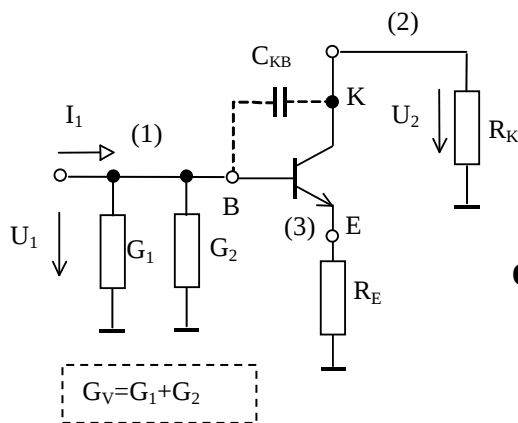
$$r_e = 1/y_{21} \cong U_T/I_E = 26 \text{ mV}/(0,6 \text{ mA}) = 43 \Omega$$

$$1/y_{11} = h_{11E} \cong \beta r_e = 4300 \Omega \quad \text{pro } \beta = 100.$$

b) Malosignálový model a vlastnosti (bez C_{KB})

Náhradní model zapojení z obr.6.3 pro malé signály a ve zvoleném pracovním bodě je na obr.6.4. Stačí uvažovat proudový zdroj signálu do uzlu 1, protože každý reálný zdroj napětí lze pomocí Nortonova teorému na zdroj proudu přepočítat. Stejnosměrný zdroj napájecího napětí představuje v ideálním případě pro signál zkrat (nulový vnitřní odpor zdroje napětí proti zemi). Vliv vazebních kapacit neuvažujeme, i když by, samozřejmě, mohl být analyzován současně.

Pomocí známého algoritmu sestavíme maticový popis obvodu na obr.6.4 (bez vlivu degradační kapacity C_{KB} ; proto někdy hovoříme o zesílení ve středu pásma, protože se neuvažuje ani vliv vazebních kapacit, ani vliv C_{KB})



Obr.6.4. Malosignálový model zapojení SE z obr.6.3; $G_V = G_1 + G_2$ (případně se přičítá i admitance neideálního zdroje proudu)

	1 (B)	2 (K)	3 (E)
1 (B)	$G_V + (y_{11})$		$(-y_{11})$
2 (K)	(y_{21})	G_K	$(-y_{21})$
3 (E)	$(-y_{11} - y_{21})$		$G_E + (y_{11} + y_{21})$

 $\times \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.8)$

Pomocí základních pravidel pro řešení systému lineárních rovnic určíme determinant admitanční matice systému D

$$D = G_K[G_V(G_E + y_{11} + y_{21}) + G_E y_{11}]$$

Napětí uzlu 1 (obecně fázor napětí) je

$$U_1 = D_1/D = I_1 G_K(G_E + y_{11} + y_{21})/D$$

Napětí uzlu 2 je

$$U_2 = D_2/D = -I_1 G_E y_{21}/D$$

Napětí uzlu 3 je

$$U_3 = D_3/D = I_1 G_K(y_{11} + y_{21})/D$$

Pro přenos napětí do kolektoru určíme

$$A_{UKSE} = U_2/U_1 = -G_E y_{21}/[G_K(G_E + y_{11} + y_{21})] = -\frac{R_K}{R_E} \cdot \frac{1}{1 + 1/\beta + r_e/R_E} \quad (6.9)$$

Diskuse vztahu (6.9) je zřejmá. Pro $\beta \gg 1$ a $R_E \gg r_e \approx U_T/I_E$ dostáváme běžně uváděný vztah $A_{UKSE} \approx -R_K/R_E$. „Zbytek“ vztahu definuje chybový člen.

Pro přenos napětí do emitoru lze určit

$$A_{UESE} = U_3/U_1 = [G_K(y_{11} + y_{21})]/[G_K(G_E + y_{11} + y_{21})] = \frac{1}{1 + \frac{r_e}{R_E} \cdot \frac{\beta}{\beta + 1}} \quad (6.10)$$

Pro $\beta \gg 1$ dostávám jednoduchý orientační vztah $A_{UESE} \approx 1/(1 + r_e/R_E)$.

Snadno určíme rovněž vstupní odpor struktury (obecně impedanci)

$$R_{VST} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{G_K(G_E + y_{11} + y_{21})}{G_K((G_E + y_{11} + y_{21}) + G_E y_{11})} = \frac{1}{G_V + \frac{1}{\beta(r_e + R_E) + R_E}} \quad (6.11)$$

Je zřejmé, že vstupní odpor je tvořen paralelní kombinací odporů R_1 a R_2 (jsou reprezentovány symbolem G_V) a vstupního odporu „báze tranzistoru“, který zřejmě je

$$R_{VB} = \beta \cdot (r_e + R_E) + R_E \quad (6.12)$$

Limitujícím faktorem jsou očividně odpory R_1 , R_2 , které definují stejnosměrný pracovní bod.

Výstupní odpor struktury (v kolektoru) určíme tak, že položíme budící proud I_1 roven nule a budeme strukturu budit proudem I_2 v kolektoru (uzel 2). Matice obvodu se nemění, formální odlišnost napětí při buzení proudem I_2 vyznačíme „čárkami“ - U_i' :

	1 (B)	2 (K)	3 (E)			
1 (B)	$G_V + (y_{11})$		$(-y_{11})$	x	U_1'	0
2 (K)	(y_{21})	G_K	$(-y_{21})$		U_2'	I_2
3 (E)	$(-y_{11} - y_{21})$		$G_E + (y_{11} + y_{21})$		U_3'	0

Výstupní odpor za daných zjednodušení je

$$R_{VYST} = U'_2 / I_2 = R_K$$

(6.13)

Ke stejnému výsledku lze dospět i pomocí Théveninova teorému. Výstupní napětí naprázdno je $U_{2n} \cong -U_1 R_K / R_E$. Zkratový proud je definován pouze proudem emitorovým, tedy $I_{ZK} = -I_E \cong -U_1 / R_E$. Potom $R_{VYST} \cong U_{2n} / I_{ZK} = R_K$.

Pokud by byl použit přesnější model tranzistoru, byl by výsledek poněkud složitější, ale „základem“ vždy bude kolektorový odpor R_K , což není příliš výhodné.

V tomto okamžiku jsou stanoveny základní „středofrekvenční“ parametry zapojení z obr.6.3. Pro $\beta \gg 1$ platí

$$A_{UKSE} = U_2 / U_1 \cong (-R_K / R_E) / (1 + r_e / R_E) \dots\dots\dots \text{INVERTUJÍCÍ ZESILOVAČ}$$

$$A_{UESE} = U_3 / U_1 \cong 1 / (1 + r_e / R_E) \dots\dots\dots \text{SLEDOVAČ (emitorový)}$$

$$R_{VST} \cong R_1 // R_2 // [\beta(r_e + R_E)] \dots\dots\dots \text{VSTUPNÍ ODPOR}$$

$$R_{VYST} \cong R_K \dots\dots\dots \text{VÝSTUPNÍ ODPOR}$$

Předpokládejme nyní, že uzel 1 na obr.6.4 je „zkratován“ dostatečně velkou kapacitou C_B – tedy $U_1 = 0$ – a do emitoru (uzel 3) „vnucujeme“ přes vazební kapacitu (dostatečně velkou) vstupní napětí U_3 – jedná se nyní o zapojení se společnou bází – SB. Potom z (6.8) zřejmě platí (ze zdroje U_3 jistě vtéká nějaký proud I_3)

	1	2	3			
1	$G_V + (y_{11})$		$(-y_{11})$	x	=	0
2	(y_{21})	G_K	$(-y_{21})$			U_2
3	$(-y_{11} - y_{21})$		$G_E + (y_{11} + y_{21})$			U_3

tedy platí: $G_K U_2 - y_{21} U_3 = 0$; $U_3 (G_E + y_{11} + y_{21}) = I_3$.

Zesílení v zapojení SB je za daných zjednodušení $A_{USB} = U_2 / U_3 = y_{21} / G_K = R_K / r_e$

a vstupní odpor „do emitoru“ (uzlu 3) je $R_{VSTE} = U_3 / I_3 = 1 / (G_E + y_{11} + y_{21}) \cong R_E \cdot r_e / (R_E + r_e) \cong r_e$ (což je současně i výstupní odpor sledovače). Výstupní odpor uzlu 2 je i nyní R_K .

c) Vliv kapacity C_{KB}

Kapacitu C_{KB} (stejně jako C_{V1} a C_{V2}) lze zahrnout do „pasívní“ matice obvodu. Úpravy jsou potom méně elementární a tím i méně přehledné a názorné. K popisu vlivu C_{KB} můžeme zvolit i „fyzikálnější“ přístup.

Kapacita C_{KB} je připojena mezi bází a kolektor tranzistoru (obr.6.4 - přerušovaně), napětí U_{CKB} na ní je

$$U_{CKB} = U_1 - U_2 = U_1 - A_{UKSE} U_1 = U_1 \cdot (1 - A_{UKSE})$$

Proud kapacitou je určen vztahem ($p = j\omega$)

$$I_{CKB} = U_{CKB} \cdot p \cdot C_{KB} = U_1 \cdot p \cdot C_{KB} \cdot (1 - A_{UKSE})$$

Znamená to, že „z pohledu“ báze tvoří kapacita C_{KB} ekvivalentní impedanci

$$Z_{EKVB} = U_1 / I_{CKB} = 1 / [p C_{KB} (1 - A_{UKSE})]$$

Kapacit C_{KB} má stejný vliv jako kapacita

$$C_{EKVB} = C_{KB}(1 - A_{UKSE})$$

proti referenčnímu uzlu (zemi). To je nevýhodné (Millerův jev); pro $A_{UKSE} \cong -R_K/R_E$ je totiž

$$C_{EKVB} \cong (1 + R_K/R_E) C_{KB}$$

a tato kapacita vytvoří se vstupním odporem R_{VST} odpovídající časovou konstantu, která zhoršuje frekvenční vlastnosti vstupní části obvodu SE.

Vliv C_{KB} v kolektorové části odporu je přibližně určen časovou konstantou $R_K C_{KB}$. Je zřejmé, že připojení stejné kapacity proti zemi (místo proti bázi) vytvoří přibližně stejný efekt, protože proud odebíraný z kolektoru se tímto „myšleným připojením“ podstatně nemění, zvláště pro větší hodnoty $|A_{UKSE}|$. Napětí na kondenzátoru se totiž změní z hodnoty $U_2 - U_1 = U_2 - U_2/A_{UKSE}$ pouze na hodnotu U_2 .

Ostatně sestavme nyní matici s uvažováním vlivu C_{KB} ; zjednodušíme vztah $y_{11} + y_{21} = 1/(\beta r_e) + 1/r_e \cong y_{21}$ (pro $\beta \gg 1$). Dostaneme

$G_V + y_{11} + pC_{KB}$	$-pC_{KB}$	$-y_{11}$	x	U_1	=	I_1
$y_{21} - pC_{KB}$	$G_K + pC_{KB}$	$-y_{21}$		U_2		0
$-y_{21}$		$G_E + y_{21}$		U_3		0

Po vyřešení a úpravách nyní obdržíme pro přenos vztah (platí za uvedených předpokladů)

$$A_{UKSE} = -\frac{y_{21}G_E - pC_{KB}(G_E + y_{21})}{G_K(y_{21} + G_E) + pC_{KB}(y_{21} + G_E)} = \frac{p - \frac{y_{21}G_E}{C_{KB}(y_{21} + G_E)}}{p + G_K/C_{KB}} = \frac{p - \omega_n}{p + \omega_p} \quad (6.15)$$

kde $\omega_p = 1/(R_K C_{KB})$ je pól přenosu a

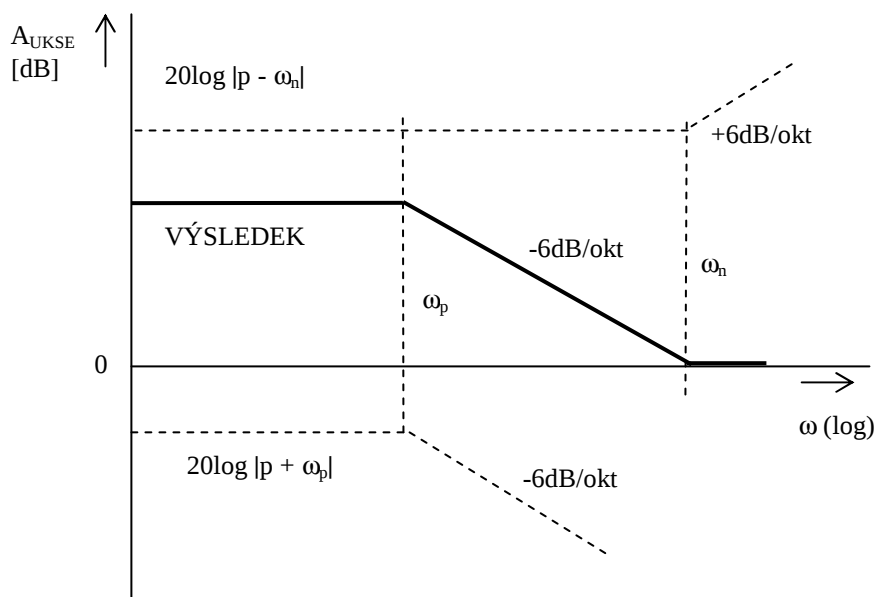
$$\omega_n = \frac{y_{21}G_E}{C_{KB}(y_{21} + G_E)} = \frac{1}{C_{KB}(R_E + r_e)} = \frac{R_K}{R_E + r_e} \cdot \frac{1}{C_{KB}R_K} = \frac{R_K}{R_E} \cdot \frac{1}{1 + r_e/R_E} \cdot \omega_p$$

je nula přenosu.

Pro $\omega \rightarrow 0$ je i $p \rightarrow 0$ a platí

$$A_{UKSE}(\omega < \omega_p) = -\omega_n/\omega_p = -\frac{R_K}{R_E} \cdot \frac{1}{1 + r_e/R_E}$$

Pro $\omega \rightarrow \infty$ je $A_{UKSE}(\omega \rightarrow \infty) = 1$; jedná se o dopředný přenos „přes“ C_{KB} na výstup (do kolektoru tranzistoru). Situace je znázorněna v log. souřadnicích na obr.6.5.



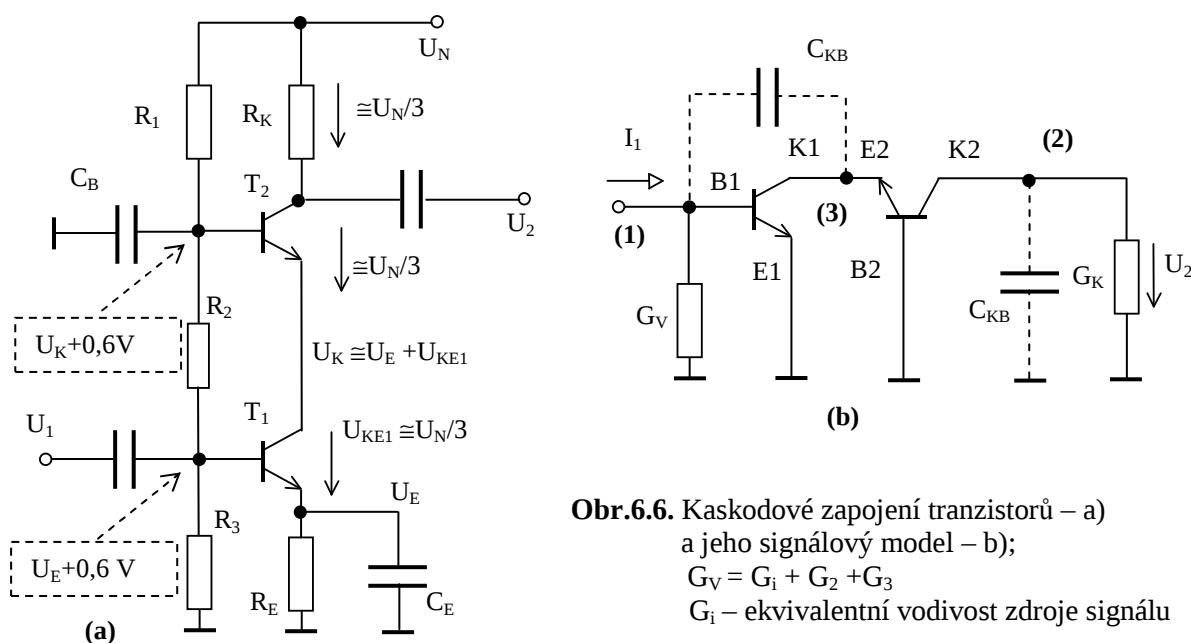
Obr.6.5. Modulová charakteristika přenosu zesilovače se společným emitorem

Ani zde není zahrnut vliv vazebních kapacit, které by definovaly dolní kmitočet zkoumané zesilovací struktury.

Nyní můžeme určit i Z_{VST} a Z_{VYST} , všechny „informace“ jsou již zahrnuty v maticovém popisu obvodu .

6.1.2. Kaskodové zapojení

Kaskodové zapojení dvou tranzistorů je na obr.6.6. Budeme uvažovat tranzistory identických vlastností. Nastavení pracovního bodu je obdobné dříve udělaným úvahám a zřejmě ze situace na obr.6.6a. V „oblasti zájmu“ (z hlediska frekvencí) budeme předpokládat, že vazební kapacity a kapacita C_B (v bázi T2) již představují zkrat. Potom platí signálový model na obr.6.6b.



Obr.6.6. Kaskodové zapojení tranzistorů – a) a jeho signálový model – b);
 $G_V = G_1 + G_2 + G_3$
 G_1 – ekvivalentní vodivost zdroje signálu

Pokud budeme předpokládat, že $y_{21} \gg y_{11}$ ($\beta \gg 1$), potom platí $y_{21} + y_{11} \cong y_{21} = g_e = 1/r_e$. Admitanční matice tranzistoru potom nabývá podoby:

	B	K	E
B	y_{11}	0	$-y_{11}$
K	y_{21}	0	$-y_{21}$
E	$-y_{21}$	0	y_{21}

Snadno nyní sestavíme matici obvodu pro model na obr.6.6b. Incidují vždy pouze prvky stejné matice; např. (B1)(B1) $\rightarrow y_{11}$ do „pole 1-1“ výsledné matice; (B1) a [E2] spolu „neincidují“ tedy do „pole 1-3“ výsledné matice nic nedoplňujeme; (B1)(K1) sice „incidují“, ale stejně se doplňuje pouze nula (pole 1 - 3).

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{c}
 1(\mathbf{B1}) \\
 2[\mathbf{K2}] \\
 3(\mathbf{K1})[\mathbf{E2}]
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 1(\mathbf{B1}) & G_V + pC_{KB} + (y_{11}) & -pC_{KB} + (0) \\
 \hline
 2[\mathbf{K2}] & & G_K + pC_{KB} + [0] \quad [-y_{21}] \\
 \hline
 3(\mathbf{K1})[\mathbf{E2}] & -pC_{KB} + (y_{21}) & [0] \quad pC_{KB} + [y_{21}] + (0) \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 U_1 \\
 \hline
 U_2 \\
 \hline
 U_3 \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 I_1 \\
 \hline
 0 \\
 \hline
 0 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad (6.16)
 \end{array}$$

Z matematického modelu (který zápis (6.16) jistě představuje) můžeme určit vše požadované. Pro $\omega \ll 1/(r_e C_{KB})$ lze běžnými postupy určit, že vstupní impedance je

$$Z_{VST} = 1/(G_V + y_{11} + 2pC_{KB}) \quad (6.17)$$

Kapacita C_{KB} se projevuje pouze svým „dvojnásobkem“. Je to proto, že tranzistor T1 má v emitoru pouze odpor r_e a v kolektoru vstupní odpor tranzistoru T2 v zapojení SB - tedy rovněž r_e , protože stejnosměrný proud oběma tranzistory je prakticky totožný. Znamená to, že tranzistor T1 má napěťové zesílení právě -1, potom ekvivalentní kapacita na vstupu je opravdu $C_{EKV} = C_{KB}(1 + r_e/r_e) = 2 C_{KB}$. Celé napěťové zesílení „vzniká“ až v tranzistoru T2 (celé proudové ovšem v T1) a lze určit, že

$$\begin{aligned}
 A_U &= - \frac{y_{21}(y_{21} - pC_{KB})}{(y_{21} + pC_{KB})(G_K + pC_{KB})} = \left| \omega C_{KB} \ll y_{21} \Rightarrow \omega \ll 1/(r_e C_{KB}) \right| = \\
 &= - \frac{R_K}{r_e} \cdot \frac{1}{1 + pR_K C_{KB}}
 \end{aligned}$$

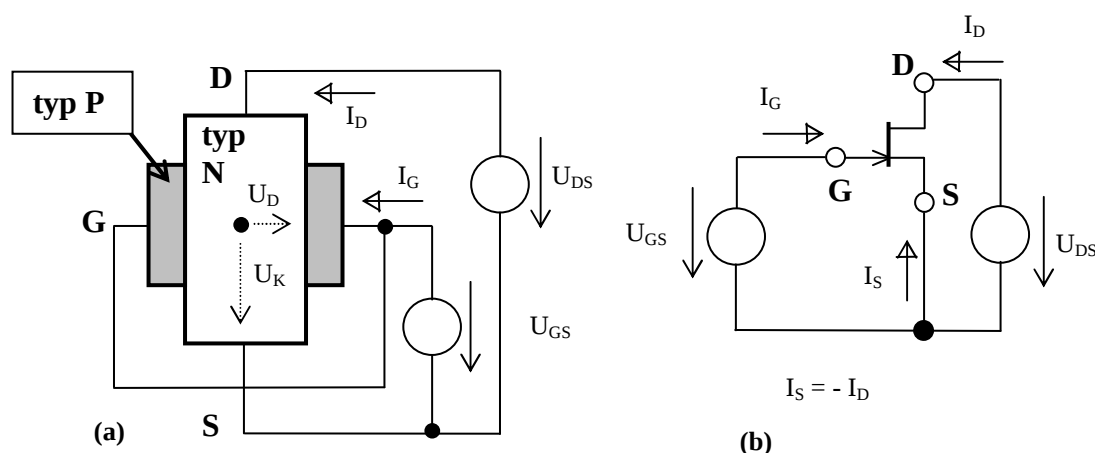
Tento vztah snadno upravíme do podoby

$$A_U \cong - \frac{R_K}{r_e} \cdot \frac{\omega_K}{p + \omega_K}; \quad \omega_K = 1/(R_K C_{KB}) \quad (6.18)$$

6.2. Tranzistory řízené polem

6.2.1. Základní principy tranzistorů FET

Princip přechodového tranzistoru JFET (junction field effect transistor) a jeho symbolická značka jsou uvedeny na obr.6.7.



Obr.6.7. a) Principiální struktura přechodového tranzistoru s kanálem typu N – NJFET; b) jeho symbolická značka

(N)JFET na obr.6.7a je trojpólový obvod, jehož základem je „tyčinka“ polovodičového materiálu s vodivostí typu N, který je obklopen prstencem vodivosti typu P. Vývody D (drain) a S (source) jsou připojeny na konce „tyčinky N“, vývod G (gate) je připojen na „prstenec P“.

Za normální situace vždy platí $U_{GS} < 0$. Přechod P-N (G-S) je uzavřen a vstupní proud I_G je nepatrný (řádově pA), vstupní odpor R_{GS} je značný - 10^{12} a více Ω . Pro $U_{GS} > 0$ se přechod otevírá, struktura nepracuje v režimu řízení odporu kanálu napětím.

Předpokládejme nejdříve, že napětí U_{DS} je malé a proud I_D je rovněž malý. Při průchodu kanálem N vytváří proud I_D napětí, které je zanedbatelné vůči napětí $U_{GS} < 0$. Diody G-S je polarizována v závěrném směru. Při zvětšování absolutní hodnoty $|U_{GS}|$ se rozšiřuje depletiční (ochuzená) vrstva v okolí přechodu. Náboje v ní jsou vázány elektrickým polem, její odpor je velký. Při růstu hodnoty $|U_{GS}|$ se proto zmenšuje efektivní plocha kanálu N („tyčinky“), výsledný odpor mezi D a S se zvětšuje. Dosáhne-li napětí U_{GS} hodnoty $U_P < 0$ (pinch-off voltage, prahové napětí), je „tyčinka“ zcela přehrazena, ochuzené vrstvy zcela přerušují vodivý kanál, proud I_D zaniká. Odpor R_{DSOFF} rozpojeného (zavřeného, OFF) tranzistoru NJFET dosahuje běžně hodnot desítek až stovek k Ω .

Pro $U_{GS} = 0$ je depletiční vrstva nulová, efektivní plocha kanálu je maximální. Odpor tranzistoru R_{DSON} je minimální (JFET je sepnut, ON) a podle konstrukce v rozmezí desítek Ω až jednotek k Ω .

Předpokládejme nyní, že $U_{GS} = 0$ a postupně zvětšujeme napětí U_{DS} . Kanálem N protéká proud I_D úměrný napětí U_{DS} . Tento proud vytvoří na odporu kanálu napětí U_K , které opět polarizuje („zevnitř“) přechod G-S v závěrném směru. Na odporu kanálu vzniká záporná zpětná vazba (obr.6.7a):

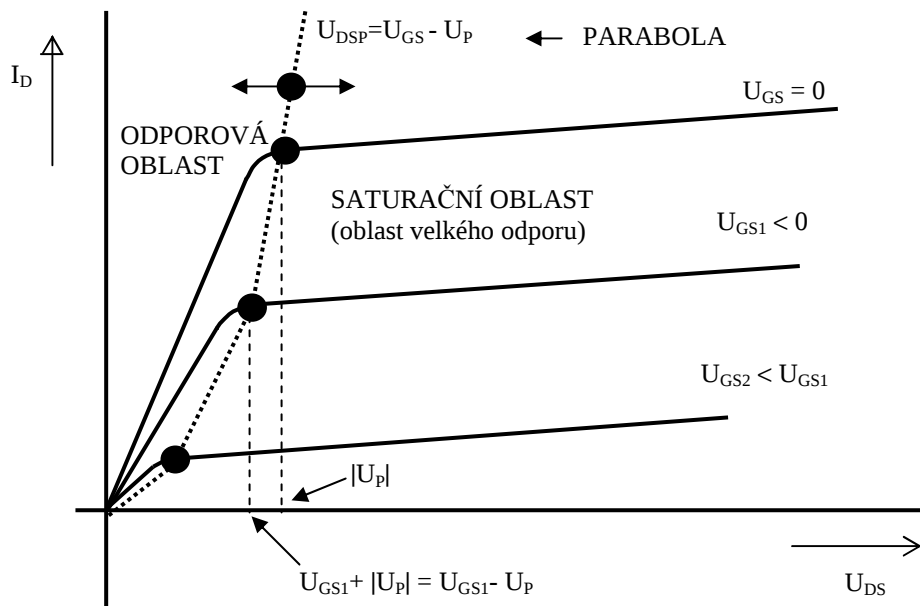
**vzroste $U_{DS} \Rightarrow$ vzroste $I_D \Rightarrow$ vzroste závěrné napětí diody $U_D \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ rozšiřuje se ochuzená oblast $\Rightarrow$ vzroste $R_{DS} \Rightarrow$ klesá I_D**

Vždy se proto ustálí určitý rovnovážný stav. Maximální možný proud (saturační) I_{DSS} prochází tranzistorem právě tehdy, když $U_{DS} = |U_P|$ při $U_{GS} = 0$. Další zvětšení není možné. „Většina“ napětí U_{DS} je za této situace totiž „soustředěna“ na dráze „G-S“, každé zvětšení U_{DS} automaticky zvětšuje odpor kanálu, proud se dále nezvětšuje.

Pro $U_{GS} < 0$ se oba mechanismy sečítají. Závěrné napětí U_D na přechodu G-S je superpozicí napětí U_{GS} a úbytku napětí U_K na odporu kanálu mezi G a S, který je vyvolán proudem I_D . Rovnovážný (saturovaný) stav nastane vždy při ($U_P < 0$)

$$U_{DS} = U_{DSP} = |U_P| + U_{GS} = U_{GS} - U_P \quad (6.19)$$

kdy je na přechodu G-S právě napětí $|U_P|$ - v závěrném směru. Graficky je situace orientačně zachycena na obr.6.8.

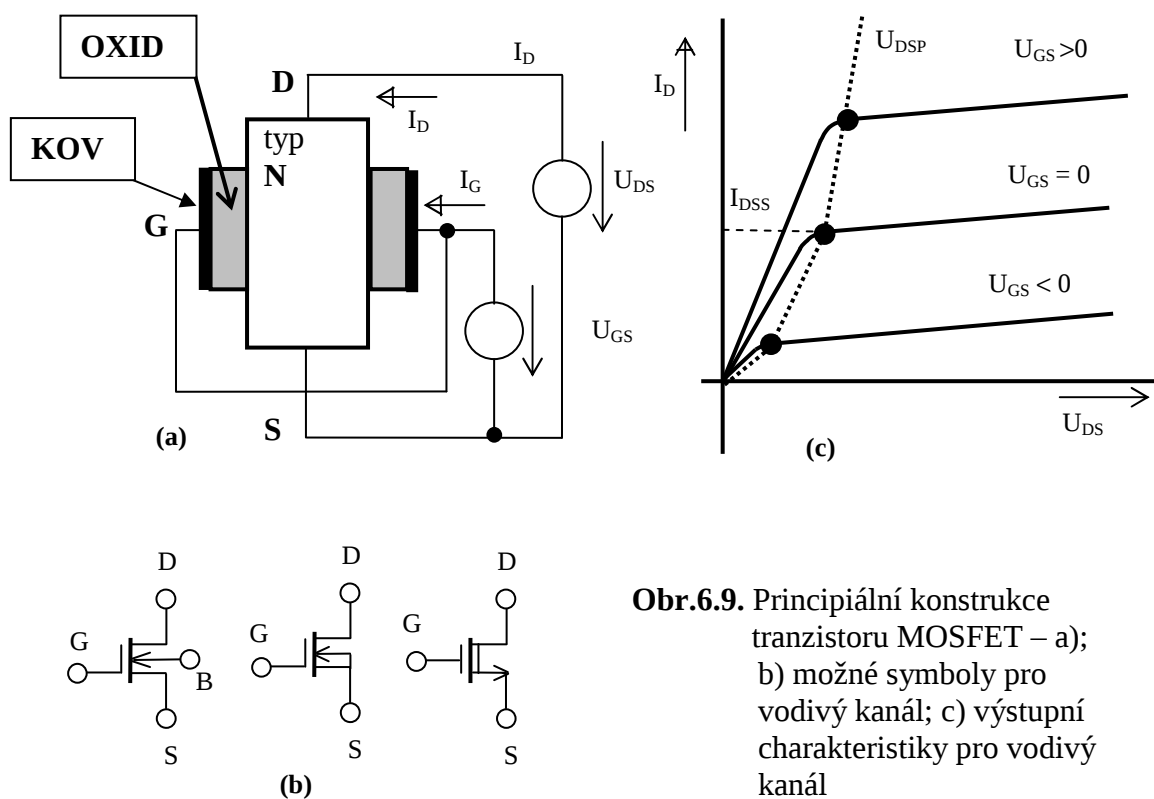


Obr.6.8. Výstupní charakteristiky tranzistoru NJFET

Napětí U_{DSP} tvoří parabolu (pinch-off parabola, hraniční parabola), která rozděluje charakteristiky do dvou významných oblastí :

ODPOROVÁ OBLAST	$U_{DS} < U_{DSP}$
SATURAČNÍ OBLAST	$U_{DS} > U_{DSP}$

Princip tranzistoru FE s dielektrickou izolací řídicího hradla (MOSFET) je na obr.6.9; uvažujeme opět kanál typu N. Uvažujeme konstrukci tranzistoru, která má při $U_{GS} = 0$ vodivý kanál (depletion type; s vodivým kanálem; s ochuzováním). Pro $U_{GS} < 0$ váže hradlo v oblasti N ve svém elektrickém poli kladné náboje, opět tak vzniká vrstva se sníženou vodivostí (zvětšeným odporem), stejně jako tomu bylo u tranzistorů NJFET. Není zde ovšem přechod P-N mezi kanálem a hradlem. Pro $U_{GS} > 0$ proto nedochází k růstu proudu I_G , vodivost kanálu N se dále zvětšuje, proud I_D roste nad hodnotu I_{DSS} - obr.6.9c.



Obr.6.9. Principiální konstrukce tranzistoru MOSFET – a); b) možné symboly pro vodivý kanál; c) výstupní charakteristiky pro vodivý kanál

Funkce tranzistorů FE s kanálem typu P je naprosto stejná; změní se pouze polarita všech pracovních napětí.

Pro „aktivní zesilování“ se používá saturační oblast a proto se bude pracovní bod vždy nacházet v rozsahu napětí $U_{DS} > U_{DSP}$, žádný signál nesmí z této oblasti „vybočit“.

Oba uvedené typy tranzistorů jsou v saturační oblasti popsány stejným vztahem

$$I_D = I_{DSS} \cdot (1 - U_{GS}/U_P)^2 \quad (6.20)$$

Je zřejmé, že každý tranzistor je definován dvěma parametry: U_P a I_{DSS} ($I_{DSS} = I_D$ při $U_{GS} = 0$). Pro tranzistory NJFET musí platit $U_{GS} \leq 0$ (a $U_P < 0$; pro PJFET platí $U_{GS} > 0$ a $U_P > 0$). Pro tranzistory MOSFET (s vodivým kanálem) může nabývat napětí U_{GS} obou polarit.

Z rovnice (6.20) lze určit i rovnici mezní paraboly (pinch-off). Stačí si uvědomit, že $U_{DSP} = U_{GS} - U_P$, odsud $U_{GS} = U_{DSP} + U_P$.

Dosadíme-li do vztahu (6.20), dostaneme pro proud mezní paraboly

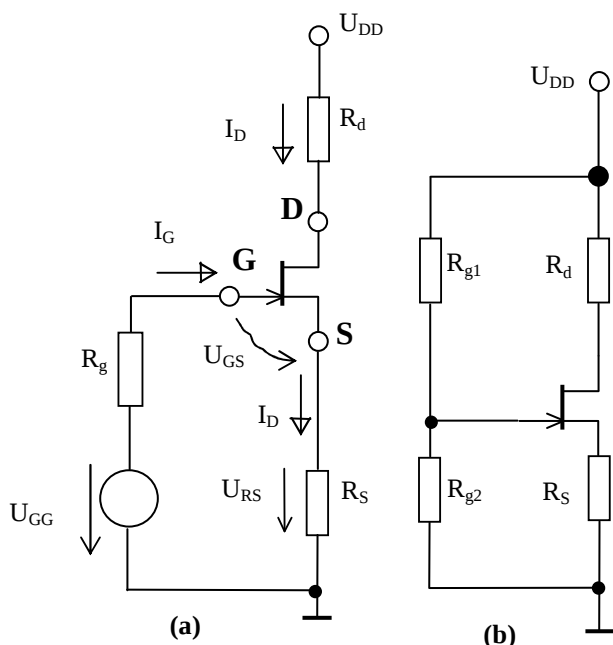
$$I_{DP} = I_{DSS} \cdot [1 - (U_{DSP} + U_P)/U_P]^2 = I_{DSS} \cdot (U_{DSP}/U_P)^2 \quad (6.21)$$

Index „P“ u I_{DP} a U_{DSP} můžeme vypustit a obdržíme vztah pro mezní parabolu (hraniční) v souřadnicích I_D , U_{DS} :

$$I_D = I_{DSS} \cdot (U_{DS}/U_P)^2 \quad (6.21a)$$

6.2.2. Nastavení pracovního bodu

V podstatě každé napájecí schéma (nastavení pracovního bodu) pro NJFET i NMOSFET je popsáno strukturou na obr.6.10.



Obr.6.10. a) Obecné „napájecí“ schéma pro NJFET i NMOSFET;
b) napájení s „pevným“ napětím na G (musí být zapojen R_s)

Je-li zařazen odpor R_s , je možné automaticky vytvořit napětí $U_{GS} < 0$ pouhým úbytkem napětí $R_s I_D$ na odporu R_s , i při $U_{GG} = 0$ (obr.6.10a). Pro střídavý signál je možné R_s přemostit (zkratovat) kondenzátorem. Pro $R_s = 0$ musíme pro nastavení vhodného pracovního bodu vždy použít zdroj záporného napětí U_{GG} .

Může být kombinováno i napájení ze zdroje kladného napětí U_{DD} a předpětí na odporu R_s - obr.6.10b. V tomto uspořádání je potlačen vliv rozptylu parametrů tranzistorů. Situaci na obr.6.10b můžeme snadno převést na situaci z obr.6.10a. Je zřejmé, že platí (Théveninův teorém) $U_{GG} = U_{DD} R_{g2}/(R_{g1} + R_{g2})$ a $R_g = R_{g1} R_{g2}/(R_{g1} + R_{g2})$.

Úvahy udělané pro obr.6.10a potom platí i pro obr.6.10b.

Na obr.6.10a platí (předpokládá se, že $R_g I_G \rightarrow 0$; 2. Kirchhoffův zákon)

$$U_{GG} = U_{GS} + R_s I_D$$

tedy

$$R_S = (U_{GG} - U_{GS})/I_D \quad (6.22)$$

Problematiku demonstrujeme na příkladě:

Předpokládejme, že máme NJFET (NMOSFET) s parametry $U_P = -3,5$ V, $I_{DSS} = 10$ mA. Požadujeme pracovní bod $I_D = 5$ mA ; $U_{DS} = 5$ V při napájecím napětí $U_{DD} = 15$ V.

Nejdříve uvažujme $U_{GG} = 0$ (plně automatické předpětí). Potom z rovnice (6.20) platí $5 \cdot 10^{-3} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot (1 - U_{GS}/(-3,5))^2$ a proto $1 + U_{GS}/3,5 = \pm 1/\sqrt{2}$. Odsud $U_{GS} = -1,025$ V nebo $-5,975$ V. Fyzikální význam má pouze hodnota v intervalu 0V až $U_P = -3,5$ V, pro menší U_{GS} je již proud I_D prakticky nulový. Ze vztahu (6.22) dostaneme pro dané podmínky ($U_{GG} = 0$), že $R_S = (0 - (-1,025))/5 \cdot 10^{-3} = 205 \Omega$. Dále musí platit (opět aplikace 2. Kirchhoffova zákona) $U_{DD} = R_d I_D + U_{DS} + R_S I_D$, z toho plyne $R_d = (U_{DD} - U_{DS})/I_D - R_S = (15 - 5)/5 \cdot 10^{-3} - 205 \Omega = 1,795 \cdot 10^3 \Omega = 1,795$ k Ω . R_g se volí typicky asi 1 M Ω .

Nyní předpokládejme, že do určené struktury ($U_{DD} = 15$ V, $R_d = 1,795$ k Ω , $R_S = 205 \Omega$) osadíme **tranzistor s jinými parametry**: $I_{DSS} = 12$ mA, $U_P = -4$ V. Jaký pracovní bod se nastaví nyní? Musí opět platit ($U_{GG} = 0$ V), že $U_{GS} = -205 I_D$ a současně vztah (6.20). Dosadíme-li za U_{GS} do vztahu (6.20), dostaneme po úpravách rovnici

$$\frac{(205 \cdot I_D)^2}{U_P^2} + \frac{2 \cdot 205 \cdot I_D}{U_P} - \frac{I_D}{I_{DSS}} + 1 = 0$$

Řešením získáme dva kořeny $I_{D1} = 5,869$ mA a $I_{D2} = 64,89$ mA. Smysl má pouze proud, který vytvoří na odporu R_S úbytek napětí v intervalu 0 až $U_P = -4$ V, tedy proud 5,869 mA. To představuje odchylku + 17% pracovního proudu I_D proti výchozí hodnotě 5 mA.

Osadíme-li do stejné struktury tranzistor s parametry $I_{DSS} = 8$ mA a $U_P = -3$ V, obdržíme stejným postupem pracovní proud $I_D = 4,125$ mA.

Zapojme nyní pro příklad zdroj $U_{GG} = 8$ V a předpokládejme opět tranzistor s $U_P = -3,5$ V a $I_{DSS} = 10$ mA. Pro pracovní proud $I_D = 5$ mA musí proto znovu platit, že napětí $U_{GS} = -1,025$ V. Proto je úbytek napětí na odporu R_S - obr.6.10a - roven hodnotě

$U_{RS} = U_{GG} - U_{GS} = 8 - (-1,025) = 9,025$ V. Dopočítáme „novou“ hodnotu odporu R_S ze vztahu (6.22): $R_S = U_{RS}/I_D = 9,025/5 \cdot 10^{-3} = 1,805$ k Ω . Případné změny U_P jsou proti hodnotě 8 V relativně méně významné. Na větším odporu vzniká silnější záporná vazba, ani změna I_{DSS} teď nebude hrát takovou roli. Opět musí platit $U_{DD} = R_d I_D + U_{DS} + R_S I_D$, tedy $R_d = (U_{DD} - U_{DS})/I_D - R_S = (15 - 5)/5 \cdot 10^{-3} - 1805 = 195 \Omega$ pro $U_{DD} = 15$ V.

Tak malá hodnota odporu R_d není vhodná (ukáže se později). Zvětšit ji můžeme pouze za cenu zvětšení hodnoty napájecího napětí U_{DD} , například na 24 V. Potom platí za jinak stejných podmínek, že $R_d = (24 - 5)/5 \cdot 10^{-3} - 1805 = 1995 \Omega$. Nyní musíme určit i hodnoty odporů R_{g1} a R_{g2} (obr.6.10b). Volme $R_{g2} = 1,5$ M Ω . Potom musí platit

$$24,1,5/(R_{g1} + 1,5) = 8 \Rightarrow R_{g1} = (24,1,5 - 8,1,5)/8 = 3$$
 M Ω

Co se stane nyní při změně parametrů tranzistoru na $I_{DSS} = 12$ mA a $U_P = -4$ V? Opět bude platit rovnice (6.20), přičemž platí $U_{GS} = U_{GG} - R_S I_D = 8 - 1805 \cdot I_D$. Po dosazení tohoto vztahu do (6.20) a úpravách dostaneme kvadratickou rovnici

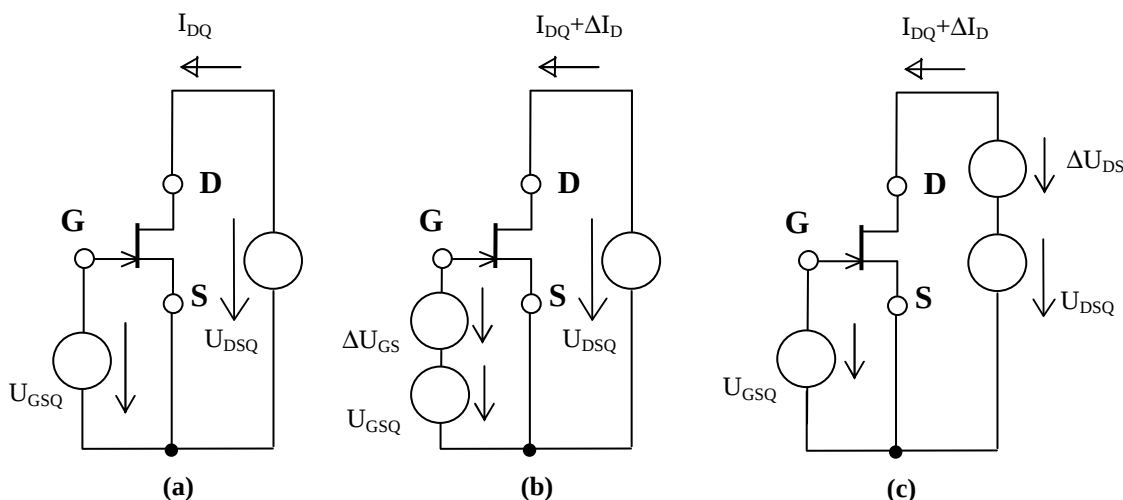
$$203401 \cdot I_D^2 - 2789,3 \cdot I_D + 9 = 0$$

Řešením, které má smysl, je $I_D = 5,19$ mA. Pracovní bod se tedy změnil pouze o 0,19 mA, což je o 3,8%.

----- konec příkladu -----

6.2.3. Maticový popis tranzistorů NJFET a NMOSFET (s vodivým kanálem)

Vyjděme z nízkofrekvenčního modelu bez parazitních kapacit struktur FET. V podstatě se budou opakovat úvahy udělané u bipolárních tranzistorů. Principiální schéma pro nastavení pracovního bodu je na obr.6.11a (U_{GSQ} , U_{DSQ} , I_{DQ}).

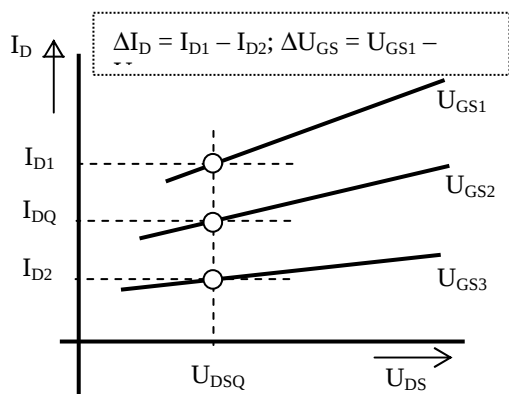


Obr.6.11. a) Nastavení základního pracovního bodu (Q) do saturační oblasti; b) malá změna ΔU_{GS} vyvolá změnu ΔI_D ($U_{DSQ} = \text{konst.}$) → určení malosignálové transkonduktance (převodní strmosti); c) malá změna ΔU_{DS} vyvolá změnu ΔI_D ($U_{GSQ} = \text{konst.}$) → určení výstupní vodivosti pro malý signál.

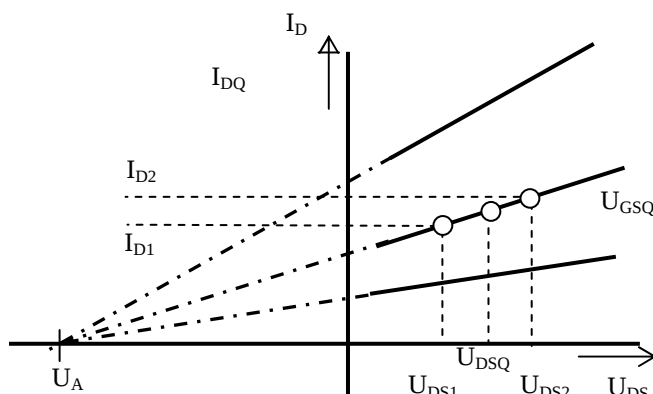
Na obr.6.11c je naznačen princip získání výstupní vodivosti kanálu (drain conductance)

$$g_d = \left| \frac{\partial I_D}{\partial U_{DS}} \right|_{U_{GS} = U_{GSQ} = \text{konst.}} = \frac{\Delta I_D}{\Delta U_{DS}} \rightarrow \frac{\partial I_D}{\partial U_{DS}} \quad (6.24)$$

Parametry g_m a g_d lze určit ze skutečných charakteristik tranzistorů – viz obr.6.12 a obr.6.13.



Obr.6.12. Princip určení g_m



Obr.6.13. Princip určení g_d

Na obr.6.12 je „jemně“ rozkreslena situace pro $U_{DS} = U_{DSQ}$, očividně platí

$$g_m = (I_{D1} - I_{D2}) / (U_{GS1} - U_{GS2})$$

Na obr.6.13 je „rozkreslena“ situace při určování g_d . Přibližně platí, že všechna „prodloužení“ čar $I_D = f(U_{DS}; U_{GS} = \text{konst.})$ v saturační oblasti se protínají „v napětí“ U_A (Earlyho napětí). Potom je zřejmé, že všechny „trojúhelníky“ $\Delta I_D / \Delta U_{DS}$ jsou si podobné a vždy platí (v saturační oblasti FETů), že

$$g_d = (I_{D1} - I_{D2}) / (U_{DS1} - U_{DS2}) \approx I_D / U_A \quad (6.24)$$

Hodnota U_A je někdy uváděna - běžně se jedná o stovky V. Očividně je snadno „určitelná“ z výstupních charakteristik - obr.6.13. Naprosto stejně lze tento parametr určit i u bipolárních tranzistorů, známe-li U_A , případně si je určíme z charakteristik $I_K = f(U_{KE})$.

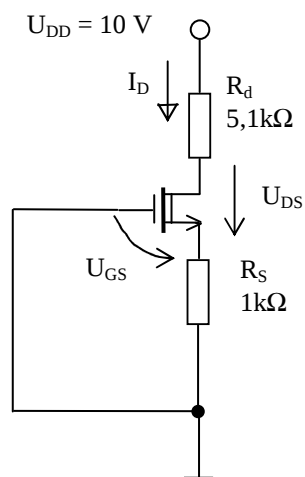
Ze vztahů (6.20) a (6.23) však můžeme určit (pro popisovaný typ tranzistorů a orientační výpočty) přímo analyticky

$$g_m = \left| U_{DS} = \text{konst.} \right| = \frac{\partial}{\partial U_{GS}} \left[I_{DSS} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P} \right)^2 \right] = 2 \cdot \frac{I_{DSS}}{U_P^2} (U_{GS} - U_P) \quad (6.25a)$$

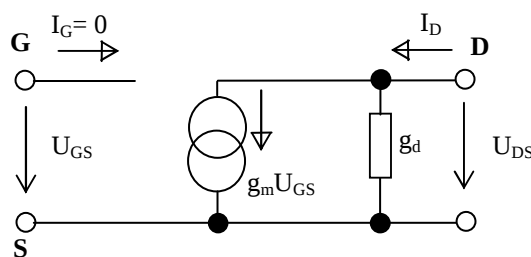
Formálními úpravami vztahu (6.25a) za použití vztahu (6.20) lze určit, že rovněž platí identity

$$g_m = \frac{2I_D}{U_{GS} - U_P} = 2 \times \sqrt{\frac{I_D I_{DSS}}{U_P^2}} \quad (6.25b)$$

Příklad: Je dán NMOSFET (depletion) s vlastnostmi: $I_{DSS} = 5 \text{ mA}$, $U_P = -2 \text{ V}$, $U_A = 120 \text{ V}$. Určete pracovní bod (obr.6.14) a malosignálové parametry v něm.



Obr.6.14. Obrázek k příkladu



Obr.6.15. Malosignálový (nízkofrekvenční) model tranzistorů FE

Protože $U_G = 0$, platí $R_s I_D = -U_{GS} = -1000 I_D$. Napájecí napětí je $U_{DD} = 10 \text{ V}$ a musí být splněn 2. Kirchhoffův zákon: $10 = R_d I_D + U_{DS} + R_s I_D$, tedy $U_{DS} = 10 - 6100 I_D$.

Předpokládáme-li, že pracovní bod bude v saturační oblasti $U_{DS} > U_{DSP} = U_{GS} - U_P = U_{GS} - (-2) = U_{GS} + 2 \text{ V}$, můžeme použít vztah (6.20)

$$\begin{aligned} I_D &= I_{DSS} \cdot (1 - U_{GS}/U_P)^2 = I_{DSS} \cdot (1 + I_D \cdot 1000/U_P)^2 = 5 \cdot 10^{-3} (1 + I_D \cdot 1000/(-2))^2 = \\ &= 5 \cdot 10^{-3} \cdot (1 - 500 I_D)^2 = 5 \cdot 10^{-3} (1 - 1000 I_D + 2,5 \cdot 10^5 I_D^2) \end{aligned}$$

Elementární úpravou obdržíme kvadratickou rovnici

$$2,5 \cdot 10^5 I_D^2 - 1200 I_D + 1 = 0$$

jejímž fyzikálně správným řešením je proud $I_D = 1,07 \text{ mA}$. Potom $U_{GS} = -I_D \cdot 1000 = -1,07 \text{ V}$ (a to je správně v intervalu 0 až U_P), $U_{DS} = 10 - 6100 \cdot 1,07 \cdot 10^{-3} = 3,47 \text{ V}$.

Zkontrolujeme $U_{DSP} = -1,07 - (-2) = 0,93 \text{ V}$. Platí tedy $U_{DS} = 3,47 \text{ V} > U_{DSP} = 0,93 \text{ V}$; NMOSFET je skutečně v saturační oblasti, vztah (6.20) byl použit oprávněně.

Nyní můžeme ze vztahu (6.25b) určit

$$g_m = \frac{2I_D}{U_{GS} - U_p} = \frac{2 \cdot 1,07 \cdot 10^{-3}}{0,93} = 2,3 \text{ mS}$$

Ze vztahu (6.26) lze odhadnout

$$g_d = I_D/U_A = 1,07 \cdot 10^{-3}/120 = 8,917 \cdot 10^{-6} \text{ S}$$

-----KONEC PŘÍKLADU-----

Považujeme-li vstupní vodivost za nulovou, obdržíme malosignálový model FETu na obr.6.15. Zřejmě platí

$$I_G = 0 \cdot U_{GS} + 0 \cdot U_{DS}$$

$$I_D = g_m U_{GS} + g_d U_{DS}$$

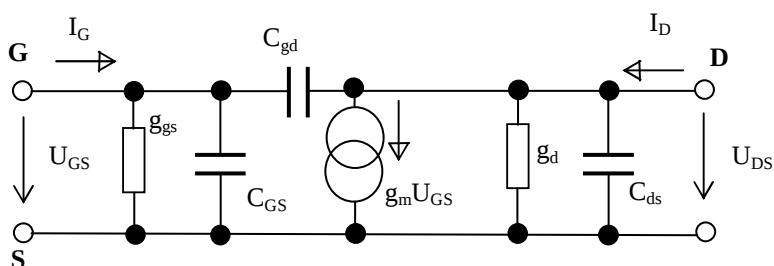
Maticový popis je zřejmý (pro zapojení se společným vývodem S)

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} G & D \end{matrix} \\ \begin{matrix} G \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g_m & g_d \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{bmatrix} U_{GS} \\ U_{DS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_G \\ I_D \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

Není problém získat i rozšířenou admitanční matici postupem stejným jako u tranzistorů bipolárních. Využijeme skutečnosti, že součet admitancí v řádcích i sloupcích musí být vždy roven nule. Rozšířená admitanční matice je potom definována zápisem (6.27)

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} G & D & S \end{matrix} \\ \begin{matrix} G \\ D \\ S \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ g_m & g_d & -g_m - g_d \\ -g_m & -g_d & g_m + g_d \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (6.27)$$

Je-li nutné zahrnout i další parazitní vlastnosti FETů, stačí uvažovat model podle obr.6.16.

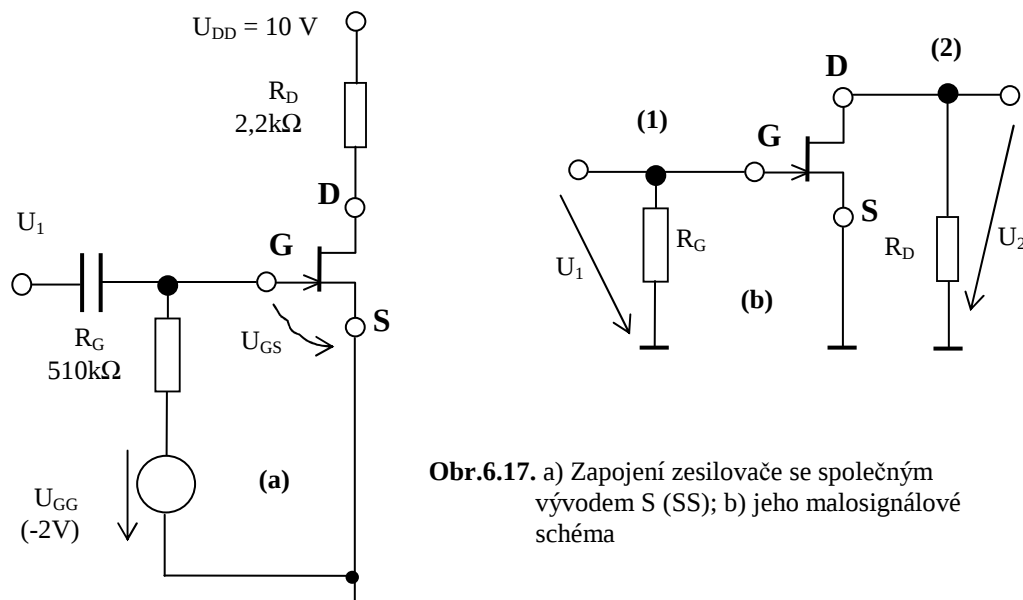


Obr.6.16. Rozšířený malosignálový model tranzistorů FE

Všechny další parazitní vlastnosti (a vlastně i g_d) lze ovšem zahrnout do „pasívní“ matice obvodu při použití již popsaného algoritmu. Prvky C_{gs} , C_{gd} , C_{ds} modelují parazitní kapacity mezi příslušnými elektrodami (póly), g_{gs} je vstupní vodivost FETu.

6.2.4. Zesilovač se společným vývodem S

Situaci budeme demonstrovat na zapojení s konkrétním tranzistorem NJFET, jehož vlastnosti jsou: $U_P = -5 \text{ V}$, $I_{DSS} = 6 \text{ mA}$, $U_A = 100 \text{ V}$. Základní zapojení je na obr.6.17 - není zapojen žádný odpor R_S z vývodu S proti společné svorce (zemi).



Obr.6.17. a) Zapojení zesilovače se společným vývodem S (SS); b) jeho malosignálové schéma

Nejdříve musíme určit pracovní bod tranzistoru. Za daných podmínek je zřejmě $U_{GSQ} = -2 \text{ V}$. Potom platí v pracovním bodě vztah (6.20) a $I_{DQ} = I_{DSS}(1 - U_{GSQ}/U_P)^2 = 6 \cdot 10^{-3}(1 - (-2)/(-5))^2 = 2,16 \text{ mA}$. Z 2. Kirchhoffova zákona určíme napětí U_{DSQ} : $U_{DSQ} = U_{DD} - R_D I_{DQ} = 10 - 2,2 \cdot 10^3 \cdot 2,16 \cdot 10^{-3} = 5,25 \text{ V}$. Mezní napětí pro saturační oblast je $U_{DSP} = U_{GSQ} - U_P = -2 - (-5) = 3 \text{ V}$. Je-li tedy $U_{DSQ} = 5,25 \text{ V}$ větší než 3 V , je tranzistor v saturační oblasti, což je správné.

Nyní můžeme určit (odhadnout) nízkofrekvenční parametry tranzistoru:

$$r_d = 1/g_d = U_A/I_{DQ} = 100/2,16 \cdot 10^{-3} = 46,3 \text{ k}\Omega \Rightarrow g_d = 21,6 \cdot 10^{-6} \text{ S}$$

$$g_m = 2I_{DQ}/(U_{GSQ} - U_P) = 2 \cdot 2,16 \cdot 10^{-3}/(-2 - (-5)) = 1,44 \text{ mS}$$

Tím umíme „vyplnit“ matici (6.27) a můžeme stanovit maticový popis struktury na obr.6.17b (stejnoseměrný zdroj napětí je i zde ze signálového hlediska zkratem) pomocí známého algoritmu (předpokládáme buzení proudem I_1 do uzlu 1).

	1 (G)	2 (D)
1 (G)	$G_G + (0)$	$0 + (0)$
2 (D)	$0 + (g_m)$	$G_D + (g_d)$

U_1
U_2

 $=$

I_1
0

Napěťové zesílení (přenos) určíme snadno pomocí Cramerova pravidla

$$\frac{U_2}{U_1} = -g_m / (G_D + g_d) = -g_m \frac{R_D r_d}{R_D + r_d} \quad (6.28)$$

Pro náš konkrétní tranzistor je proto zesílení $U_2/U_1 = -1,44 \cdot 10^{-3} \frac{2,2 \cdot 10^3 \cdot 46,3 \cdot 10^3}{2,2 \cdot 10^3 + 46,3 \cdot 10^3} =$

= - 3,024. Vstupní impedanci ani není nutné počítat, je to právě $R_G = 510 \text{ k}\Omega$.

Výstupní impedanci můžeme pro linearizovaný model určit snadno tak, že uzel 1 není „buzen“, do uzlu 2 vnucujeme proud I_2 . Vede to k naprosto stejnému systému rovnic s „čárkovanými“ napětími (jež jsou vyvolána budičím proudem I_2 do uzlu 2):

	1 (G)	2 (D)
1 (G)	$G_G + (0)$	$0 + (0)$
2 (D)	$0 + (g_m)$	$G_D + (g_d)$

U'_1	=	0
U'_2		I_2

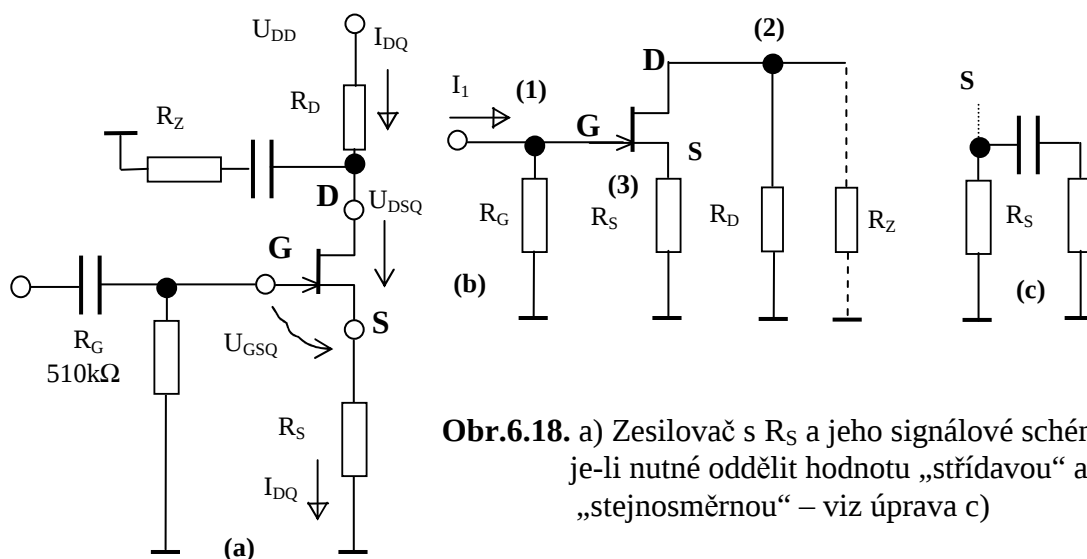
Výstupní odpor R_{OUT} je za těchto podmínek v linearizovaném systému shodný se vstupním odporem uzlu 2 a proto je určen vztahem

$$R_{OUT} = U'_2 / I_2 = \frac{1}{G_D + g_d} = \frac{R_D r_d}{R_D + r_d} \quad (6.29)$$

Pro dané podmínky je potom $R_{OUT} = 2200 // 46300 = 2100 \Omega$.

6.2.5. Zesilovač s odporem R_S (ve vývodu S)

Uvažujme tranzistor stejných vlastností jako v případě předcházejícím, ale v zapojení na obr.6.18 - doplněn je odpor R_S . Požadujeme stejný pracovní bod, tedy $I_{DQ} = 2,16 \text{ mA}$, $U_{DSQ} = 5,25 \text{ V}$. Tomu musí i nyní odpovídat napětí $U_{GSQ} = -2 \text{ V}$.



Obr.6.18. a) Zesilovač s R_S a jeho signálové schéma – b); je-li nutné oddělit hodnotu „střídavou“ a „stejnosměrnou“ – viz úprava c)

Musí proto platit $R_S I_{DQ} = +2 \text{ V}$, z toho plyne, že $R_S = 2 / 2,16 \cdot 10^{-3} = 926 \Omega$. Dále musí platit $U_{DD} = R_D I_{DQ} + U_{DSQ} + R_S I_{DQ}$. Předpokládáme-li např. zátěž $10 \text{ k}\Omega$ a chceme dodržet obecně vhodnou podmínku (při zesilování napětí) $R_D \ll R_Z$, dospějeme ke kompromisní volbě odporu $R_D = 2200 \Omega$. Potom můžeme dopočítat potřebné napájecí napětí $U_{DD} = 2200 \cdot 2,16 \cdot 10^{-3} + 5,25 + 2 = 12 \text{ V}$. Nastaven je stejný pracovní bod, platí tedy i nyní $g_m = 1,44 \text{ mS}$ a $g_d = 21,6 \mu\text{S}$, ve stejném pracovním bodě (Q) musí pro stejný tranzistor být i stejný signálový popis.

Uzly jsou vyznačeny v signálovém modelu na obr.6.18b. Sestavíme maticový popis (buzen uzel 1 proudem I_1) bez odporu R_Z :

	1(G)	2(D)	3(S)			
1(G)	$G_G + (0)$	$0 + (0)$	$0 + (0)$	$\times$	U_1	I_1
2(D)	$0 + (g_m)$	$G_D + (g_d)$	$0 - (g_m + g_d)$		U_2	0
3(S)	$0 + (-g_m)$	$0 + (-g_d)$	$G_S + (g_m + g_d)$		U_3	0

Pomocí Cramerových pravidel určíme přenos ($G = 1/R$)

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{-g_m G_S}{G_S(G_D + g_d) + g_m G_D + g_d G_D} = \frac{-g_m r_d R_D}{r_d + R_D + R_S(1 + g_m r_d)} \quad (6.30)$$

Dosadíme-li do (6.30) získané a určené parametry, dostaneme pro přenos

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{1,44 \cdot 10^{-3} \cdot 46,3 \cdot 10^3 \cdot 2,2 \cdot 10^3}{46,3 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3 + 926 \cdot (1 + 1,44 \cdot 10^{-3} \cdot 46,3 \cdot 10^3)} = -1,319$$

Chceme-li uvažovat i vliv zatěžovacího odporu R_Z , je situace jednoduchá. Stačí nahradit R_D paralelní kombinací R_Z a R_D (viz obr.6.18b), tedy $R_D \rightarrow R_D // R_Z$ (t.j. $1,8 \text{ k}\Omega$ pro uvedené poměry):

$$\begin{aligned} \frac{U_2}{U_1} &= \frac{-g_m r_d (R_D // R_Z)}{r_d + (R_D // R_Z) + R_S(1 + g_m r_d)} = \\ &= -\frac{1,44 \cdot 10^{-3} \cdot 46,3 \cdot 10^3 \cdot 1,8 \cdot 10^3}{46,3 \cdot 10^3 + 1,8 \cdot 10^3 + 926 \cdot (1 + 1,44 \cdot 10^{-3} \cdot 46,3 \cdot 10^3)} = -1,083 \end{aligned}$$

Pokud je odpor R_S přemostěn dostatečně velkou kapacitou, zůstává pracovní bod zachován. Pro střídavé signály bude R_S ovšem zkratován a ze vztahu (6.30) dostaneme pro $R_S \rightarrow 0$ vztah (zahrnut i vliv R_Z)

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{-g_m r_d (R_D // R_Z)}{r_d + (R_D // R_Z)} = -\frac{1,44 \cdot 10^{-3} \cdot 46,3 \cdot 10^3 \cdot 1,8 \cdot 10^3}{46,3 \cdot 10^3 + 1,8 \cdot 10^3} = -2,49$$

Ke stejnému výsledku lze dospět i ze vztahu (6.28), zahrneme-li vliv R_Z - opět paralelně k R_D .

Můžeme určit i přenos „do výstupu S“ (NJFETu; společný je za této situace vývod D - SD zapojení), aniž je nutné cokoli měnit na pracovním bodě (pro $R_D \rightarrow 0$ se přenos „do S“ podstatně nezmění). Z maticového popisu struktury snadno určíme, že (ani nyní neuvažujeme vliv R_Z)

$$\frac{U_3}{U_1} = \frac{g_m G_D}{G_D(G_S + g_m + g_d) + g_d G_S} = \frac{g_m r_d R_S}{r_d + R_D + R_S(1 + g_m r_d)} \quad (6.31)$$

Pro uvedené poměry dostaneme po dosazení do vztahu (6.31), že $U_3/U_1 = 0,555$. Pokud by byla splněna podmínka $g_m r_d R_S \gg r_d + R_D$, bylo by možné hovořit o sledovači, přenos U_3/U_1 by se blížil jedné. U daného tranzistoru proto musíme zvětšit hodnotu R_S (při zachování I_{DQ}) nebo vybrat tranzistor s větší strmostí g_m . Rovněž je zřejmé, že změny odporu $R_D \ll r_d$ opravdu podstatně neovlivňují přenos U_3/U_1 .

Určeme nyní výstupní odpor uzlu 2 (obecně odpor uzlu 2). Uzel 2 budíme proudovým zdrojem I_2 , je to nyní jediný budící zdroj linearizovaného systému. Admitanční matice zůstává stejná, signálové schéma na obr.6.18b se totiž jinak vůbec nemění. Pro rozlišení i nyní

označíme uzlová napětí čárkovanými symboly. Rutinním postupem tak získáme pro danou situaci maticový popis systému:

	1(G)	2(D)	3(S)			
1(G)	$G_G + (0)$	$0 + (0)$	$0 + (0)$	x	U_1'	0
2(D)	$0 + (g_m)$	$G_D + (g_d)$	$0 - (g_m + g_d)$		U_2'	I_2
3(S)	$0 + (-g_m)$	$0 + (-g_d)$	$G_S + (g_m + g_d)$		U_3'	0

Nyní platí

$$R_{OUT2} = \frac{U_2'}{I_2} = \frac{G_S + g_m + g_d}{G_D(G_S + g_m + g_d) + g_d G_S} = \frac{1}{1/R_D + 1/R_{OD}} \quad (6.32)$$

Výstupní impedance je tvořena paralelním řazením odporu R_D a výstupního odporu R_{OD} tranzistoru (bez vlivu R_D). Z odvozeného vztahu je zřejmé, že výstupní odpor vývodu D samotného tranzistoru je (ze signálového hlediska) definován vztahem

$$R_{OD} = \frac{G_S + g_m + g_d}{g_d G_S} = r_d + R_S(1 + r_d g_m) \quad (6.33)$$

Výstupní odpor celé struktury je

$$R_{OUT2} = R_D // R_{OD} \quad (6.34)$$

Pro daný pracovní bod je tedy v našem příkladě

$$R_{OD} = 46,3 \cdot 10^3 + 926(1 + 46,3 \cdot 10^3 \cdot 1,44 \cdot 10^{-3}) = 108,9 \text{ k}\Omega$$

$$R_{OUT2} = 108,9 // 2,2 = 2,16 \text{ k}\Omega$$

Naprosto stejným způsobem budeme řešit výstupní odpor v uzlu 3. Buzen je pouze uzel 3 proudem I_3 , napětí příslušná tomuto buzení označíme U_i'' . Obdržíme systém rovnic (matice se opět nemění):

	1(G)	2(D)	3(S)			
1(G)	$G_G + (0)$	$0 + (0)$	$0 + (0)$	$\times$	$=$	U_1''
2(D)	$0 + (g_m)$	$G_D + (g_d)$	$0 - (g_m + g_d)$			U_2''
3(S)	$0 + (-g_m)$	$0 + (-g_d)$	$G_S + (g_m + g_d)$			U_3''

Výstupní odpor uzlu 3 je

$$R_{OUT3} = \frac{U_3''}{I_3} = \frac{1}{G_S + \frac{G_D(g_m + g_d)}{G_D + g_d}} = \frac{1}{\frac{1}{R_S} + \frac{1}{R_{OS}}}$$

I zde je výstupní impedanci možné definovat jako paralelní řazení R_S a výstupní impedance R_{OS} samotného tranzistoru (vývodu S); platí

$$R_{OS} = \frac{G_D + g_d}{G_D(g_m + g_d)} = \frac{r_d + R_D}{1 + g_m r_d} \quad (6.35)$$

$$R_{OUT3} = R_S // R_{OS} \quad (6.36)$$

V daném příkladu a pracovním bodě proto platí

$$R_{OS} = (46,3 \cdot 10^3 + 2,2 \cdot 10^3) / (1 + 1,44 \cdot 10^{-3} \cdot 46,3 \cdot 10^3) = 717 \text{ }\Omega$$

$$R_{OUT3} = 926 // 717 = 404 \text{ }\Omega$$

6.2.6. Tranzistor s indukovaným kanálem (enhancement NMOSFET)

Používané symbolické značky jsou uvedeny na obr.6.19. Jedná se o tranzistory řízené polem, ve kterých se vytváří vodivý kanál až při napětích $U_{GS} > U_T > 0$ (pro NMOSFET). Pro $U_{GS} < U_T$ je kanál zcela nevodivý. Obdobně jako na obr.6.8 i zde platí, že SATURAČNÍ OBLAST je určena parabolou (pinch-off-parabola) $U_{DSP} = U_{GS} - U_T$ (U_T - threshold voltage), přičemž v „zesilovacím“ režimu musí platit $U_{DS} > U_{DSP}$. V této oblasti je V-A charakteristika popsána vztahem

$$I_D = K (U_{GS} - U_T)^2 \quad (6.37)$$

U_{GS} je napětí mezi vývody G-S (obr.6.19)

K je konstanta pro daný tranzistor [A/V^2]

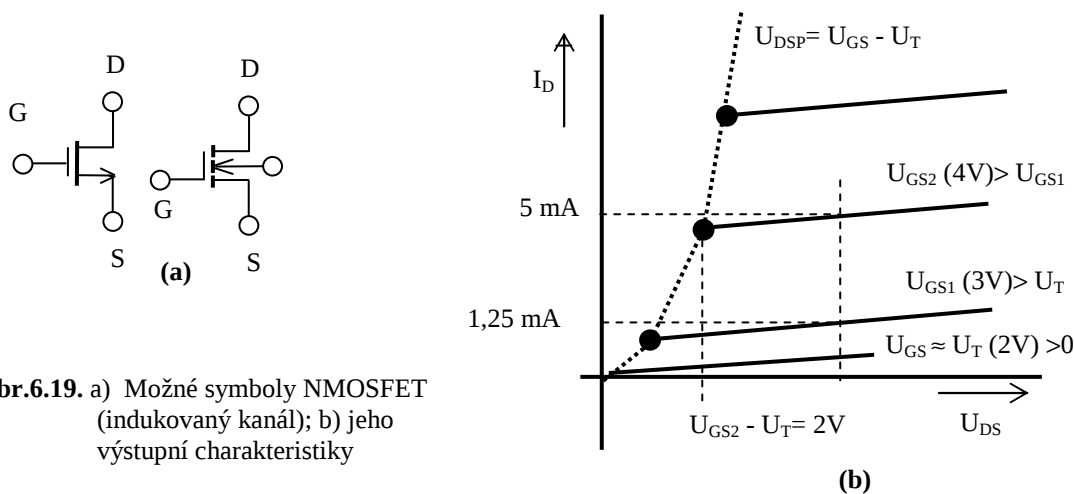
U_T je „threshold voltage“ - opět charakteristické pro daný tranzistor

$I_D \rightarrow 0$ pro $U_{GS} < U_T$

Příklad:

Mějme NMOSFET s indukovaným kanálem. Dále víme, že $U_T = 2 \text{ V}$ a při $U_{GS} = 4 \text{ V}$ a $U_{DS} = 5 \text{ V}$ je proud $I_D = 5 \text{ mA}$. Stanovit chceme K .

Nejdříve určíme $U_{DSP} = U_{GS} - U_T = 4 - 2 = 2$ V. Tranzistor je v saturační oblasti a platí vztah (6.37). Potom můžeme určit $K = I_D / (U_{GS} - U_T)^2 = 5 / (4 - 2)^2 = 1,25$ mA/V². Nyní již můžeme určit, že pro $U_{GS} = 3$ V bude v saturační oblasti (přibližně) $I_D = 1,25 \cdot (3 - 2)^2 = 1,25$ mA a pro $U_{GS} = 5$ V bude $I_D = 1,25 \cdot (5 - 2)^2 = 11,25$ mA.



Obr.6.19. a) Možné symboly NMOSFET (indukovaný kanál); b) jeho výstupní charakteristiky

Nebo z charakteristik tranzistoru například určíme při $U_{DS} = \text{konst.}$ (a v saturační oblasti - obr. 6.19b), že pro $U_{GS} = 4$ V je $I_D = 5$ mA a pro $U_{GS} = 3$ V je $I_D = 1,25$ mA. V saturační oblasti musí platit vztah (6.37), obdržíme dvě rovnice pro dvě neznámé veličiny:

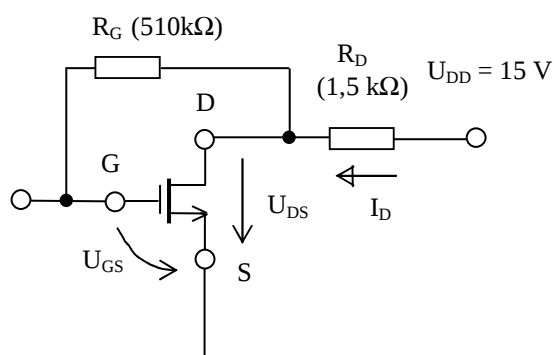
$$5 = K \cdot (4 - U_T)^2 \quad ; \quad 1,25 = K \cdot (3 - U_T)^2$$

Podělením obou rovnic obdržíme rovnost $4 = (4 - U_T)^2 / (3 - U_T)^2$; po „odmocnění“ $\pm 2 \cdot (3 - U_T) = (4 - U_T)$; získáváme dvě řešení $U_{T1} = 2$ V a $U_{T2} = 10/3$ V. Fyzikálně správné je v našem případě řešení U_{T1} , pro nenulové proudy a daný typ tranzistoru musí vždy platit $U_{GS} > U_T$ a tuto podmínku by U_{T2} nesplnilo pro $U_{GS} = 3$ V.

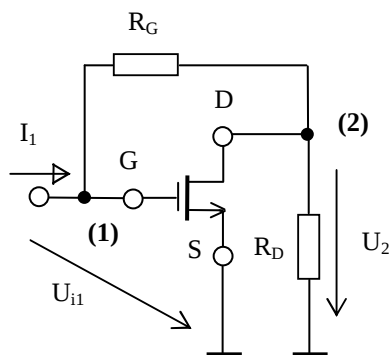
S tímto vztahem pracujeme zcela analogicky jako v úvahách předchozích s tím, že nyní musí (pro NMOSFET) vždy platit $U_{GS} > U_T$ (a rovněž $U_{DS} > U_{DSP}$). Např. na obr.6.20 platí: $K = 0,25$ mA/V², $U_T = 2,5$ V. Jaké jsou pracovní poměry (pracovní bod)?

Proud do G lze prakticky vždy zanedbávat, platí proto $U_{DS} = U_{GS}$ a

$$I_D = K(U_{GS} - U_T)^2 = K(U_{DS} - U_T)^2 = |U_{DS} = U_{DD} - R_D I_D| = K [(U_{DD} - R_D I_D) - U_T]^2$$



Obr.6.20. Nastavení pracovního bodu (NMOSFET s induk. kanálem)



Obr.6.21. Signálový model obvodu z obr.6.20

Po umocnění a základních úpravách dostaneme vztah

$$I_D^2 R_D^2 - [2R_D(U_{DD} - U_T) + 1/K]I_D + (U_{DD} - U_T)^2 = 0$$

Po dosazení poměrů z obr.6.20 dostaneme kvadratickou rovnici

$$2,25 \cdot 10^6 I_D^2 - 41500 I_D + 156,25 = 0$$

která má dva kořeny: 5,27 mA a 13,17 mA. Fyzikálně správný smysl má proud $I_D = 5,27$ mA, protože na dporu $1,5 \text{ k}\Omega$ vyvolá úbytek $5,27 \cdot 1,5 = 7,905 \text{ V}$ a na tranzistoru je tak vhodné napětí $U_{DS} = U_{DD} - R_D I_D = 15 - 7,905 = 7,095 \text{ V} = U_{GS}$.

Pomocí vztahu (6.23) můžeme stanovit transkonduktanci

(6.38)

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} = \frac{\partial}{\partial U_{GS}} [K(U_{GS} - U_T)^2] = 2K(U_{GS} - U_T) = \frac{2I_D}{U_{GS} - U_T} = 2 \cdot \sqrt{KI_D}$$

Uvažujeme-li Earlyho napětí (U_A), lze i zde definovat pomocí vztahu (6.24): $g_d = I_D/U_A$ a platí model na obr.6.15 a formálně i matice (6.27), pouze její parametry určujeme ze vztahů (6.37) a (6.38). Pro uvedené poměry obdržíme

$$g_m = 2,5,27 \cdot 10^{-3} / (7,095 - 2,5) = 2,294 \text{ mA/V}$$

$$g_d = 1/r_d = \left| \text{necht' } U_A = 200 \text{ V} \right| = 5,27 \cdot 10^{-3} / 200 = 1/(37,95 \text{ k}\Omega) = 26,35 \mu\text{S}$$

Signálový model obvodu z obr.6.20 je na obr.6.21. Obvod má pouze dva nezávislé uzly, předpokládáme buzení ze zdroje napětí U_{i1} . Sestavení matice pomocí incidence je zřejmé:

	1,G	2,D		
1,G	G_G	$-G_G$	$\begin{bmatrix} U_{i1} \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \end{bmatrix}$	
2,D	$-G_G + g_m$	$G_D + G_G + g_d$		

Úprava matice pro neznámé I_1 a U_2 je jednoduchá; v rovnicích (řádcích) převedeme členy obsahující I_1 „vlevo“ a členy obsahující U_{i1} „vpravo“. Dostaneme tak opět maticový popis (nejedná se však již o admitanční matici) struktury na obr.6.21:

-1	$-G_G$	$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_G U_{i1} \\ -(-G_G + g_m) U_{i1} \end{bmatrix}$
0	$G_D + G_G + g_d$	

Za této jednoduché situace platí očividně

$$U_2(G_D + G_G + g_d) = -(-G_G + g_m) U_{i1}$$

a přenos lze určit velmi jednoduše

$$U_2/U_{i1} = (-g_m + G_G)/(G_D + G_G + g_d) = -g_m/(G_D + G_G + g_d) + G_G/(G_D + G_G + g_d)$$

Tomu odpovídá ekvivalentní vyjádření pomocí odporů

$$U_2 / U_{i1} = \frac{-g_m R_D}{1 + R_D / R_G + R_D / r_d} + \frac{1}{1 + R_G / R_D + R_G / r_d}$$

První člen výrazu určuje „invertující“ zesílení, druhý člen určuje dopředný přenos „přes R_G “ na výstup zesilovače. Dosadíme-li za uvedené poměry, nabude člen první hodnoty -3,301 a člen druhý hodnoty 0,003, „celková“ hodnota je proto -3,298.

Z prvního řádku upraveného systému rovnic lze určit, že

$$-I_1 - G_G U_2 = -G_G U_{i1}$$

Odsud základní úpravou obdržíme vztah

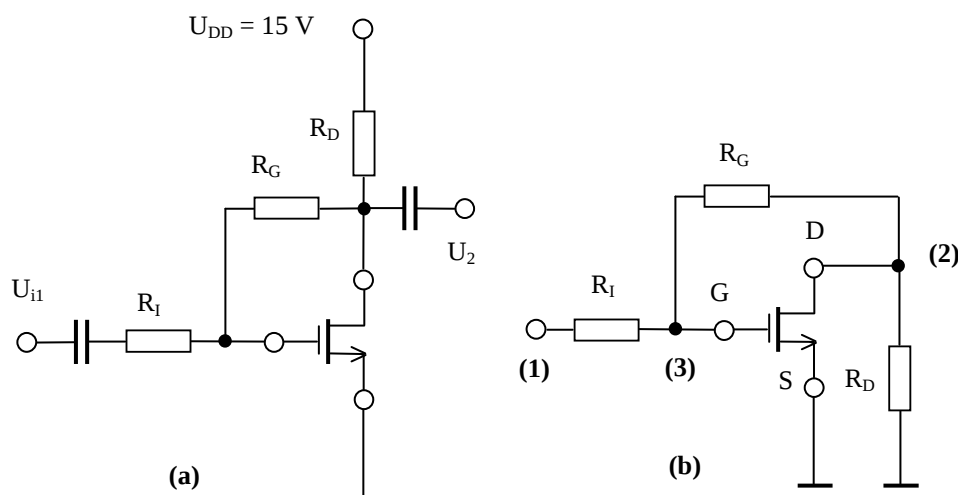
$$U_{i1} / I_1 = \frac{R_G}{1 - U_2 / U_{i1}}$$

To je krásný příklad na Millerův jev aplikovaný na odpor R_G v obvodu zpětné vazby invertujícího zesilovače a jistě bychom mohli za přenos U_2/U_{i1} i obecně dosadit. To je však již jen formální záležitost. Pro uvedené poměry tedy dostáváme vstupní odpor

$$R_{in} = U_{i1}/I_1 = 510 \text{ k}\Omega / (1 - (-3,298)) = 510 \text{ k}\Omega / (1 + 3,298) = 118,66 \text{ k}\Omega$$

K naprosto stejnému výsledku se dopracujeme i „klasickou“ úvahou. Na jeden vývod R_G je přiváděno napětí U_{i1} , na druhý vývod napětí $U_2 = A_u U_{i1}$. Proud odporem je tedy určen elementárním vztahem $I_1 = (U_{i1} - U_2)/R_G = U_{i1}(1 - A_u)/R_G$. Tomu odpovídá ekvivalentní vstupní odpor $R_{in} = U_{i1}/I_1 = R_G/(1 - A_u) = R_G/(1 - U_2/U_{i1})$.

Zpětná vazba přes R_G není kritická při buzení zesilovačního stupně ze zdroje napětí (který má ideálně nulový výstupní odpor, přenos napětí „do zdroje napětí“ je ze signálového hlediska vždy nulový). Představme si však situaci na obr.6.22, pracovní bod zůstává stále stejný, přibude pouze jeden uzel v signálovém modelu.



Obr.6.22. a) Buzení z neideálního zdroje napětí (R_I) a příslušný signálový model –b)

Určíme matici popisující signálovou strukturu na obr.6.22b

	1	2, D	3, G
1	G_I	0	$-G_I$
2, D	0	$G_D + G_G + g_d$	$-G_G + g_m$
3, G	$-G_I$	$-G_G$	$G_I + G_G$

 $\times$

U_1	I_1
U_2	0
U_3	0

Předpokládáme-li i nyní buzení struktury ze zdroje napětí $U_{i1} \equiv U_1$, je neznámou veličinou proud I_1 , proto všechny členy obsahující I_1 opět převádíme „vlevo“ (je pouze jeden). U_1 je veličinou známou a všechny členy, ve kterých se vyskytuje, převádíme v systému rovnic „vpravo“. Dostaneme tak následující popis

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -G_I \\ 0 & G_D + G_G + g_d & -G_G + g_m \\ 0 & -G_G & G_I + G_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_I U_1 \\ 0 \\ +G_I U_1 \end{bmatrix}$$

Je zřejmé, že v prvním kroku stačí řešit pouze systém rovnic

$$\begin{bmatrix} G_D + G_G + g_d & -G_I + g_m \\ -G_G & G_I + G_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ +G_I U_1 \end{bmatrix}$$

ve kterém se I_1 vůbec nevyskytuje. Pomocí Cramerova pravidla určíme

$$U_2 = \frac{-(-G_G + g_m)(G_I U_1)}{(G_D + G_G + g_d)(G_I + G_G) + G_G(-G_G + g_m)}$$

a po úpravách získáme vztah pro přenos

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{-g_m + G_G}{G_D + G_G + g_d} \cdot \frac{G_I}{G_I + G_G \left(1 - \frac{-g_m + G_G}{G_D + G_G + g_d} \right)}$$

První součinitel výrazu představuje zesílení A_{U0} struktury na obr.6.20, tedy zesílení bez vlivu odporu R_I (U_2/U_{i1} na obr.6.20):

$$A_{U0} = \frac{-g_m + G_G}{G_D + G_G + g_d}$$

druhý součinitel v sobě zahrnuje člen

$$G_{IN0} = G_G \left(1 - \frac{-g_m + G_G}{G_D + G_G + g_d} \right) = G_G (1 - A_{U0}) = (1 - A_{U0})/R_G = 1/R_{IN0}$$

který popisuje vstupní odpor struktury na obr.6.20 „na hradle G “ tranzistoru.

Zesílení struktury na obr.6.22 lze nyní definovat na základě zavedených symbolů jako

$$U_2/U_1 = A_{U0} \cdot G_I / (G_I + G_{IN0}) = A_{U0} \cdot R_{IN0} / (R_I + R_{IN0})$$

Fyzikální objasnění je jednoduché. Zesílení (přenos) „mezi“ G a D je stále stejné. Ostatně se o tom můžeme přesvědčit určením přenosu U_2/U_3 na obr.6.22b:

$$U_2 / U_3 = \frac{-(-G_G + g_m)}{G_D + G_G + g_d}$$

Celkový přenos je potom upraven děličem R_I , R_{IN0} , kde posledně uvedené je vstupní odpor „do G “ („zapojený za R_I “).

Celkový vstupní odpor struktury je evidentně dán součtem

$$R_{IN} = R_I + R_{IN0}$$

Určeme pro ověření z první „rovnice matice“

$$-I_1 + 0 \cdot U_2 - G_I U_3 = -G_I U_1$$

vztah pro I_1 :

$$I_1 = -G_I U_1 (U_3/U_1 - 1)$$

Zřejmě platí

$$\begin{aligned} U_3/U_1 &= (U_3/U_2) \cdot (U_2/U_1) = (1/A_{U0}) \cdot (U_2/U_1) = (1/A_{U0}) \cdot A_{U0} R_{IN0}/(R_{IN0}+R_I) = \\ &= R_{IN0}/(R_{IN0}+R_I) \end{aligned}$$

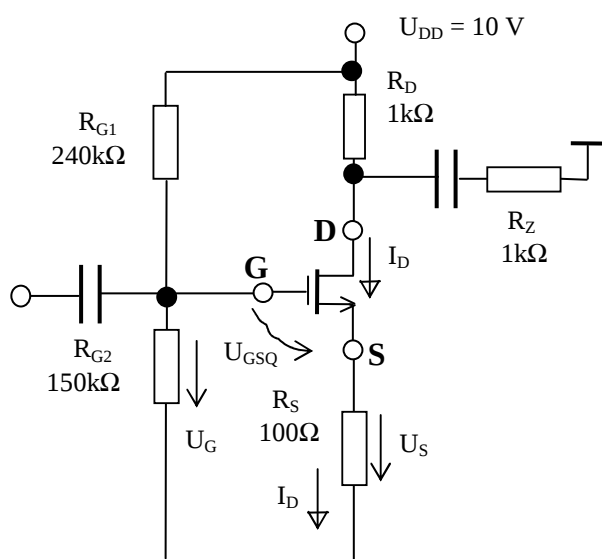
Nyní určíme vstupní odpor

$$R_{IN} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{1}{G_I(1 - U_3/U_1)} = \frac{R_I}{1 - \frac{R_{IN0}}{R_{IN0} + R_I}} = R_I + R_{IN0}$$

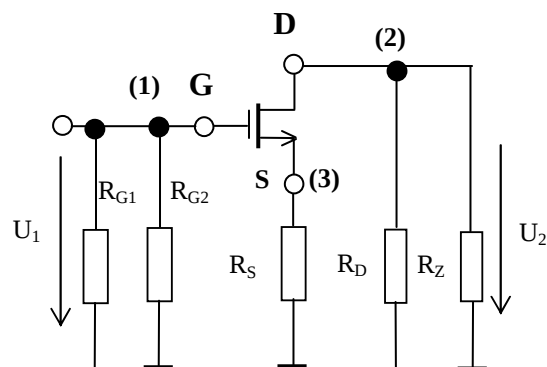
6.2.7. Zesilovač se společným vývodem S (NMOSFET s indukovaným kanálem)

Na obr.6.23 je zapojení SS zesilovače s tranzistorem NMOSFET (indukovaný kanál; $K = 2,96 \text{ mA/V}^2$, $U_T = 2 \text{ V}$, $U_A = 156 \text{ V}$). Určete vlastnosti zapojení pro střední frekvence.

Nejdříve musíme určit pracovní bod a přesvědčit se, zda je tranzistor v saturační oblasti. Pro stejnosměrné napětí na vývodu G tranzistoru platí: $U_G = U_{DD}R_{G2}/(R_{G1}+R_{G2}) = 10 \cdot 150/(240+150) = 3,846 \text{ V}$. Současně musí platit, že stejnosměrné napětí na odporu R_S je $U_S = R_S I_D$ a stejnosměrné napětí mezi G a S je $U_{GS} = U_G - R_S I_D$. Po dosazení do vztahu (6.37) získáváme $I_D = K[(U_G - R_S I_D) - U_T]^2 = K[(U_G - U_T) - R_S I_D]^2$. Po dosazení za uvedené podmínky dostaneme rovnici $I_D^2 10^4 - I_D \cdot 707 + 3,41 = 0$, kde fyzikální smysl má řešení $I_D = 5,2 \text{ mA}$. Nyní můžeme určit napětí $U_{DS} = U_{DD} - I_D(R_D + R_S) = 10 - 5,2 \cdot 1,1 = 10 - 5,72 = 4,28 \text{ V}$. V saturační oblasti musí platit $U_{DS} > U_{GS} - U_T = U_G - R_S I_D - U_T = 3,85 - 0,52 - 2 = 1,33 \text{ V}$, tato podmínka je splněna, použití vztahu (6.37) je proto oprávněné.



Obr.6.23. Zapojení zesilovače SS



Obr. 6.24. Náhradní signálové schéma obvodu z obr.6.23

Dále proto můžeme určit ze vztahu (6.38), že $g_m = 2 \cdot \sqrt{K \cdot I_D} = 2 \cdot \sqrt{2,96 \cdot 10^{-3} \cdot 5,2 \cdot 10^{-3}} = 7,846 \text{ mS}$ a dále také $r_d = 1/g_d = U_A/I_D = 156/5,2 \cdot 10^{-3} = 30 \text{ k}\Omega$, prvky matice (6.27) jsou tím dány.

Náhradní signálové schéma je na obr.6.24. Situaci odpovídá maticový popis

	1, G	2, D	3, S
1, G	$G_{G1}+G_{G2}$	0	0
2, D	g_m	$G_D+G_Z+g_d$	$-g_m-g_d$
3, S	$-g_m$	$-g_d$	$G_S+g_m+g_d$

 $\times$

U_1
U_2
U_3

 $=$

I_1
0
0

Uvažujme buzení struktury ze zdroje napětí U_1 , potom stačí řešit pouze poslední dvě rovnice, tedy

$G_D+G_Z+g_d$	$-g_m-g_d$
$-g_d$	$G_S+g_m+g_d$

 $\times$

U_2
U_3

 $=$

$-g_m U_1$
$g_m U_1$

Ve smyslu „Gaussovských“ úprav se systém nemění, přičteme-li k 1. řádku řádek 2. (napětí U_2 a U_3 nesečítáme, patří „k sloupcům“), dostáváme upravený systém (který má stejné řešení, pouze je o něco „výhodnější“ při řešení)

G_D+G_Z	G_S
$-g_d$	$G_S+g_m+g_d$

 $\times$

U_2
U_3

 $=$

0
$g_m U_1$

Pomocí Cramerova pravidla určíme, že

$$U_2 = \frac{-G_S g_m U_1}{(G_D + G_Z)(G_S + g_m + g_d) + g_d G_S} = \frac{-g_m r_d (R_D // R_Z)}{r_d + (R_D // R_Z) + R_S(1 + g_m r_d)}$$

Dosadíme-li pro uvedené poměry, dostáváme

$$U_2 / U_1 = \frac{-7,846 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 10^3 (10^3 // 10^3)}{30 \cdot 10^3 + (10^3 // 10^3) + 100(1 + 7,846 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 10^3)} = -2,173$$

Vstupní odpor je jednoznačně určen paralelní kombinací R_{G1} a R_{G2} , t.j. 92,3 k Ω . Výstupní odpor určíme „buzením“ uzlu 2 proudem I_2 , budeme uvažovat, že zdroj napětí U_1 je odpojen (z řešení jednoznačně vyplývá, že tento předpoklad nijak neovlivní velikost výstupního odporu). Za této situace je maticový popis vyjádřen formálním zápisem

$G_{G1}+G_{G2}$	0	0
g_m	$G_D+G_Z+g_d$	$-g_m-g_d$
$-g_m$	$-g_d$	$G_S+g_m+g_d$

 $\times$

U'_1
U'_2
U'_3

 $=$

0
I_2
0

Chceme-li stanovit výstupní odpor bez vlivu R_Z , stačí uvažovat, že $G_Z = 0$. Potom rutinním způsobem určíme napětí U'_2 a výstupní odpor $R_{OUT} = U'_2 / I_2$:

$$R_{OUT} = \frac{G_S + g_m + g_d}{G_D(G_S + g_m + g_d) + g_d G_S} = \frac{1}{1/R_D + 1/R_{OD}} = \frac{R_D R_{OD}}{R_D + R_{OD}}$$

kde

$$R_{OD} = r_d + R_S(1 + g_m r_d)$$

Pro dané poměry je $R_{OD} = 30\,000 + 100(1 + 7,846 \cdot 10^{-3} \cdot 30\,000) = 53638\, \Omega$ a proto lze určit (bez vlivu R_Z), že $R_{OUT} = 1000/53638 = 981,7\, \Omega$.

Při určování výstupního odporu jsme uvažovali, že zdroj napětí U_1 je odpojen, tedy výstupní odpor je vlastně určen pro proudové buzení zesilovače (ideální zdroj proudu má nekonečně velký výstupní odpor). Co se změní, „trváme-li“ i pro účely určení výstupního odporu na buzení ze zdroje napětí? Ideální zdroj napětí musíme nahradit nulovým výstupním odporem, tedy nekonečnou vodivostí, která se připojí v signálovém modelu paralelně k vodivostem G_{G1} a G_{G2} . V matici sestavené pro určení R_{OUT} tak bude „nekonečno“ místo součtu $G_{G1} + G_{G2}$. Z výpočtu se ovšem ukáže, že toto nekonečno se „vykrátí“, stejně jako tomu bylo u členu $G_{G1} + G_{G2}$. Pro daný typ zesilovače je tedy jeho výstupní odpor zcela nezávislý na výstupním odporu zdroje signálu (což ovšem neplatí obecně pro všechny zesilovací struktury).

6.2.8. Kaskoda s BJT a FET

Určeme napěťové zesílení (v oblasti „středních kmitočtů“) pro kaskodový zesilovač na obr.6.25. Parametry tranzistorů: T1 (FET): $U_P = -4V$, $I_{DSS} = 5\text{ mA}$, $U_A = 200\text{ V}$

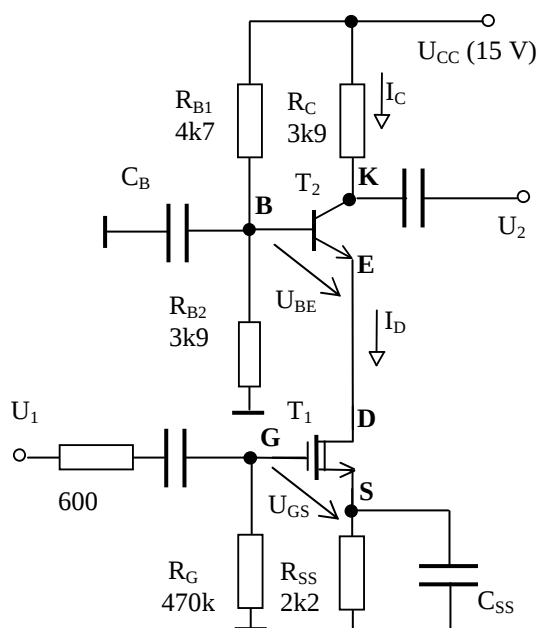
T2 (BJT): $\beta = 200$, $U_A = 250\text{ V}$

Pokud chceme určit maticové modely tranzistorů (a celého obvodu), musíme nejdříve stanovit pracovní body obou tranzistorů. „Pevným bodem“ je jistě napětí U_B báze tranzistoru T2, které je definováno děličem (předpokládáme nezatíženým, na konci výpočtu nutno předpoklad ověřit) ze dvou odporů, takže snadno určíme, že

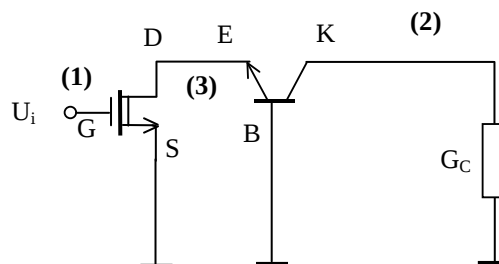
$$U_B = U_{CC} \cdot R_{B2} / (R_{B1} + R_{B2}) = 15.3,9 / (4,7 + 3,9) = 6,8\text{ V}$$

Stejnoseměrné napětí U_E na emitoru T2 je zmenšeno pouze o úbytek napětí mezi bází a emitorem, takže platí, že $U_E \cong U_B - 0,6\text{ V} = 6,2\text{ V}$.

Pro T1 musí platit $I_D = I_{DSS} (1 - U_{GS} / U_P)^2$ a současně $U_{GS} = -R_{SS} I_D$. Napětí U_{GS} je vytvořeno pouze úbytkem napětí na R_{SS} (který je pro střídavé signály „zkratován“ kapacitou C_{SS}). Dosadíme-li za U_{GS} do předcházejícího vztahu, získáme po základních úpravách vztah $I_D^2 (R_{SS} / U_P)^2 + I_D (2R_{SS} / U_P - 1 / I_{DSS}) + 1 = 0$, který už umožňuje výpočet pracovního proudu I_D . Pro dané poměry platí $I_D^2 \cdot 302500 - I_D \cdot 1300 + 1 = 0$.



Obr.6.25. Kaskodové zapojení FETu a bipolárního tranzistoru (BJT)



Obr.6.26. Signálový model struktury

Řešením jsou proudy 1,004 mA a 3,294 mA. Smysl má pouze proud $I_D = 1,004$ mA, protože zaručuje napětí U_{GS} větší než -4V: $U_{GS} = -R_{SS} \cdot 1,004 \text{ mA} = -2,209 \text{ V}$. V tomto okamžiku jsme již schopni určit i stejnosměrné napětí mezi vývody D a S tranzistoru T1: $U_{DS} = U_E - R_{SS} I_D = 6,2 - 2,209 = 4 \text{ V}$. Toto napětí musí být větší než napětí $U_{DSP} = U_{GS} - U_P = -2,209 - (-4) = 1,791 \text{ V}$, aby byl tranzistor T1 v aktivní pracovní oblasti. Podmínka je splněna.

Platí tedy, že $I_D \cong 1 \text{ mA}$, $U_{DS} = 4 \text{ V}$. Zanedbáme-li proud báze T2 je $I_C \cong I_D$ a $U_{KE} \cong U_{CC} - U_E - R_C I_D = 15 - 6,2 - 3,9 = 4,9 \text{ V}$. To znamená, že i tranzistor T2 je v aktivní pracovní oblasti.

Nyní lze určit pro T1 prvky admitanční matice:

$$g_{m1} = 2I_D / (U_{GS} - U_P) = 2 \cdot 10^{-3} / (-2,209 - (-4)) = 1,117 \text{ mS}$$

$$r_{d1} = 1/g_{d1} = |U_A/I_D| = 200/10^{-3} = 200 \text{ k}\Omega$$

Admitanční matice popisující T1 je

	G	D	S
G	0	0	0
D	g_{m1}	g_{d1}	$-g_{m1} - g_{d1}$
S	$-g_{m1}$	$-g_{d1}$	$g_{m1} + g_{d1}$

 $\cong$

	G	D	S
G	0	0	0
D	g_{m1}	g_{d1}	$-g_{m1}$
S	$-g_{m1}$	$-g_{d1}$	g_{m1}

Prvky admitanční matice tranzistoru T2 jsou

$$g_e = 1/r_e = I_C / 26 \cdot 10^{-3} = 10^{-3} / 26 \cdot 10^{-3} = 38,46 \text{ mS}$$

$$r_{d2} = 1/g_{d2} = 250/10^{-3} = 250 \text{ k}\Omega$$

a matice popisující T1 v daném pracovním bodě je

	B	K	E
B	g_e/β	0	$-g_e/\beta$
K	g_e	g_{d2}	$-g_e - g_{d2}$
E	$-g_e - g_e/\beta$	$-g_{d2}$	$g_e + g_e/\beta + g_{d2}$

 $= |\beta \gg 1; g_e \gg g_{d2}| \cong$

	B	K	E
B	g_e/β	0	$-g_e/\beta$
K	g_e	g_{d2}	$-g_e$
E	$-g_e$	$-g_{d2}$	g_e

Signálový model struktury z obr.6.25 je zachycen na obr.6.26, zanedbán je odpor 600Ω a R_G . Obvyklým způsobem sestavíme (lineární, linearizovaný) matematický model struktury (platí v určeném pracovním bodě):

	1, G	2, K	3, D,E		
1, G	0	0	0	$U_1 = U_i$	$I_1 = 0$
2, K	0	$G_C + g_{d2}$	$-g_e$	U_2	0
3, D, E	g_{m1}	$-g_{d2}$	$g_{d1} + g_e$	U_3	0

Vstupním (známým) signálem je napětí $U_i \equiv U_1$, proud I_1 je v tomto ideálním případě nulový. Dále platí, že $G_C \gg g_{d2}$ a $g_e \gg g_{d1}$

$$\begin{bmatrix} G_C & -g_e \\ -g_{d2} & g_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -g_{m1}U_i \end{bmatrix}$$

Řešení tohoto systému rovnic je triviální záležitostí (Cramerova pravidla, upravování,...)

$$U_2 = \frac{-g_e g_{m1} U_i}{G_C g_e - g_e g_{d2}} = \frac{-g_e g_{m1} U_i}{(G_C - g_{d2}) g_e} \cong -\frac{g_{m1} U_i}{G_C}$$

Napěťové zesílení (přenos) tedy je

$$U_2/U_i \cong -g_{m1} R_C = -1,117 \cdot 10^{-3} \cdot 3,9 \cdot 10^3 = -4,356$$

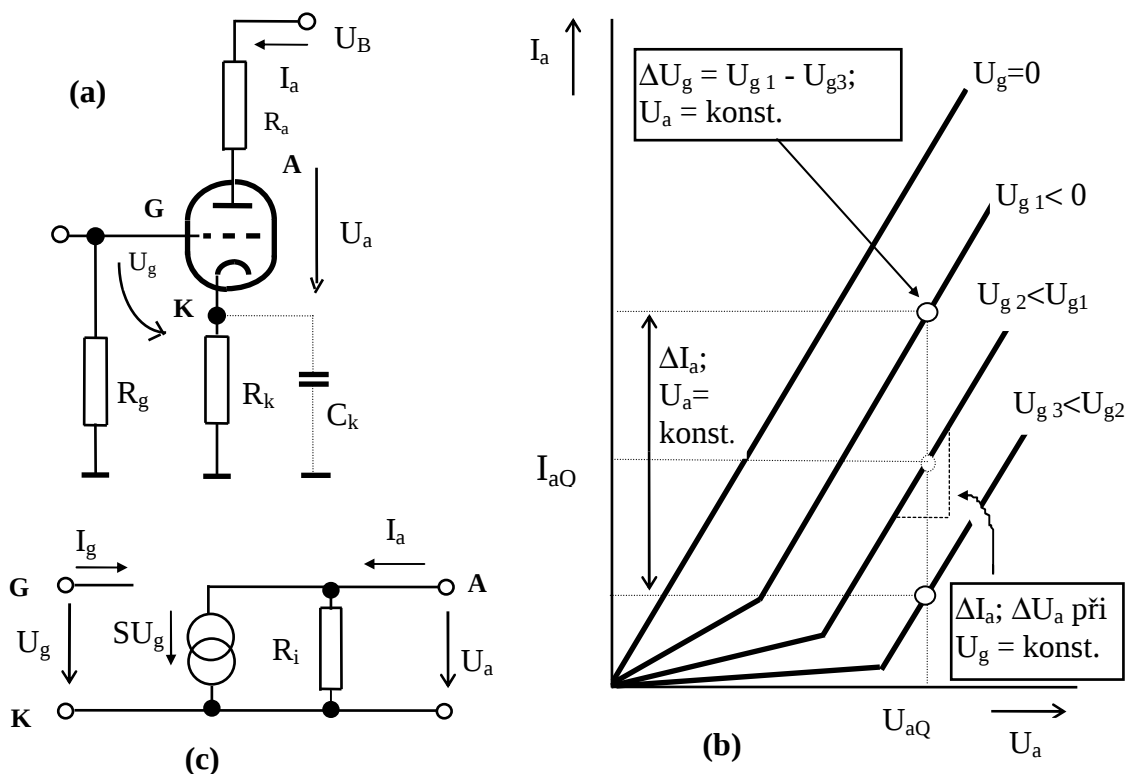
Pochopitelně, v maticích by se nemuselo nic zanedbávat. Vliv těchto zanedbání lze snadno posoudit výpočtem bez zjednodušení. Dospějeme tak k jiné hodnotě zesílení $U_2/U_i = -4,335$. Tato odchylka je z praktického hlediska zcela bezvýznamná. Samotný „proces linearizace“ vede v praxi jistě k větším chybám. Dosažené výsledky mají vždy orientační charakter, použité matematické modely v sobě nezahrnují nikdy „celou skutečnost“ reálného fyzikálního světa.

Doplňková literatura ke kapitole:

- [d1] Beneš, O. - Černý, A. - Žalud, V.: *Tranzistory řízené elektrickým polem*. SNTL, Praha, 1972
- [d2] Schubert, T. - Kim, E.: *Active and non-linear electronics*. John Wiley & Sons, Inc., 1996
- [d3] Yunik, M.: *Design of modern transistor circuits*. Prentice - Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1973
- [d4] Čermák, J. - Jurkovič, K.: *Návrh a konstrukce nízkofrekvenčních tranzistorových zesilovačů*. SNTL, Praha, 1972
- [d5] Syrovátko, M.: *Nízkofrekvenční tranzistorová zapojení*. SNTL, Praha, 1972
- [d6] Čermák, J. - Navrátil, J.: *Tranzistorová technika*. SNTL, Praha, 1967
- [d7] Karlovský, J.: *Polovodičové součástky v technické praxi*. SVTL, Bratislava, 1959
- [d8] Dosse, J.: *The Transistor*. D. Van Nostrand Company, INC., 1964
- [d9] Cattermole, K. W.: *Transistor Circuits* (2nd edition). A Heywood Book, Temple Press Books LTD, London, 1964

7. ADMITANČNÍ MATICE TRIODY

Elektronky v lineárním režimu řadíme právem mezi prvky řízené polem. Napětí na mřížce triody (G) musí být vždy záporné vůči katodě (K), aby neprotékal mřížkový proud. To je situace obdobná jako u NFETů (s vodivým kanálem). Záporné předpětí může být dáno zdrojem, nejčastěji je však získáváno pomocí katodového odporu R_K – obr.7.1.



Obr.7.1. a) Zapojení zesilovače s triodou; b) A-V charakteristiky; c) malosignálový model

Nemá-li se odpor R_K uplatnit pro střídavé signály, je přemostěn kapacitou C_K vhodné velikosti.

Pracovní bod je většinou definován výrobcem. Jsou udávána napětí U_B (zdrojové, napájecí) a U_A (anodové napětí), odpory R_a a R_K ; jsou uvedeny malosignálové parametry v tomto pracovním bodě. Transkonduktance (obecněji transadmitance) se u elektronek historicky označuje jako strmost S (viz obr.7.1b):

$$g_m = S = \left. \frac{\Delta I_a}{\Delta U_g} \right|_{U_a = \text{konst}}$$

Výstupní (vnitřní) odpor elektrony je

$$R_i = 1/G_i = \left. \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a} \right|_{U_g = \text{konst}}$$

Koeficient zesílení (zesilovací činitel) se definuje vztahem

$$\mu = \left. \frac{\Delta U_a}{\Delta U_g} \right|_{I_a = \text{konst}}$$

Pro malosignálové změny v pracovním bodě zřejmě platí (Barkhausenova rovnice):

$$S \cdot R_i = \mu$$

často psaná v podobě

$$S \cdot R_i \cdot D = 1$$

kde $D = 1/\mu$ je tzv. průnik.

Popisují-li symboly I_g , I_a , U_g a U_a již pouze signálové změny, platí (obr.7.1c)

$$I_g = 0 \cdot U_g + 0 \cdot U_a$$

$$I_a = S \cdot U_g + G_i \cdot U_a$$

Maticový popis triody (se společnou katodou) je

	G	A
G	0	0
A	S	G_i

$\begin{bmatrix} U_g \\ U_a \end{bmatrix}$	=	$\begin{bmatrix} I_g \\ I_a \end{bmatrix}$
--	---	--

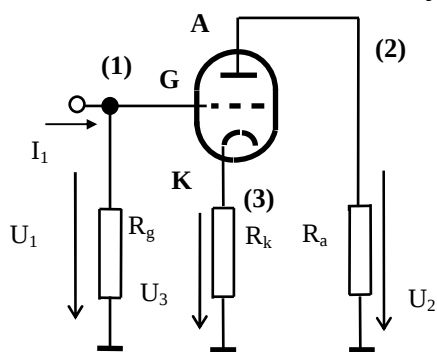
Úplnou admitanční matici získáme snadno podle dříve definovaných kritérií:

	G	A	K
G	0	0	0
A	S	G_i	$-S - G_i$
K	$-S$	$-G_i$	$S + G_i$

$\begin{bmatrix} U_g \\ U_a \\ U_k \end{bmatrix}$	=	$\begin{bmatrix} I_g \\ I_a \\ I_k \end{bmatrix}$
---	---	---

Formální shoda se vztahy (6.26) a (6.27) je evidentní [$S \rightarrow g_m$; $G_i \rightarrow g_d$].

Je-li k dispozici matice triody, je další analýza pouze rutinní záležitostí. Náhradní signálové schéma obvodu z obr.7.1a je na obr.7.2.



Obr.7.2. Signálové schéma obvodu z obr.7.1a

Maticový popis je snadný (buzen je pouze uzel 1 proudem I_1)

	1, G	2, A	3, K
1, G	G_g	0	0
2, A	S	$G_a + G_i$	$-S - G_i$
3, K	$-S$	$-G_i$	$G_k + S + G_i$

x	$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$	=	$\begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
---	---	---	---

Systém rovnic (řešení) se nezmění, přičteme-li ke 3. rovnici rovnici 2. (tedy sečteme 2. a 3. řádek admitanční matice); ve sloupci budících proudů jsou nulové hodnoty, takže se nic nemění; součet se netýká vektoru neznámých napětí - ta „patří“ ke sloupcům (stačí si uvědomit, jak vypadá systém po rozepsání „do rovnic“). Tato úprava není, samozřejmě, povinná - můžeme řešit i „neupravený“ systém, výsledek musí být stejný.

G_g	0	0
S	$G_a + G_i$	$-S - G_i$
0	G_a	G_k

 $\times$

U_1
U_2
U_3

 $=$

I_1
0
0

Pomocí Cramerova pravidla určíme pro přenos

$$U_2 / U_1 = \frac{-SG_k}{(G_a + G_i)G_k + (S + G_i)G_a}$$

Dalšími formálními úpravami obdržíme pro přenos „do anody A“ vztah

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{-SR_i R_a}{R_i + R_a + R_k(1 + SR_i)} = \frac{-\mu R_a}{R_i + R_a + R_k(1 + \mu)}$$

Výsledek lze srovnat s výsledkem v čl.6.2.5, je stejný, jestliže si uvědomíme, že $S \rightarrow g_m$, $G_D \rightarrow G_a$, $G_i \rightarrow g_d$, $G_k \rightarrow G_s$. Nemůže nás proto ani zvláště překvapit, že přenos „do katody“ je

$$U_3 / U_1 = \frac{SG_a}{(G_a + G_i)G_k + (S + G_i)G_a} = \frac{SR_i R_k}{R_i + R_a + R_k(1 + SR_i)} = \frac{\mu R_k}{R_i + R_a + R_k(1 + \mu)}$$

Formálně je řešení obvodů s elektronkami stejné, jako tomu bylo u tranzistorů NFET (s vodivým kanálem). Pouze typické pracovní body jsou „poněkud“ jiné. Například pro triodu ECC83 (dvojitá) platí [d2]: $U_A = 250$ V, $R_k = 1600 \Omega$, $I_A = 1,2$ mA, $S = 1,6$ mA/V, $\mu = 100$, $R_i = 62,5$ k Ω (přesvědčme se, že platí Barkhausenova rovnice: $62,5 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-3} = 100$). Má-li být zachován tento pracovní bod a požadujeme $R_a = 100$ k Ω , musí být napájecí napětí $U_B = U_A + (R_a + R_k)I_a = 372$ V. Potom platí, že

$$U_2/U_1 = -100 \cdot 10^5 / (62,5 \cdot 10^3 + 10^5 + 1,6 \cdot 10^3(1 + 100)) = -30,85$$

$$U_3/U_1 = 100 \cdot 1600 / (62,5 \cdot 10^3 + 10^5 + 1,6 \cdot 10^3(1 + 100)) = 0,494$$

Pokud by byl odpor R_k přemostěn dostatečně velkou kapacitou (v signálovém modelu nahradit zkratem), můžeme ve vztahu pro přenos U_2/U_1 položit R_k rovno nule a potom platí

$$\frac{U_2}{U_1}(R_k = 0) = \frac{-\mu R_a}{R_i + R_a} = -100 \cdot 10^5 / (62,5 \cdot 10^3 + 10^5) = -61,54$$

Při nekonečně velkém odporu R_a (tedy i při nekonečně velké hodnotě napájecího napětí U_B) by platilo

$$\frac{U_2}{U_1}(R_a \rightarrow \infty) = \frac{-\mu R_a}{R_a} = -\mu = -100$$

Vynecháme-li odpor R_a (a patřičně zmenšíme napájecí napětí U_B o 120 V, aby se nezměnil doporučený pracovní bod; přemostění R_a kapacitou je teoreticky rovněž možné), můžeme zkoumat přenos katodového sledovače, zde U_3/U_1 :

$$U_3 / U_1 (R_a = 0) = \frac{\mu R_k}{R_i + R_k(1 + \mu)} = \frac{100 \cdot 1600}{62500 + 1600 \cdot 101} = 0,713$$

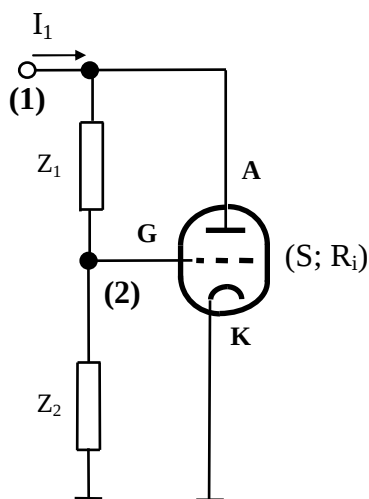
Pěkným příkladem jsou reaktanční zapojení elektronek. Základní signálové schéma je na obr.7.3. Skutečnosti odpovídá maticový popis

	1,A	2,G	
1,A	$Y_1 + G_i$	$-Y_1 + S$	U_1
2,G	$-Y_1$	$Y_1 + Y_2$	U_2

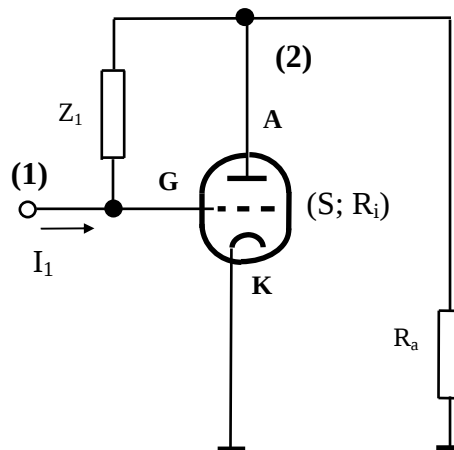
 $=$

I_1
0

Určíme napětí U_1



Obr.7.3. Signálové schéma reaktančního zapojení elektrony



Obr.7.4. Signálové schéma pro určení vlivu kapacity anoda-mřížka

$$U_1 = \frac{I_1(Y_1 + Y_2)}{Y_1 Y_2 + G_i Y_1 + G_i Y_2 + Y_1 S}$$

a snadno i admitanci Y uzlu 1, jako podíl I_1/U_1 :

$$Y = I_1 / U_1 = \frac{Y_1 Y_2 + G_i Y_1 + G_i Y_2 + Y_1 S}{Y_1 + Y_2} = G_i + \frac{Y_1 Y_2}{Y_1 + Y_2} + \frac{Y_1 S}{Y_1 + Y_2} =$$

$$= 1/R_i + 1/(Z_1 + Z_2) + SZ_2/(Z_1 + Z_2) = 1/R_i + (1 + SZ_2)/(Z_1 + Z_2)$$

Je-li R_i hodně velké (například pentoda), $Z_1 = 1/(j\omega C)$ a $Z_2 = R$, dostáváme

$$Y = j\omega C(1 + SR)/(1 + j\omega CR)$$

V oblasti, kde platí $\omega CR \ll 1$, lze hovořit o ekvivalentní kapacitě

$$C_{EKV} = C(1 + SR).$$

Je-li $Z_1 = R$ a $Z_2 = 1/(j\omega C)$, dostaneme (R_i hodně velké) pro vstupní admitanci vztah:

$$Y = (j\omega C + S)/(1 + j\omega CR) = \left| \text{pro } \omega CR \gg 1 \right| = 1/R + 1/(j\omega CR/S)$$

Lze hovořit (za uvedené podmínky) o paralelním řazení odporu R a ekvivalentní indukčnosti

$$L_{EKV} = CR/S.$$

Signálové schéma demonstrující Millerův jev v jeho klasické podobě je na obr.7. 4. Jedná se o vliv kapacity anoda-mřížka, což je modelováno impedancí Z_1 . Sestavíme admitanční popis

$$\begin{array}{c} 1,G \\ 1,G \end{array} \begin{array}{c} 2,A \\ 2,A \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline Y_1 & -Y_1 \\ \hline -Y_1 + S & Y_1 + G_a + G_i \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline U_1 \\ \hline U_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline I_1 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

z něhož pomocí Cramerova pravidla získáme pro napětí U_1 vztah

$$U_1 = I_1(Y_1 + G_a + G_i) / (Y_1(S + G_a + G_i))$$

a vstupní admitance uzlu 1 je potom

$$\begin{aligned} I_1/U_1 &= Y_1 \cdot (G_a + G_i + S) / (Y_1 + G_a + G_i) = Y_1 \cdot (1/R_a + 1/R_i + S) / (Y_1 + 1/R_a + 1/R_i) = \\ &= Y_1 (1 + S(R_a/R_i)) / (1 + Y_1(R_a/R_i)) \end{aligned}$$

Je-li $Y_1 = j\omega C_{ag}$ určeno pouze kapacitou anoda-mřížka, dostaneme pro $\omega C_{ag}(R_a/R_i)$ mnohem menší než jedna, že vstupní admitance je určena vztahem

$$Y = j\omega C_{ag}(1 + S(R_a/R_i))$$

tudíž ekvivalentní kapacita uzlu 1 je

$$C_{EKV} = C_{ag}(1 + S(R_a/R_i))$$

I pro elektronky s více mřížkami se v lineárním režimu využívá pro „signálové účely“ většinou pouze anoda (A), katoda (K) a řídicí mřížka (G). Potom je možné pro signálové účely používat stejnou matici jako u triody s tím, že hodnoty S , R_i (i parazitní jevy) jsou jiné než u triody; např. pentoda má mnohonásobně větší vnitřní odpor R_i . Více informací lze nalézt v uvedené literatuře.

Doplňková literatura ke kapitole:

- [d1] Dvořák, T.: *Rozhlasové a sdělovací přijímače*. NV, Praha, 1957
- [d2] *Příruční katalog elektronek, obrazovek, polovodičových součástek*. TESLA Rožnov, 1977
- [d3] Barkhausen, H.: *Elektronen-Röhren*. Verlag S. Hirzel, Leipzig, 1931
- [d4] Smirenin, B. A. a kol.: *Radiotechnická příručka*. SNTL, Praha, 1955
- [d5] Gvozďjak, L.: *Základy elektrotechniky prenosu a spracovania správ*. Alfa, Bratislava, 1962
- [d6] *Rádiotechnická příručka I*. SVTL, Bratislava, 1967

8. ZÁVĚR

Veškeré úvahy a výpočty byly udělány v „prostředí“ uzlových napětí. Je to proto, že šipková konvence je v tomto případě velmi jednoduchá. Vlastně ji ani není nutné do obrázků zakreslovat. Jde tedy o admitanční přístup.

Samozřejmě je možný i přístup impedanční - je možné pracovat metodou smyčkových proudů - viz literatura, která je uváděna. Šipkovou konvencí je ovšem nutné „více hlídat“, snadněji dochází k omylům. Při správném postupu vedou obě metody, jak jinak, ke stejnému výsledku.

V celé knize se téměř neobjevil pojem zpětná vazba. To neznamena, že zpětná vazba nebyla zkoumána. Nebyla pouze pojmenována. V každém správně sestaveném popisu jsou všechny zpětnovazební poměry automaticky zahrnuty. Získané závěry (diskuse vztahů) souhlasí s tím, co lze získat rozbořením pomocí teorie zpětné vazby. Srovnání chybí pouze proto, že rozsah skript je omezen.

Maticové modely umožňují zkoumat i vliv reálných vlastností zesilovačů, nulorové modely představují řešení při různých stupních idealizace (a jistě je lze dále upravovat). Maticové modely se mohou stát i vhodným východiskem pro analýzu obvodů počítači.

Vždy je však nutné mít na zřeteli, že konečné potvrzení o správnosti úvah a analýz vydá až praktický experiment. Tam jsou vždy respektovány všechny fyzikální zákony, i ty, které jsme při úvahách (v modelech) opomenuli, a dokonce i ty, které možná vůbec neznáme. Proto není možné experimentální část elektroniky zavrhnout, naopak, je nutné ji podporovat.

I přibližné vztahy, které ukazují pouze trendy vlastností obvodu, jsou často vítány. Umožňují totiž cílené řízení experimentu - nebo i analýzy pomocí počítače. Z tohoto hlediska je velmi důležité odhadnout, které chyby (vlastnosti) jsou naprosto zásadní - například degradace zesílení s růstem frekvence - a které představují pouze „chybu v určení chyby“ - např. výstupní odpor R_o , nezkušíme-li právě zcela přesně dopředný přenos, ale pouze velikost frekvence ω_3 (frekvence poklesu přenosu o 3 dB).

Nulorové modely lze s výhodou použít k „resyntéze“ obvodů. Nulátory a nulátory známého modelu můžeme navzájem různě přiřazovat, či doplňovat tak, že nedojde ke změně funkce, viz např. [27]; aktivní prvky tak mohou být jinak uspořádány, dokonce se může jednat o zcela jiné funkční bloky. Přitom nová varianta obvodu může být „odolnější“ vůči reálným vlastnostem používaných aktivních reálných prvků.

Z udělaných úvah a poznámek je rovněž zřejmé, že při absolutní idealizaci téměř všechny modely „směřují“ k operačnímu zesilovači jako univerzálnímu prvku teorie obvodů.

Doufám , že po rutinním zvládnutí admitančních algoritmů, se celá lineární elektronika s moderními funkčními bloky (zesilovacími strukturami) změní pouze v jeden velký zajímavý prostor ke hrám.

Stejným postupem lze řešit i lineární elektronické obvody s bipolárními i unipolárními tranzistory. Samozřejmě totéž platí i pro elektronky. Stačí pouze získat jejich admitanční maticové modely. Tyto problémy jsou již řešeny méně podrobně a není pro ně udělána analýza nulorová.

9. LITERATURA

- [1] Huelsman, P. L.: Basic Circuit Theory (3 rd edition). Prentice - Hall, Inc., 1991
- [2] Lurje, O. B.: Integralnyje mikroschemy v usilitelnyh ustroystvach. Radio i svjaz, Moskva, 1988
- [3] Mikulec, M. - Havlíček, V.: Basic circuit theory II. Vydavatelství ČVUT, Praha, 1996
- [4] Čajka, J. - Kvasil, J.: Teorie lineárních obvodů. SNTL, Praha, 1979
- [5] Dostál, J.: Operační zesilovače. SNTL, Praha, 1981
- [6] Angot, A.: Užité matematické pro elektrotechnické inženýry. SNTL, Praha, 1971
- [7] Punčochář, J.: Operační zesilovače v elektronice. BEN, Praha, 1999 (4. doplněné vydání; ISBN 80-86056-37-6)
- [8] Sigorskij, V. P.: Matricy i grafy v elektronice. Energija, Moskva, 1968
- [9] Vrba, K. - Čajka, J.: Filtry vyššího řádu s transadmitančním operačním zesilovačem. Seminář teorie obvodů (STO-5), MODERNÍ SMĚRY VÝUKY ELEKTROTECHNIKY a ELEKTRONIKY. Sborník prací celostátní konference. Brno 12. - 13. října 1994 (Katedra elektrotechniky a elektroniky VA Brno a VTS VA Brno), str. 158 až 161
- [10] Biolek, D.: Úsporný popis obvodů s transimpedančními operačními zesilovači modifikovanou metodou uzlových napětí. Seminář teorie obvodů (STO-5), MODERNÍ SMĚRY VÝUKY ELEKTROTECHNIKY a ELEKTRONIKY. Sborník prací celostátní konference. Brno 12. - 13. října 1994 (Katedra elektrotechniky a elektroniky VA Brno a VTS VA Brno), str. 182 až 185
- [11] Dostál, T. - Prokop, R. - Šarman, R.: Functional Blocks and Biquadratic ARC Filters Using Transadmittance Amplifiers. Radioengineering, Vol. 6, No.1, April 1997, pp. 9 - 15
- [12] Čajka, J. - Dostál, T. - Vrba, K.: Realization of Nth-Order Voltage Transfer Function Using Current Conveyors CCII. Radioengineering, Vol. 6, No.2, June 1997, pp. 22 - 25
- [13] Punčochář, J.: Filtry 2. řádu s transadmitančními zesilovači. Sdělovací technika č.8, 1997, str. 16 až 17
- [14] Punčochář, J.: Doplněk k [13]. Sdělovací technika č. 10, 1997, str. 19
- [15] Punčochář, J.: Filtry 2. řádu s obvodem „current conveyor“. Sdělovací technika č.11, 1997, str. 16 až 17
- [16] Punčochář, J.: Zobecněná metoda uzlových napětí. Seminář teorie obvodů (STO-6). Brno 24. - 25. 9. 1997, sborník str. 160 až 163
- [17] Punčochář, J.: Sallen and Key Low-Pass Filters with Real Operational Amplifiers. XX. seminarium SPETO '97, Gliwice-Ustroń 21. - 24. 5. 1997, sborník TOM II, str. 325 až 328 (ISBN 83-85940-19-7)
- [18] Punčochář, J.: Sylaby vydané v letech 1995 až 2000 k předmětu „Teorie obvodů III“, VŠB - TU Ostrava, FEI, Katedra teoretické elektrotechniky
- [19] Punčochář, J.: Zesilovač s proudovou zpětnou vazbou (transimpedanční). VII. sešit Katedry teoretické elektrotechniky. Ostrava, duben 1998, str. 44 až 48 (ISBN 80-7078-554-3)

- [20] Punčochář, J.: Nullor nodal analysis as a result of nodal analysis with ideal op. amps. XXI. seminarium SPETO '98, Gliwice -Ustroń, 20. - 23. 5. 1998, str. 545 až 550 (ISBN 83-85940-20-0)
- [21] Punčochář, J.: Current conveyor v teorii lineárních obvodů. Seminár katedier z oblasti teoretickej elektrotechniky. 16. - 18. september 1998, Vrátna. Zborník prednášok, str. 27 až 30 (Slovenská technická univerzita v Bratislave, FEI)
- [22] Punčochář, J.: The loci of Sallen and Key low-pass filters. Zborník z vedeckej konferencie „Nové smery v spracovaní signálov IV“, Liptovský Mikuláš, 27. - 29.5. 1998, str. 246 až 249 (ISBN 80-8040-071-7)
- [23] Pírko, Z. - Veit, J.: Laplaceova transformace. SNTL/ALFA, Praha, 1970
- [24] Braun, J. - Čížek, V. - Kvasil, J. -Novák, M.: Analýza lineárních obvodů a soustav. SNTL, Praha, 1973
- [25] Rieger, F.: Lineární obvody. SNTL, Praha, 1967
- [26] Kvasil, J.: Elektrické lineární obvody. NADAS, Praha, 1967
- [27] Kvasil, J.: Mikroelektronické transformační bloky. SNTL, Praha, 1981
- [28] Kvasil, J. - Čajka, J.: Úvod do syntézy lineárních obvodů. SNTL/ALFA, Praha 1981
- [29] Laiprt, M. a kol.: Teorie obvodů II - sbírka příkladů. ČVUT, Praha, 1989
- [30] Mayer, D.: Úvod do teorie elektrických obvodů. SNTL/ALFA, Praha 1981
- [31] Dostál, T.: Elektrické filtry. VUT v Brně, 1997 (ISBN 80-214-0877-4)
- [32] Heinlein, W. E. - Holmes, W. H.: Active Filters for Integrated Circuits. R. OLDENBOURG VERLAG MÜNCHEN WIEN 1974; PRENTICE - HALL, INTERNATIONAL INC. LONDON; SPRINGER - VERLAG NEW - YORK INC. NEW YORK (rusky Svjaz, Moskva 1983)
- [33] Huelsman, L. P.: Active filters: Lumped, Distributed, Integrated, Digital, And Parametric. Mc. Graw - Hill Book Co. 1970 (rusky Mir, Moskva, 1972)
- [34] Huelsman, L. P. - Allen, P. E.: Introduction to the theory and design of active filters. Mc. Graw - Hill, 1980 (rusky Radio i svjaz, Moskva, 1984)
- [35] Hrubý, J. - Novák, M.: Mikroelektronické filtry RC se zesilovači. Academia, Praha, 1976
- [36] Lam, H.: Analog and digital filters. Prentice - Hall, Inc., 1979
- [37] Schaumann, R. -Ghausi, M. S. - Laker, K. R.: Design of analog filters. Prentice-Hall, Inc., 1990 (ISBN 0-13-200288-4)
- [38] Veit, J.: Integrovaná transformace. (Matematika pro vysoké školy technické, sešit XIV). SNTL, Praha, 1979
- [39] Jurkovič, K. - Zodl, J.: Príručka nízkofrekvenčnej obvodovej techniky. Alfa, Bratislava, 1985
- [40] Novák, M.: Integrované funkční bloky. SNTL, Praha, 1978
- [41] Newcomb, R. W.: Active integrated circuit synthesis. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1968
- [42] Zíma, V. - Braun, J. - Žilka, Z.: Lineární obvody s aktivními prvky. SNTL, Praha, 1976
- [43] Rektorys, K. a kol.: Přehled užití matematiky. SNTL, Praha, 1968
- [44] Nejman, L. R. - Demirčjan, K. S.: Teoretičeskije osnovy elektrotechniki, tom pervyj, 3-je izd., Energoizdat, Leningrad, 1981

- [45] Hlávka, J. a kol.: Elektrotechnika (fyzikální základy, část 1). SNTL, Praha, 1968
- [46] Hlávka, J.: Střídavé proudy. SNTL, Praha, 1958
- [47] Losev, A. K.: Teorija linejnyh električeskich cepej. Vysšaja škola, Moskva, 1987
- [48] Davies, A. C.: The Significance of Nullators, Norators and Nullors in Active - network theory. The Radio and Electronic Engineer, November 1967, pp. 259 až 267
- [49] Punčochář, J.: Admitanční a nulorové modely moderních zesilovacích struktur. Seminář Teorie Obvodů (STO -7), Brno 1999, sborník str. 54 až 57 (ISBN 80-214-1392-1)
- [50] Punčochář, J.: Current Conveyors in Linear Circuit Theory. 22 nd SEMINAR ON FUNDAMENTALS OF ELECTROTECHNICS AND CIRCUIT THEORY (IC - SPETO 99), GLIWICE - USTRONĚ, 20. - 23. 5. 1999, pp. 283 až 286 (ISBN 83-85940-21-9)
- [51] Punčochář, J.: Current - feedback (transimpedance) amplifiers in linear circuit theory. 8 th Scientific Conference Theoretical Electrical Engineering and Electrical Measurement, September 20 - 22, 1999, Technical University Košice, pp. 204 až 209
- [52] Punčochář, J.: Vliv vlastností reálného zesilovače na přenos některých zpětnovazebních systémů. Disertační doktorandská práce, VŠB - TU Ostrava, FEI, Katedra elektroniky, zří, 1995
- [53] Punčochář, J.: Analysis of Sallen and Key Low-pass Filters with Real Operational Amplifiers. TRANACTIOS OF THE VŠB - TECHNICAL UNIVERSITY OF OSTRAVA, Electrical Engineering, Series 1, ročník V (1999), pp. 177 až 186 (ISBN 80-7078-740-6)
- [54] Holt, A. G. J. - Sewel, J. I.: Active RC filters employing a single operational amplifier to obtain biquadratic responses. PROC. IEE, VOL. 112, No. 12, DECEMBER 1965, pp. 2227 až 2234
- [55] Hakim, S.S.: RC active filters using an amplifier as the active element. PROC. IEE, Vol. 112, No. 5, MAY 1965, pp. 901 až 912
- [56] Mehta, V. B.: Comparison of RC networks for frequency stability in oscillators. PROC. IEE, Vol. 112, No. 2, FEBRUARY 1965, pp. 296 až 300
- [57] Hickman, I.: Filters using negative resistance. ELECTRONIC WORLD, March 1997, pp. 217 až 224
- [58] Vrba, K. - Čajka, J. - Zeman, V.: New RC - Active Networks Using Current Conveyors. Radioengineerig, Vol.6, No.2, June 1997, pp. 18 až 21
- [59] Mayer, D.: Analýza elektrických obvodů maticovým počtem. ACADEMIA, Praha, 1966
- [60] Graeme, J. G. - Tobey, G. E. - Huelsman, L. P.: Operational amplifiers. Mc Graw-Hill Book Company, 1971
- [61] Grebene, A. G.: Analog integrated circuit design. Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1972 (rusky Energija, 1976)
- [62] Znamenskij, A. E. - Tepljuk, I. N.: Aktivnyje RC-filtry. Izdatelstvo Svjaz, Moskva, 1970
- [63] Zeman, V. - Mišurec, J.: Filter properties with universal N-ports using CFA. Seminář Teorie Obvodů (STO -7), Brno 1999, sborník str. 25 až 28 (ISBN 80-214-1392-1)

- [64] Hájek, K.- Sedláček, J.: Optimization of the 2nd order LPN filters for the frequency band 1 - 50 MHz . Seminář Teorie Obvodů (STO -7), Brno 1999, sborník str. 29 až 32, (ISBN 80-214-1392-1)
- [65] Čajka, J.: How to teach effectively the design of RC networks with modern active elements. Seminář Teorie Obvodů (STO -7), Brno 1999, sborník str. 168 až 171 (ISBN 80-214-1392-1)
- [66] Lares, M. - Biolek, D.: Analog Filters with Constant Group Delay. Seminář Teorie Obvodů (STO -7), Brno 1999, sborník str. 244 až 247 (ISBN 80-214-1392-1)
- [67] Londák, P. - Murina, M.: Synthetic elements with transimpedance amplifiers. Seminář Teorie Obvodů (STO -7), Brno 1999, sborník str. 263 až 265 (ISBN 80-214-1392-1)
- [68] Londák, P. - Murina, M.: Low-Pass filter design using transimpedance amplifiers. 8th Scientific Conference Theoretical Electrical Engineering and Electrical Measurement, September 20 - 22, 1999, Technical University Košice, pp. 140 až 145
- [69] Vrba, K. - Čajka, J.: Nové univerzální filtry s proudovými konvejory CCII. (STO-6). Brno 24. - 25. 9. 1997, sborník str. 106 až 108
- [70] Dostál, T.: Filtry ARC s řízenými zdroji proudu a napětí. Zborník z vedeckej konferencie „Nové smery v spracovaní signálov IV“, Liptovský Mikuláš, 27. - 29.5. 1998, str. 219 až 222 (ISBN 80-8040-071-7)
- [71] Vambura, K.: Obrazové zesilovače se zpětnou vazbou. SNTL, Praha, 1974
- [72] Kolombet, E. - Jurkovič, K. - Zodl, J.: Využitie analógových integrovaných obvodov. Alfa, Bratislava, 1989 (ISBN 80-05-00528-8)
- [73] Punčochář, J.: Dynamické vlastnosti operačních zesilovačů a jejich orientační určení z katalogových údajů. Sdělovací technika č. 4, 1982, str. 123 až 127
- [74] Topór-Kamiński, L. - Holajn, P.: Konwejer wielozaciskowy o zmiennych współczynnikach wzmocnienia (Variable-gain multiterminal current conveyors). XX. seminarium SPETO '97, Gliwice-Ustroń 21. - 24. 5. 1997, sborník TOM II, str. 363 až 370 (ISBN 83-85940-19-7)
- [75] Kvasnica, J.: Matematický aparát pro fyziky. Academia, 1997
- [76] Mikula, V. - Vrba, K.: Číslicová a impulsová technika I. Nakladatelství VUT v Brně, 1992 (ISBN 80-214-0374-8)
- [77] Kabeš, K.: Operační zesilovače v automatizační technice. SNTL, Praha, 1989
- [78] Mason, S. J. - Zimmermann, H. J.: Electronic circuits, Signals, and Systems. John Wiley & Sons, New-York - London, 1960 (rusky Moskva 1963)
- [79] Vachala, V. - Křišťan, L.: Oscilátory a generátory. SNTL, Praha, 1974
- [80] Thornton, R.D. - Linvill, J. G. - Chenette, E. R. - Ablin, H. L. - Harris, J. N. - Boothroyd, A. R. - Willis, J. and Searle, C. L.: Handbook of Basic Transistors Circuit and Measurements. John Wiley & Sons, Inc., New York, London, Sydney, 1966
- [81] Punčochář, J.: Operační zesilovače nejen podle pana Soclofa. Amatérské radio pro konstruktéry, č. 4, 1993, str. 123 až 151
- [82] Soclof, S.: Analog Integrated Circuits. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ 07632 (1985), (rusky Mir, Moskva, 1988)

- [83] Punčochář, J.: Inverting Band-Pass Filter with a Real Operational Amplifier. TRANSACTIONS of the VŠB -Technical University Ostrava, Electrical Engineering Series, 1. ročník (1996), pp. 115 až 120 (ISSN 1210-048X)
- [84] Kohlman, Č.: Matematika ve sdělovací technice. SNTL, Praha, 1960
- [85] Mirtes, B.: Stejnoseměrné zesilovače. SNTL, Praha, 1965
- [86] Sigorskij, V. P.- Petrenko, A. I.: Algoritmy analiza elektronnych schem. Technika, Kiev, 1970
- [87] Punčochář, J.: Wien –Bridge Oscillator with real OP AMP. RADIOELEKTROIKA 2001, May 10 – 11, 2001, Brno, Czech Republic, Conference Proceedings, p.p. 119 –122 (ISBN 80-214-1861-3)
- [88] Nevřiva, P.: Analýza signálů a soustav. BEN, Praha 2000 (ISBN 80-7300-004-0)

9. DODATKY

Dodatky slouží pouze k nejzákladnějšímu připomenutí používaného teoretického aparátu. V žádném případě nemohou nahradit ucelenou přípravu z matematiky ani teorie obvodů.

Dodatek 1 [6, 8, 43, 59, 75, 84, 86, ...]

Lineární systém rovnic

Předpokládáme existenci n lineárních rovnic o n neznámých $x_1, x_2, \dots, x_n$. Tyto rovnice tvoří soustavu

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ (D1.1) \end{aligned}$$

.....

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n$$

která nechť vyhovuje Frobeniově větě (je řešitelná).

Systém rovnic lze zapsat v maticové podobě

$$[A] \cdot [X] = [B] \quad (D1.2)$$

kde $[A]$ je matice soustavy (čtvercová)

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (D1.3)$$

$[X]$ je sloupcová matice (vektor) neznámých veličin

$$[X] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]^T \quad (D1.4)$$

a $[B]$ je sloupcová matice „budících veličin“ („pravá strana“)

$$[B] = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = [b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n]^T \quad (D1.5)$$

Všechny prvky matic musí být zapsány v pevně definovaném pořadí. Mějme například systém rovnic

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 4 \\ -3x_1 + 7x_3 - 2 &= 0 \\ -5x_1 + 4x_2 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Systém musí být formálně upraven do podoby (D1.1), doplněn i o nulové koeficienty, které na situaci nic nemění:

$$\begin{aligned} 2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 &= 4 \\ -3x_1 + 0 \cdot x_2 + 7 \cdot x_3 &= 2 \\ -5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 - 1 \cdot x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Potom maticový zápis nabývá podoby

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 7 \\ -5 & 4 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Řešení pomocí Cramerova pravidla (determinantů)

Soustava s nenulovým determinantem (soustavy)

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (D1.6)$$

má právě jedno řešení $[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$, pro které platí

$$x_i = D_i/D \quad (D1.7)$$

přičemž D_i je determinant, který vznikne z D tak, že v něm i -tý sloupec nahradíme sloupцем „pravé“ strany rovnic. Pro náš příklad to znamená (pro výpočet hodnoty D , D_i použijeme Sarrusova pravidla):

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 7 \\ -5 & 4 & -1 \end{vmatrix} = -94 ;$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 7 \\ 0 & 4 & -1 \end{vmatrix} = -110$$

↑
1. SLOUPEC

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -3 & 2 & 7 \\ -5 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -156 ;$$

↑
2. SLOUPEC

$$D_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \\ -5 & 4 & 0 \end{vmatrix} = -74$$

↑
3. SLOUPEC

Potom $x_1 = D_1/D = -110/(-94) = 1,1702$; $x_2 = -156/(-94) = 1,6596$; $x_3 = -74/(-94) = 0,7872$. Tato „trojice“ čísel by měla vyhovět všem třem rovnicím:

$$2 \cdot (1,1702) + 1 \cdot (1,6596) + 0 \cdot (0,7872) = 4$$

$$-3 \cdot (1,1702) + 0 \cdot (1,6596) + 7 \cdot (0,7872) = 1,9998 \cong 2$$

$$-5 \cdot (1,1702) + 4 \cdot (1,6596) - 1 \cdot (0,7872) = 0,0002 \cong 0$$

Výpočet determinantů (prvního řádu $n = 1$; $|a_{11}| = a_{11}$)

Determinant druhého řádu $n = 2$

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Determinant třetího řádu $n = 3$ - Sarrusovo pravidlo (uvedeme jednu možnou mnemotechniku, členy vyznačené šipkou násobíme a „přidáme“ uvedená znaménka):

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = +[a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23}] - \dots$$

$$\dots - [a_{13}a_{22}a_{31} + a_{23}a_{32}a_{11} + a_{33}a_{12}a_{21}]$$
(D1.8)

Pro náš případ určíme například

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 7 \\ -5 & 4 & -1 \end{vmatrix} = [2 \cdot 0 \cdot (-1) + (-3) \cdot 4 \cdot 0 + (-5) \cdot 1 \cdot 7] - \dots$$

$$\dots - [0 \cdot 0 \cdot (-5) + 7 \cdot 4 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 \cdot (-3)] = -35 - (56 + 3) = -94$$

U determinantů vyšších řádů je vhodné určovat jejich hodnotu rozvojem podle i -tého sloupce (nebo i řádku). Pro rozvoj podle sloupce platí

$$D = a_{1i}(-1)^{1+i}D_{1i} + a_{2i}(-1)^{2+i}D_{2i} + \dots + a_{ni}(-1)^{n+i}D_{ni} = \sum_{s=1}^n a_{si}(-1)^{s+i}D_{si} \quad (D1.9)$$

kde D_{si} je subdeterminant, který vznikne z determinantu D vynecháním s -tého řádku a i -tého sloupce.

Výhodné je volit sloupec (řádek) s největším počtem nulových prvků. Pro náš příklad udělejme i rozvoj determinantu 3. řádu podle 2. sloupce:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 7 \\ -5 & 4 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \leftarrow s=1 \\ \leftarrow s=2 \\ \leftarrow s=3 \end{matrix}$$

$$= 1 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -3 & 7 \\ -5 & -1 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -5 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 7 \end{vmatrix}$$

$s = 1$
 $a_{12} = 1$

$s = 2$
 $a_{22} = 0$

$s = 3$
 $a_{32} = 4$

$i = 2$

$$D = -(3 + 35) + 0 - 4 \cdot (14 - 0) = -94$$

Před výpočtem je možné determinant upravovat, aby vzrostl počet nulových prvků v některém sloupci. Pravidla lze nalézt v uvedené literatuře a jsou velmi užitečná, zvláště pracujeme-li s algebraickými výrazy, které se mohou ve výchozí matici opakovat.

Dodatek 2 [6, 23, 30, 38, 43, 84]

Laplaceova transformace

Přímá Laplaceova transformace časové funkce $f(t)$, která je pro $t < 0$ nulová, je definována vztahem (lineární integrální transformace)

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt \quad (D2.1)$$

kde $p = \sigma + j\omega$ je komplexní kmitočet (proměnná)

$f(t)$ je originál funkce (předmět)

$F(p)$ je obraz funkce $f(t)$

Vztah mezi funkcemi $F(p)$ a $f(t)$ není rovností, nýbrž přiřazením. Možný zápis je

$$f(t) \stackrel{\cdot}{\rightleftharpoons} F(p) \quad (D2.2)$$

nebo

$$F(p) = L\{f(t)\}$$

pro přímou transformaci – pro získání $F(p)$ z originálu $f(t)$ - (D2.1).

Nebo píšeme

$$f(t) = L^{-1}\{F(p)\} \quad (D2.3)$$

pro zpětnou transformaci -pro získání $f(t)$ z obrazu $F(p)$.

I pro zpětnou transformaci existuje přímý vztah [6, 23, 43, ...], ale obvykle se používá vhodný slovník, ve kterém jsou uvedeny relace ve smyslu (D2.2).

Jednotkový skok $\sigma(t)$ nabývá hodnoty 0 pro $t < 0$, hodnoty 1 pro $t > 0$.

Skok o amplitudě K v čase $t = 0$ zapíšeme jako $f(t) = K \sigma(t)$. Jeho obraz určíme z (D2.1)

$$L\{K\sigma(t)\} = \int_0^{\infty} K \cdot e^{-pt} dt = K \cdot \int_0^{\infty} e^{-pt} dt = -\frac{K}{p} \cdot [e^{-\infty} - e^0] = K/p$$

tedy

$$K \cdot \sigma(t) \stackrel{\cdot}{\rightleftharpoons} K/p \quad (D2.4)$$

Obraz exponenciální funkce $f(t) = \sigma(t) \cdot K \cdot e^{bt}$ ($\sigma(t)$ se obvykle vynechává)

$$L\{K e^{bt}\} = K \cdot \int_0^{\infty} e^{bt} e^{-pt} dt = -\frac{K}{p-b} \cdot [e^{-(p-b)t}]_0^{\infty} = K/(p-b)$$

tedy

$$K \cdot e^{bt} \stackrel{\cdot}{\rightleftharpoons} K/(p-b) \quad (D2.5a)$$

Můžeme udělat i substituci $b \rightarrow -a$, dostaneme tak významově stejný, často uváděný, vztah

$$K \cdot e^{-at} \stackrel{\cdot}{\rightleftharpoons} K/(p+a) \quad (D2.5b)$$

pokud $\lim_{t \rightarrow \infty} [e^{-(p-b)t}] \rightarrow 0$.

Věta o rozkladu - předpokládejme, že $F(p) = P(p)/Q(p)$ je racionální lomená funkce, kde stupeň čitatele $P(p)$ je menší než stupeň n jmenovatele $Q(p)$, p_i jsou kořeny jmenovatele [póly funkce komplexní proměnné $F(p)$]. Potom lze $F(p)$ rozložit na parciální zlomky

$$F(p) = \sum_{i=1}^n \frac{P(p_i)}{Q'(p_i)} \cdot \frac{1}{p - p_i} \quad (D2.6)$$

kde $P(p_i)$ jsou hodnoty čitatele pro $p = p_i$

$Q'(p_i)$ jsou hodnoty derivace jmenovatele (podle p) pro $p = p_i$.

Jestliže aplikujeme výsledek (D2.5a) na (D2.6), potom

$$f(t) = L^{-1}\{(D2.6)\} = \sum_{i=1}^n \frac{P(p_i)}{Q'(p_i)} \cdot e^{p_i t} \quad (D2.7)$$

Modifikovaná podoba pro $Q(p) = pR(p)$, kdy je jeden kořen nulový [23, str.83], vede k výsledku

$$f(t) = L^{-1}\left\{\frac{P(p)}{pR(p)}\right\} = \frac{P(0)}{R(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{P(p_i)}{p_i \cdot R'(p_i)} \cdot e^{p_i t} \quad (D2.8)$$

kde p_i jsou kořeny polynomu $R(p)$

$R'(p_i)$ je derivace $R(p)$ podle p pro $p = p_i$.

Problematika násobných kořenů je podrobně řešena v [23, str.88 až 101]. Na základě uvedených vztahů a elementárních vzorců

$$e^{\pm j\alpha} = \cos \alpha \pm j \cdot \sin \alpha; \quad 2 \cdot \sinh \alpha = e^{\alpha} - e^{-\alpha}; \quad 2 \cdot \cosh \alpha = e^{\alpha} + e^{-\alpha};$$

$$\sinh(j\alpha) = j \cdot \sin \alpha; \quad \cosh(j\alpha) = \cos \alpha$$

lze určit (s přiměřenou námahou) většinu relací v tabulce D.2.1.

Velmi důležité je znát obraz derivace funkce $f(t)$ a obraz integrálu funkce $f(t)$. Platí-li

$$f(t) \stackrel{\bullet}{=} F(p), \text{ potom} \quad \frac{df(t)}{dt} \stackrel{\bullet}{=} pF(p) - f(0) \quad (D2.9)$$

$$\int_0^t f(t) dt \stackrel{\bullet}{=} F(p)/p + f(0)/p \quad (D2.10)$$

kde $f(0)$ je počáteční hodnota funkce $f(t=0)$.

$$\text{Pro } \underline{\text{induktor}} \text{ platí } [u(t) \stackrel{\bullet}{=} U(p); i(t) \stackrel{\bullet}{=} I(p)]: \quad u = L \cdot \frac{di}{dt}; \quad i = \frac{1}{L} \cdot \int u dt + i(0)$$

tedy po Laplaceově transformaci

$$U(p) = pLI(p) - Li(0); \quad I(p) = U(p)/(pL) + i(0)/p$$

Poslední dva vztahy jsou identické, umožňují definovat obrazovou impedanci a admitanci induktoru $Z_L(p) = pL$; $Y_L(p) = 1/Z_L(p) = 1/(pL)$

$$\text{Pro } \underline{\text{kondenzátor}} \text{ (kapacitor) platí obdobně (duálně): } i = C \cdot \frac{du}{dt}; \quad u = \frac{1}{C} \cdot \int i dt + u(0)$$

tedy

$$I(p) = pCU(p) - Cu(0); \quad U(p) = I(p)/(pC) + u(0)/p$$

což umožňuje definovat obrazovou impedanci a admitanci kapacitoru

$$Z_C(p) = 1/(pC); \quad Y_C(p) = 1/Z_C(p) = pC$$

a použít zobecněný Ohmův zákon (při nulových počátečních podmínkách)

$$U(p) = Z(p) \cdot I(p); \quad I(p) = U(p)/Z(p) = U(p) \cdot Y(p).$$

Derivace a integrování se transformují na násobení a dělení komplexním číslem p . V tom je hlavní přínos. Obtížnější je ovšem určení originálů funkcí, kde musíme často určit kořeny polynomů vyšších řádů.

Tabulka D2.1. Slovník Laplaceovy transformace (platí pro $t > 0$, násobení funkcí $\sigma(t)$ není uváděno)

*) Pro $\xi \rightarrow 1$ je $\omega_o \sqrt{1-\xi^2} \rightarrow 0$ a proto $\sin(\omega_o \sqrt{1-\xi^2} t) \cong \omega_o \sqrt{1-\xi^2} t$; s využitím vztahů $\sin(\alpha \pm \beta)$ a $\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta$ jednoduše určíme limity pro $\xi \rightarrow 1$ položek 5a, 6a, 7a, 8.

Položka	F(p)	f(t)	poznámky
1	$1/p$	$\sigma(t)$	
2	$1/p^n$	$t^{(n-1)}/(n-1)!$	
3	$1/(p - p_i)$	$e^{p_i t}$	
4	$1/(p - p_i)^n$	$e^{p_i t} \cdot t^{(n-1)} / (n-1) !$	
5	$\frac{1}{(p - p_1) \cdot (p - p_2)}$	$\frac{1}{p_1 - p_2} \cdot (e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$	[6, str. 547]
5a	$p_1 = 0; \frac{1}{p(p - p_2)}$	$-\frac{1}{p_2} \cdot (1 - e^{p_2 t})$	
5b	$\frac{1}{p^2 + 2\xi\omega_o p + \omega_o^2}$ $p_1 = \omega_o(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})$ $p_2 = \omega_o(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})$	$\frac{e^{-\xi\omega_o t}}{\omega_o \sqrt{\xi^2 - 1}} \cdot \sinh(\omega_o \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t)$; pro $\xi < 1$ lze upravit na: $\frac{e^{-\xi\omega_o t}}{\omega_o \sqrt{1 - \xi^2}} \cdot \sin(\omega_o \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t)$	
6	$\frac{p}{(p - p_1) \cdot (p - p_2)}$	$\frac{p_1}{p_1 - p_2} \cdot e^{p_1 t} - \frac{p_2}{p_1 - p_2} \cdot e^{p_2 t}$	[6, str. 548, 5. položka, k = 0]
6a	$\frac{p}{p^2 + 2\xi\omega_o p + \omega_o^2}$ $p_{1,2}$ - viz. pol. 5b	$\frac{e^{-\xi\omega_o t}}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \cdot \sinh(\beta - \omega_o \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t)$; $\sinh \beta = \sqrt{\xi^2 - 1}$; pro $\xi < 1$: $\frac{e^{-\xi\omega_o t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot \sin(\beta - \omega_o \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t)$; $\sin \beta = \sqrt{1 - \xi^2}$	

7	$\frac{1}{p \cdot (p - p_1) \cdot (p - p_2)}$	$\frac{1}{p_1 p_2} \cdot \left[1 + \frac{p_2}{p_1 - p_2} \cdot e^{p_1 t} - \frac{p_1}{p_1 - p_2} \cdot e^{p_2 t} \right]$	[6, str. 548, 7. položka]
7a	$\frac{1}{p \cdot (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2)}$ p _{1,2} - viz. pol. 5b p ₁ p ₂ = ω ₀ ²	$\frac{1}{\omega_0^2} \left[1 - \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \cdot \sinh(\omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t + \beta) \right]; \sinh \beta = \sqrt{\xi^2 - 1};$ pro ξ < 1: $\frac{1}{\omega_0^2} \left[1 - \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t + \beta) \right]; \sin \beta = \sqrt{1 - \xi^2}$	
8	$\frac{p^2 + \omega_0^2}{p \cdot (p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2)}$	$1 - \frac{2\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \cdot e^{-\xi\omega_0 t} \cdot \sinh(\omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t); \text{ pro } \xi < 1:$ $1 - \frac{2\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot e^{-\xi\omega_0 t} \cdot \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t)$	lze získat složením z pol. 6 a pol. 7
9	$1/(p + \omega_0)^2$	$t \cdot e^{-\omega_0 t}$	pol.4 pro n = 2 nebo *)
10	$p/(p + \omega_0)^2$	$(1 - \omega_0 t) \cdot e^{-\omega_0 t}$	*)
11	$\frac{1}{p \cdot (p + \omega_0)^2}$	$\frac{1}{\omega_0^2} \cdot \left[1 - (1 + \omega_0 t) \cdot e^{-\omega_0 t} \right]$	*)
12	$\frac{p^2 + \omega_0^2}{p \cdot (p + \omega_0)^2}$	$1 - 2 \cdot \omega_0 \cdot t \cdot e^{-\omega_0 t}$	*)
13	$1/(p^2 + \omega_0^2)$	$\frac{1}{\omega_0} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$	pol. 5b pro ξ → 0
14	$p/(p^2 + \omega_0^2)$	$\sin(\pi/2 - \omega_0 \cdot t) = \cos(\omega_0 \cdot t)$	pol. č. 6a pro ξ → 0

15	$\frac{1}{p \cdot (p^2 + \omega_o^2)}$	$\frac{1}{\omega_o^2} \cdot [1 - \sin(\omega_o \cdot t + \pi / 2)] = \frac{1}{\omega_o^2} \cdot [1 - \cos(\omega_o \cdot t)]$	pol. č. 7a pro $\xi \rightarrow 0$
16	$F(p + \lambda)$	$e^{-\lambda t} \cdot f(t); \quad f(t) \stackrel{\div}{=} F(p)$	věta o posunutí v obraze
17	$F(kp)$	$\frac{1}{k} \cdot f\left(\frac{t}{k}\right); \quad f(t) \stackrel{\div}{=} F(p)$	změna měřítka

Dodatek 3 [1, 3, 4, 24, 25, 26, 30, 44, 45, 46]**Popis prvků v teorii obvodů**

Elektrickým obvodem nazýváme prostorově ohraničenou soustavu, v níž lze elektromagnetické děje dostatečně přesně popsat pomocí **obvodových veličin**: t. j. **napětí u** a **proudů i** . A dále pomocí pěti **obvodových prvků**:

R - ideální rezistor**L - ideální induktor****C - ideální kapacitor** **$u_z(t)$ - ideální zdroj napětí** **$i_z(t)$ - ideální zdroj proudu.**

Celou „abecedu“ teorie obvodů tak tvoří pět „písmen“: R, L, C, u, i. Každý reálný prvek můžeme popsat nějakou kombinací vyjmenovaných prvků ideálních.

Všech pět uvedených „písmen“ se vždy podřizuje Kirchhoffovým zákonům (1. Kirchhoffův zákon - proudový: suma proudů vtékajících do uzlu je rovna nule; 2. Kirchhoffův zákon - napěťový: suma napětí v uzavřené smyčce je rovna nule). Je zřejmé, že vždy musíme definovat, „co má znaménko +“ a „co má znaménko -“; musíme definovat šipkovou konvenci.

Význam Ohmova zákona vyplývá z tabulky D3.1.

U prvků R, L a C budeme vždy předpokládat spotřebičovou orientaci (konvenci). Šipka napětí ($\longrightarrow$) a šipka proudu ($\longrightarrow$) jsou orientovány souhlasně. Znamená to, že vyznačení kterékoliv šipky automaticky „přirazuje“ i šipku zbývající.

Základní vztahy jsou definovány:

a) pro obecné časově proměnné veličiny $u(t)$, $i(t)$

b) pro jejich fázory a komplexory (při harmonickém buzení):

$$u(t) = \text{Re} \left[\overset{U_m}{\sqrt{2} \cdot U \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}} \right] = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$\nwarrow$ FÁZOR EFEKTIVNÍ HODNOTY $\hat{U}$
 $\nwarrow$ FÁZOR AMPLITUDY $\hat{U}_m$
 $\nwarrow$ KOMPLEXOR $\hat{u}(t)$

nebo také

$$u(t) = \text{Im} [\hat{u}(t)] = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Pro proud platí analogicky $\hat{i}(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}$

c) pro jejich Laplaceovy obrazy: $U(p) = \mathcal{L}\{u(t)\}$ a $I(p) = \mathcal{L}\{i(t)\}$

Odpor R (vodivost $G = 1/R$) je ve všech popisech invariantní. Laplaceova transformace umožňuje řešit přechodné děje; p má obecně reálnou a imaginární složku, přičemž reálná složka musí být u stabilních systémů záporná (nejvýše nulová). Pokud budeme řešit přechodný děj v obvodu s harmonickým zdrojem buzení, složky typu $e^{(\sigma \pm j\omega)t}$ pro $\sigma < 0$ v čase odezní, protože $e^{\sigma t} \rightarrow 0$. Zbudou pouze členy typu $e^{\pm j\omega_z t}$, které odpovídají zdrojům - viz Tab. D2.1 v D2, položky 13 a 14, $\omega_0 \rightarrow \omega_z$. Pro ustálený stav potom platí $p \rightarrow j\omega_z$, shodně jako u

řešení pomocí fázorů. Řešení pomocí fázorů je z tohoto pohledu pouze partikulárním řešením problému pro čas t větší, než je asi trojnásobek největší časové konstanty zkoumaného obvodu.

Ohmův zákon, který pro $u(t)$, $i(t)$ platí pouze „pro R“ (ne pro C a L), platí v komplexním a Laplaceově prostoru pro všechny prvky - je zobecněn do podoby:

$$\hat{U} = \hat{Z} \cdot \hat{I} ; \quad \hat{I} = \hat{U} / \hat{Z} = \hat{Y}$$

nebo

$$U(p) = Z(p) \cdot I(p); \quad I(p) = U(p) / Z(p) = U(p) \cdot Y(p)$$

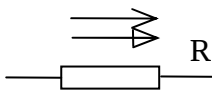
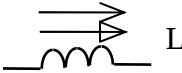
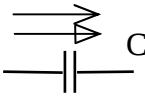
nebo prostě

$$U = Z \cdot I; \quad I = U \cdot Y$$

protože z kontextu vždy víme, co právě řešíme (viz i Dodatek 2).

Ideální zdroj napětí $u_z(t)$, $\hat{U}_z$, $U_z(p)$ je definován nulovým výstupním odporem (impedancí) - není závislý na odebíraném proudu $i(t)$, $\hat{I}$, $I(p)$.

Ideální zdroj proudu $i_z(t)$, $\hat{I}_z$, $I_z(p)$ je definován nekonečným výstupním odporem (impedancí) - není závislý na přiloženém napětí $u(t)$, $\hat{U}$, $U(p)$.

PRVEK OBVODU →				POZNÁMKY
časově proměnné; $u(t)$, $i(t)$	$u = R \cdot i$ $i = u/R = u \cdot G$ Ohmův zákon	$u = L \cdot di/dt$ $i = \frac{1}{L} \cdot \int u dt + i(0)$ Indukční zákon (tok $\Phi = L \cdot i$; $u = d\Phi/dt$)	$i = C \cdot du/dt$ $u = \frac{1}{C} \cdot \int i dt + u(0)$ Rovnice kontinuity (náboj $q = C \cdot u$; $i = dq/dt$)	Není „společný“ zákon pro prvky R, L, C
komplexory, fázory $\hat{u}(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}$ $\hat{i}(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}$	$\hat{U} = R \cdot \hat{I}$ $\hat{I} = \hat{U} / R = G \cdot \hat{U}$ $\hat{Z}_R = \hat{U} / \hat{I} = R = 1 / \hat{Y}_R$	$\hat{U} = j\omega L \hat{I} = \omega L \hat{I} e^{j\pi/2}$ $\hat{I} = \hat{U} / (j\omega L) = (\hat{U} / \omega L) e^{-j\pi/2}$ $\hat{Z}_L = \hat{U} / \hat{I} = j\omega L = 1 / \hat{Y}_L$	$\hat{U} = \hat{I} / (j\omega C) = (\hat{I} / \omega C) e^{-j\pi/2}$ $\hat{I} = j\omega C \hat{U} = \omega C \hat{U} e^{j\pi/2}$ $\hat{Z}_C = \hat{U} / \hat{I} = 1 / (j\omega C) = 1 / \hat{Y}_C$	IMPEDANCE: $\hat{Z} = \hat{U} / \hat{I}$ ADMITANCE: $\hat{Y} = 1 / \hat{Z}$ (společný název IMITANCE)
PLATÍ ZOBECNĚNÝ OHMŮV ZÁKON PRO FÁZORY NAPĚTÍ A PROUDŮ A IMITANCE				
Laplaceovy obrazy $U(p) = L \{u(t)\}$ $I(p) = L \{i(t)\}$ $u(0) = 0$ $i(0) = 0$	$U(p) = R \cdot I(p)$ $I(p) = U(p) / R = G \cdot U(p)$ $Z_R(p) = U(p) / I(p) = R = 1 / Y_R(p)$	$U(p) = pLI(p)$ $I(p) = U(p) / (pL)$ $Z_L(p) = U(p) / I(p) = pL = 1 / Y_L(p)$	$U(p) = I(p) / (pC)$ $I(p) = pCU(p)$ $Z_C(p) = U(p) / I(p) = 1 / (pC) = 1 / Y_C(p)$	OBRAZOVÁ IMPEDANCE: $Z(p) = U(p) / I(p)$ OBRAZOVÁ ADMITANCE: $Y(p) = 1 / Z(p)$
OBVODOVÁ ↑ VELIČINA	PLATÍ ZOBECNĚNÝ OHMŮV ZÁKON PRO OBRAZY NAPĚTÍ A PROUDŮ A OBRAZOVĚ IMITANCE			

Tabulka D3.1. Popis základních prvků obvodů; $u(0)$, $i(0)$ - počáteční podmínky